महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ, मुंबई.
(स्वायत्त) (ISO 9001:2015) (ISO/IEC 27001:2013)

अभियांत्रिकी आणि तंत्रज्ञान पदविका

## शिक्षण पुस्तिका
(Learning Material)

# इलेक्ट्रिकल सर्किट्स आणि नेटवर्क
# Electrical Circuits and Networks (ECN)

## (313332)

इलेक्ट्रिकल अभियांत्रिकी गट

मराठी - इंग्रजी (द्विभाषिक) माध्यम
(अभियांत्रिकी व तंत्रज्ञानातील व्दितीय सत्र पदविका)

# शिक्षण पुस्तिका

## (Learning Material)

# इलेक्ट्रिकल सर्किट्स आणि नेटवर्क

# Electrical Circuits and Network

## (ECN)

## (313332)

## इलेक्ट्रिकल अभियांत्रिकी गट

मराठी – इंग्रजी (द्विभाषिक) माध्यम

(अभियांत्रिकी व तंत्रज्ञानातील व्दितीय सत्र पदविका)

**महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ, मुंबई**

(स्वायत्त) (ISO 9001:2015) (ISO/IEC 27001:2013)

## मार्गदर्शक

**डॉ. संजय वसंत भंगाळे**

विभागप्रमुख, विद्युत अभियांत्रिकी

## प्रमुख समन्वयक

**प्रो. प्रकाश त्र्यंबकराव कडवे**

प्राचार्य

## समन्वयक

**संजय भाऊराव पवार**

विभागप्रमुख, विद्युत अभियांत्रिकी

## समिक्षक

**स्नेहल भारत चौधरी**

अधिव्याख्याता, विद्युत अभियांत्रिकी

## लेखक

**नितीन ज्ञानेश्वर सोनवणे**

अधिव्याख्याता, विद्युत अभियांत्रिकी

**पंकज माधवराव मोहन**

अधिव्याख्याता, विद्युत अभियांत्रिकी

**मिलिंद नारायण राणे**

विभागप्रमुख, विद्युत अभियांत्रिकी

**स्वाती महेश सोंजे**

विभागप्रमुख, विद्युत अभियांत्रिकी

**प्रवीण माधव थोरात**

अधिव्याख्याता, विद्युत अभियांत्रिकी

# महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळ

**(स्वायत्त)** (ISO: ९००१:२०१५) (ISO/IES: २७००१-२०१३)

शासकीय तंत्रनिकेतन इमारत, चौथा मजला, ४९, खेरवाडी, बांद्रा (पूर्व), मुंबई - ४०० ०५१.

दूरध्वनी क्र.: ०२२-६२५४२१७० / १६१

Email : director@msbte.com Web : www.msbte.org.in


## प्रास्ताविक

महाराष्ट्र राज्यातील पदविका स्तरावरील तंत्रशिक्षणाशी संबंधित बाबींचे नियमन करण्यासाठी महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ वचनबद्ध असून विद्यार्थ्यांच्या सर्वांगिण विकासाकरिता वेळोवेळी प्रयत्नशील आहे. तंत्रज्ञान, उद्योग, समाज आणि जागतिकीकरण यामध्ये सतत घडून येणा-या बदलांच्या अनुषंगाने तांत्रिक शिक्षणाची भविष्यातील निकड वेधून पदविका स्तरावरील अभ्यासक्रम, परीक्षा पद्धती व शैक्षणिक सामुग्री ह्यांमधे अद्ययावत बदल करण्यात महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ अग्रगण्य आहे. विद्यार्थी हा शिक्षण क्षेत्राच्या केंद्रस्थानी असून त्यांची निकड व समस्या संवेदनशीलपणे हाताळल्यास भारत देशाचे 'ज्ञान महासत्ता' बनण्याचे स्वप्न पूर्णत्वास जाईल ह्याचा मला विश्वास आहे.

शहर आणि ग्रामीण भागातील शैक्षणिक सोयीसुविधांमधील दरी अनेक वेळा दिसून येत असून ग्रामीण भागातील विद्यार्थ्यांचे इंग्रजी भाषेतील ज्ञान व संवाद कौशल्याबाबतही ही वस्तुस्थिती प्रकर्षाने जाणवते. केवळ इंग्रजी भाषेतील संवाद कौशल्याअभावी ग्रामीण भागातील विद्यार्थी तंत्रशिक्षणापासून वंचित राहू नये, ह्या दृष्टिकोनातून महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळाने शैक्षणिक वर्ष २०२१-२२ पासून प्रथम वर्ष पदविका अभ्यासक्रमाकरिता तांत्रिक शिक्षण मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यमात इच्छुक विद्यार्थ्यांना उपलब्ध करून दिले आहे. मात्र असे करताना कोणत्याही परिस्थितीत गुणवत्तेशी तडजोड केली जाऊ नये ह्या दृष्टीने प्रमुख विषयांसाठीच्या शैक्षणिक सामुग्रीची निर्मिती करण्यात आली आहे.

राष्ट्रीय शिक्षण धोरण २०२० मध्ये प्रादेशिक भाषांमध्ये सर्वांना शिक्षणाची कल्पना मांडण्यात आली आहे. त्यास अनुसरून मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यमाचा पर्याय द्वितीय व तृतीय वर्षाकरिताही उपलब्ध करून देण्यात आला आहे. तसेच त्याकरिता शैक्षणिक सामुग्रीही विद्यार्थी व अध्यापकांना उपलब्ध करून देण्यात येत आहे.

महाराष्ट्र राज्यातील अनुभवी अध्यापकांकरवी ही शैक्षणिक सामुग्री तयार करण्यात आली असून व्यावहारिक मराठी भाषा, इंग्रजी भाषेतील तांत्रिक शब्दावलीचा उपयोग आणि संदर्भ पुस्तके लक्षात घेऊन या सामुग्रीची निर्मिती करण्यात आलेली आहे. सदर सामुग्रीची पुनर्तपासणी सुकाणू समितीमार्फत करण्यात आलेली असल्याने ही शैक्षणिक सामुग्री अधिक समृद्ध झालेली आहे. त्यामुळे विद्यार्थ्यांना तांत्रिक शिक्षण समजून घेणे अधिक सुकर होईल. तसेच व्यावहारिक मराठी भाषेच्या उपयोगाने विद्यार्थ्यांना विषयाचे सखोल आकलन होईल व इंग्रजी भाषेतील तांत्रिक शब्दावलीच्या वापरामुळे विद्यार्थ्यांचा उद्योग जगतातील वावर सुलभ होईल. त्यामुळे महाराष्ट्र राज्य तांत्रिक क्षेत्रातील वैश्विक मनुष्यबळाच्या निर्मितीत अग्रेसर राहील व त्यायोगे राष्ट्रनिर्मितीकरीता निश्चितच हातभार लागेल असा मला विश्वास आहे.

अभियांत्रिकी पदविका अभ्यासक्रमातील प्रमुख विषयांची मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक शैक्षणिक सामुग्री बनविण्यासाठी अध्यापक व सुकाणू समितीचे सदस्य हे कौतुकास पात्र असून मी त्यांचे अभिनंदन करतो.

(प्रमोद नाईक)
संचालक
म. रा. तंत्र शिक्षण मंडळ, मुंबई.

# अनुक्रमणिका
# (INDEX)


| अ.क्र. | युनिटचे नाव | पान क्र. | एकूण गुण |
|---|---|---|---|
| 1 | सिंगल फेज ए.सि सिरीज सर्किट्स (Single Phase A.C Series Circuit) | 01 - 29 | 16 |
| 2 | सिंगल फेज एसी पॅरेलल सर्किट्स (Single Phase A.C. Parallel Circuits) | 29 - 49 | 12 |
| 3 | थ्री फेज सर्किट्स (Three Phase Circuits) | 50 - 71 | 12 |
| 4 | डीसी सर्किटच्या नेटवर्क रिडक्शन पद्धती (Network Reduction Methods for DC circuits) | 72 - 101 | 12 |
| 5 | नेटवर्क प्रमेय (Network Theorems) | 102 - 129 | 17 |

# युनिट 1

# सिंगल फेज एसी सिरीज सर्किट्स

# (Single Phase AC Series Circuit)

**विषय निष्पत्ती (Course Outcome) :**

सिंगल-फेज एसी सिरीज सर्किट्सच्या पॅरामीटर्सचे विश्लेषण करा.
(Analyze the parameters of single-phase AC series circuits.)

**घटक निष्पत्ती (Theory Learning Outcomes) :**

**1.1** दिलेल्या एसी सिरीज सर्किट्स करिता विद्युत प्रवाह, व्होल्टेज आणि व्हेक्टर आकृती काढा.
(Determine the current, voltage and draw vector diagram for the given AC series circuit.)

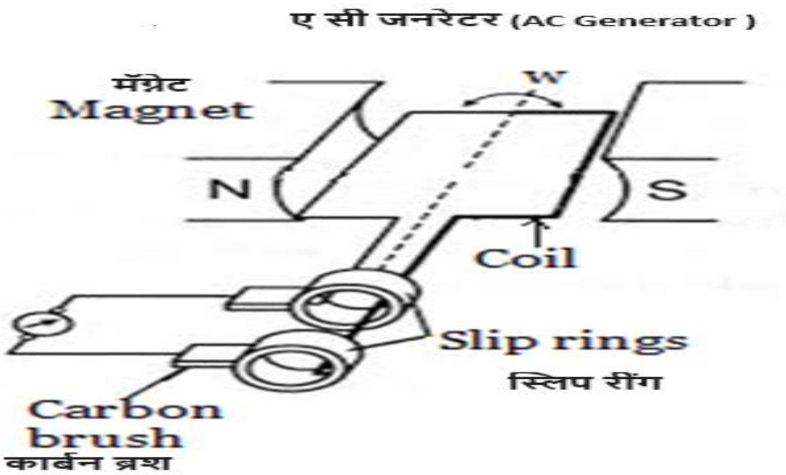
**1.2** दिलेल्या एसी सिरीज सर्किट्स करिता इंडक्टिव्ह, कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स आणि इम्पिडन्स यांची गणना करा.
(Calculate inductive, capacitive reactance and impedance for the given AC series circuit)

**1.3** दिलेल्या एसी सिरीज सर्किट्स करिता ॲक्टिव्ह, रिॲक्टिव्ह, अप्परेंट पॉवर आणि पॉवर फॅक्टर निश्चित करा.
(Determine active, reactive, apparent power and power factor for the given AC series circuit)

**1.4** दिलेल्या R-L-C सिरीज सर्किटसाठी रेझोनंट फ्रिक्वेन्सी, व्होल्टेज मॅग्निफिकेशन आणि क्यू-फॅक्टर ठरवा.
(Determine resonant frequency, voltage magnification and Q-factor for the given R-L-C series circuit.)

**1.1 अल्टरनेटिंग व्होल्टेज आणि करंट्सची निर्मिती**:

आकृती 1.1 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, चुंबकीय क्षेत्रामध्ये कॉइल फिरवून किंवा स्थिर कॉइल भोवती चुंबकीय क्षेत्र फिरवून, अल्टरनेटिंग (alternating) व्होल्टेज तयार केले जाऊ शकते. तयार झालेले व्होल्टेजचे मूल्य, प्रत्येक बाबतीत, कॉइलमधील वेढ्यांची संख्या, फील्डची ताकद आणि कॉइल किंवा चुंबकीय क्षेत्र ज्या वेगाने फिरते त्यावर अवलंबून असते. अल्टरनेटिंग व्होल्टेज, वर दर्शविलेल्या दोनपैकी कोणत्याही प्रकारे तयार केले जाऊ शकते, परंतु रोटेटिंग-फील्ड(Rotating field) पद्धत ही एक आहे जी बहुतेक व्यवहारात वापरली जाते.




**आकृती 1.1 अल्टरनेटिंग व्होल्टेज आणि करंट्सची निर्मिती**

**कार्याचे तत्त्व (Working Principle):** अल्टरनेटरचे कार्य फॅराडेच्या नियमावर आधारित आहे, जेथे कंडक्टर आणि चुंबकीय क्षेत्र यांच्यातील रेलॅटिव्ह मोशन (Relative Motion) विद्युत EMF प्रेरित करते

**सिंगल फेज अल्टरनेटरच्या मुख्य घटकांमध्ये खालील गोष्टी समाविष्ट होतात:**

**1. स्टेटर (Stator):** स्टेटर हा स्थिर भाग असतो ज्यामध्ये कॉपरच्या वायर्सने बनवलेल्या कॉइल्स असतात. या कॉइल्समधून अल्टरनेटिंग करंट तयार होतो.

**2. रोटर (Rotor):** रोटर हा फिरणारा भाग असतो ज्यामध्ये चुंबक असतो किंवा इलेक्ट्रोमॅग्नेट असतो. रोटर स्टेटरच्या आत फिरतो, ज्यामुळे चुंबकीय क्षेत्र स्टेटरच्या कॉइल्समधून बदलते.

**3. स्लिप रिंग्स आणि ब्रशेस (Slip Rings and Brushes):**

हे घटक रोटरला विद्युत उर्जा पुरवण्यासाठी आणि विदयुत ऊर्जा एकत्रितरित्या बाहेर घेण्यासाठी वापरले जातात.

**4. बेअरिंग्स (Bearings):**

बेअरिंग्स रोटरला गुळगुळीतपणे फिरण्यास मदत करतात.

**1.2 अल्टरनेटरचे महत्त्वाचे पॅरामीटर**:

1 .अल्टरनेटिंग क्वांटिटी
2. वेव्हफॉर्म्स (Simple Waveforms)
3. सायकल (Cycle)
4. पीक मूल्य (Peak Value) किंवा Amplitude
5. दोन फेज मधील फरक (Phase difference)
6. कालावधी (Time Period)
7. वारंवारता (Frequency)
8. रूट मीन स्क्वेअर (R.M.S.) किंवा प्रभावी मूल्य (RMS or Effective Value)
9. सरासरी मूल्य (Average Value)

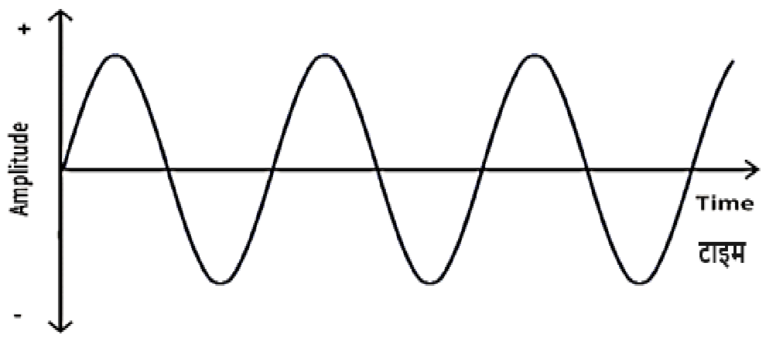
10. फॉर्म फॅक्टर (Form Factor)
11. पीक फॅक्टर (Peak Factor)

**1.अल्टरनेटिंग क्वांटिटी**:

अल्टरनेटिंग क्वांटिटी (Alternating Quantity) हे एक संकल्पना आहे, जिथे कोणत्याही घटकाचे (Parameter) मूल्य वेळोवेळी बदलत. या संकल्पनेत क्वांटिटीचे मूल्य एकदा (positive) आणि दुसऱ्यावेळी (negative) होते, किंवा मूल्य एकदा वाढते आणि कमी होते.

**2.वेव्हफॉर्म्स (Simple Waveforms):**

जे सादरीकरण (Representation) अल्टरनेटिंग (Alternating) सिग्नलला ग्राफिक रित्या X अक्ष (axis) आणि Y अक्ष (axis) यावर दर्शवते त्याला वेव्हफॉर्म म्हणतात.




**आकृती 1.2 वेव्हफॉर्म**

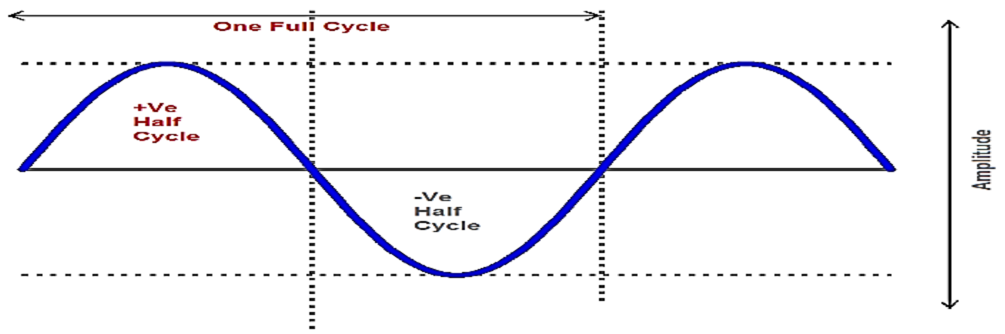
वेव्हफॉर्म वेगवेगळे प्रकारचे असू शकता.

**उदाहरणार्थ:** Sine Wave, Square Wave and Sawtooth Wave.etc.

**3.सायकल (Cycle):**

AC voltage किंवा AC current च्या एक संपूर्ण फेऱ्यास सायकल असे म्हणतात. जसे की साइन वेव्ह (Sinewave) Positive आणि Negative Value यांचा एक फेरा पूर्ण करते, त्याला साइन वेव्हचे एक सायकल असे म्हणतात.

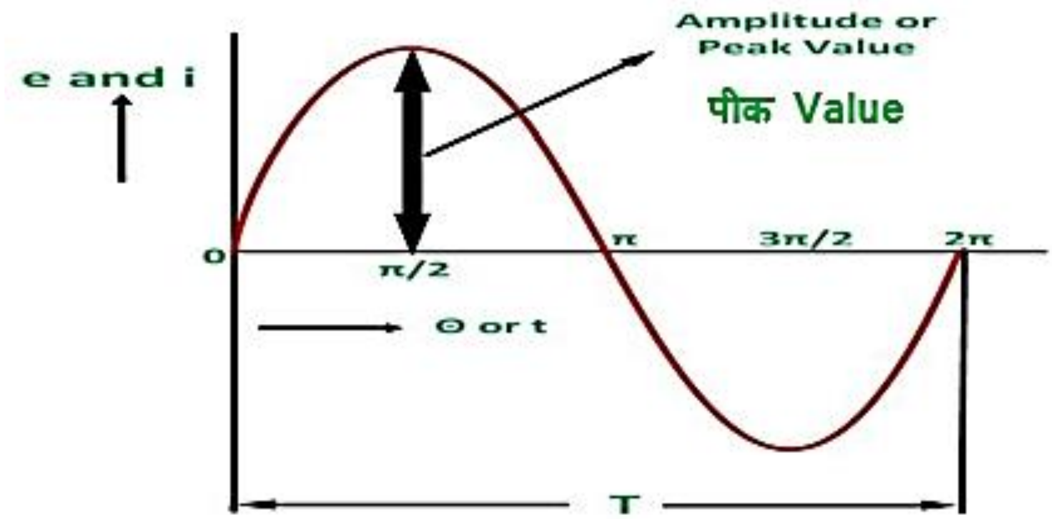
**सायकल (Cycle) =360$^0$.**




**आकृती 1.3 सायकल**

**4.पीक Value (Peak Value) किंवा Amplitude:**

प्रत्येक AC current हा sine wave च्या स्वरूपात पुष्कळ अशा instantaneous किमतीने बनलेला असतो. हि किंमत प्रत्येक क्षणाला बदलणारी असते. मध्य अक्षाच्या वरती व खाली अशा ठराविक जास्तीत जास्त किमतीला मिळणारी value ला peak value म्हणतात.

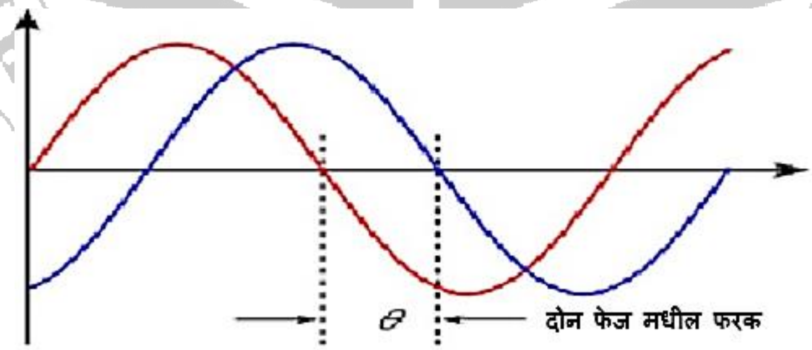



**आकृती 1.4 पीक Value**

**उदाहरणार्थ :** जर साइन वेव्ह 5V पॉझिटिव्ह हाफ सायकल आणि -5V निगेटिव्ह हाफ सायकल करत असेल, तर त्याचे पीक Value 5V आहे.

**5.दोन फेज मधील फरक (Phase difference):**

दोन फेज मधील फरक (Phase Difference) म्हणजे दोन सिग्नल्स किंवा वेव्हफॉर्म्स मधील वेळेच्या संदर्भात असलेल्या फेज मधील फरक.




**आकृती 1.5 दोन फेज मधील फरक (Phase Difference)**

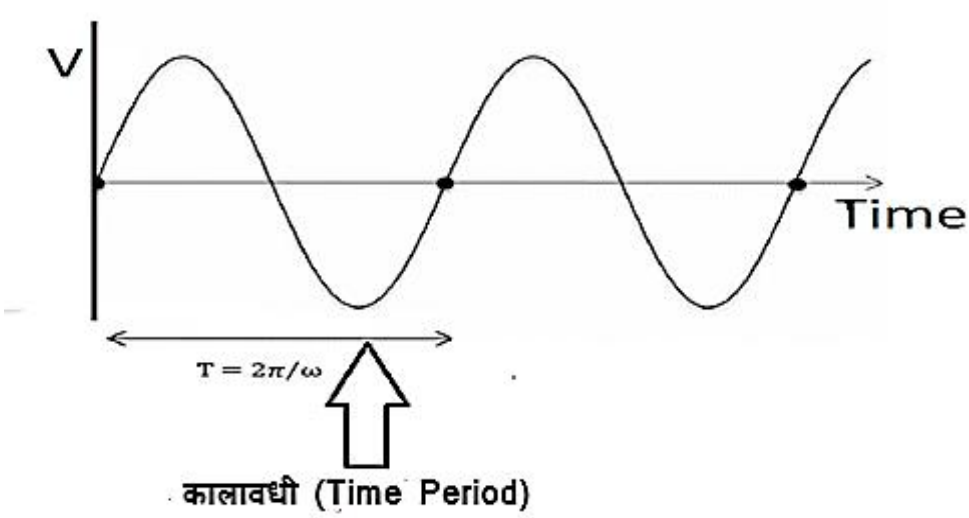
फेज अँगलची गणना रॅडियन किंवा डिग्रीमध्ये केली जाते.

**6.कालावधी (Time Period):**

AC Voltage किंवा AC Current यांना One Cycle पूर्ण करण्यासाठी लागणाऱ्या कालावधीला Time Period म्हणतात.

Time Period T - Constant Value द्वारे दर्शविला जातो.

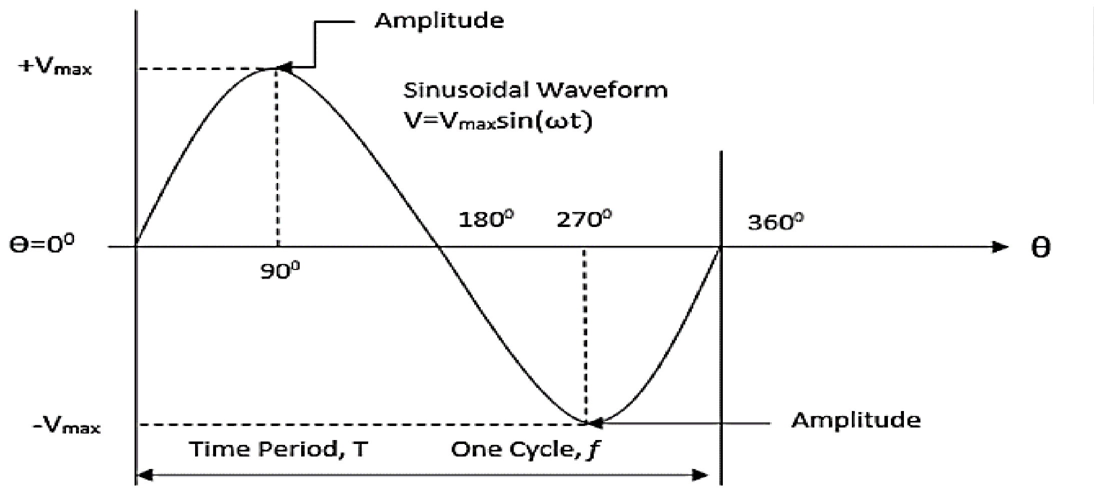
Time Period t - Instantaneous Value द्वारे दर्शविला जातो.
युनिट (Unit) = Second




**आकृती 1.6 कालावधी:(Time Period)**

**7. वारंवारता (Frequency):**

एक सेकंद मध्ये पूर्ण केलेल्या Number of Cycles सायकलच्या संख्याला वारंवारता (Frequency) म्हणतात आणि f ने दर्शविली जाते.




**आकृती 1.7 वारंवारता (Frequency)**

युनिट (Unit): Hz हर्टस
तसेच, Time Period हा वारंवारता (Frequency) चा Reciprocal असतो.

$$T = \frac{1}{f}$$

एसी पॉवर सप्लाय सिस्टमची सामान्य Frequency 50 Hz किंवा 60 Hz एव्हढी तयार केली जाते. परंतु भारत देश 50 हर्ट्झ पॉवर सिस्टम वापरतात, आणि अमेरिका, ब्राझील, कॅनडा असे देश 60 हर्ट्झ पॉवर सिस्टम वापरतात.

**8. रूट मीन स्क्वेअर मूल्य (R.M.S. Value):**

एखादया रेझिस्टन्स (Resistance) मधून विशिष्ट् वेळेसाठी DC करंट पाठवल्यास त्या Resistance मध्ये जेवढी उष्णता निर्माण होते, तेवढीच उष्णता त्याच Resistance मध्ये तेवढ्याच वेळेत निर्माण करण्यासाठी लागणाऱ्या AC करंटला रूट मीन स्क्वेअर मूल्य (R.M.S. Value) असे म्हणतात.

$\boldsymbol{Rms\ Value\ Vrms = 0.707V_m}$

$\boldsymbol{Rms\ Value\ Irms = 0.707V_m}$

**9.सरासरी मूल्य (Average Value):**

एसी वेव्हफॉर्मचे Average Value संपूर्ण चक्रातील व्होल्टेज किंवा करंटचे सरासरी मूल्य (Value) दर्शवते.

$V_{avg} = 0.637 \times V_m$

$I_{avg} = 0.637 \times I_m$

**10.फॉर्म फॅक्टर (Form Factor):**

RMS मूल्य (Value) व सरासरी मूल्य (Average Value) यांच्या गुणोत्तरास फॉर्म फॅक्टर असे म्हणतात.

$$\text{Form Factor} = \frac{\text{RMS Value}}{\text{Average Value}}$$

$$\text{Form Factor} = \frac{\text{Irms}}{\text{Iavg}}$$

$$\text{Form Factor} = \frac{0.707\text{Im}}{0.637\text{Im}}$$

Form Factor = 1.11

**11.पीक फॅक्टर (Peak Factor):**

Maximum (value) मूल्य आणि R.M.S (value) मूल्य यांच्या गुणोत्तरास पीक फॅक्टर Peak Factor) म्हणतात.

$$\text{पीक फॅक्टर}(\text{Peak Factor}) = \frac{\text{Maximum value}}{\text{R.M.S value}}$$

**1.2 सायनसॉइडल AC पुरवठ्यासाठी Pure R, L आणि C चा प्रतिसाद:**

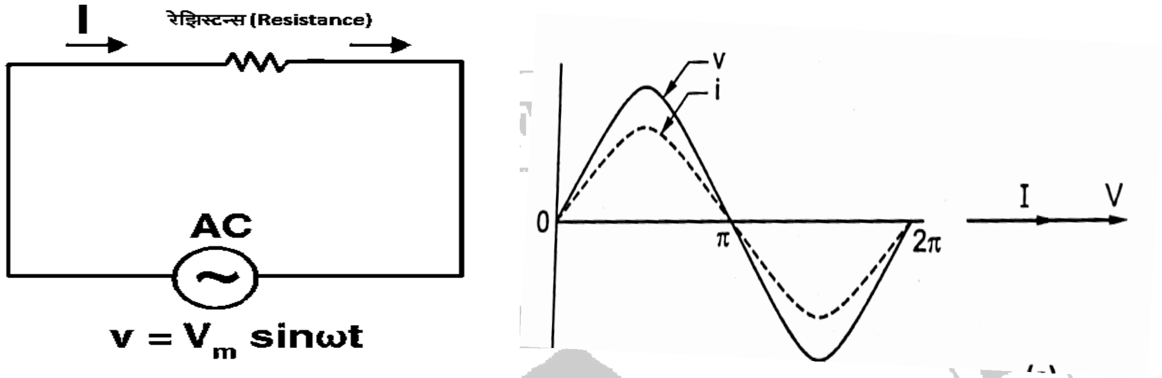
सर्व व्यावहारिक इलेक्ट्रिक सर्किट्समध्ये रेझिस्टर (R), इंडक्टर (L) आणि कॅपेसिटर (C) या तीन मूलभूत सर्किट घटकांचे संयोजन असते. आपल्याला माहित आहे की ज्या एककांमध्ये हे घटक मोजले जातात ते अनुक्रमे ओहम (Ohm), हेन्री (Henrry) आणि फॅराड (Farad) आहेत.

ओहमचा नियम रेझिस्टर,कॅपेसिटर आणि इंडक्टर साठीचे मूलभूत समीकरणे वापरून, आपण आता या मूलभूत सर्किट घटकांच्या R, L आणि C च्या सायनसॉइडल व्होल्टेज किंवा विद्युत् प्रवाहाचा अभ्यास करू शकतो.

### 1.3.1 Purely प्रतिरोधक (Resistive) AC सर्किट:

**Resistive AC** सर्किट विचारात घेऊ.

Purely Resistive एसी सर्किट म्हणजे एक असे सर्किट ज्यामध्ये फक्त रेझिस्टन्स (Resistance) असतो, आणि त्या सर्किटमध्ये एसी (Alternating Current) स्त्रोताद्वारे वीज प्रवाहित केली जाते.




**आकृती 1.8 सर्किट डायग्राम, वेव्हफॉर्म आणि व्हेक्टर डायग्राम**

समीकरण V = $V_m$ sin ωt द्वारे दर्शविलेले (Alternating) व्होल्टेज त्याच्या टर्मिनल्सवर कनेक्ट करूया. परिणामी, सर्किटमध्ये एक current स्थापित केला जाईल.

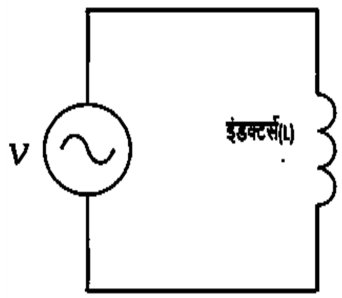
ओहमच्या नियमानुसार विद्युत् प्रवाहाचे मूल्य(Value) खालील प्रमाणे.

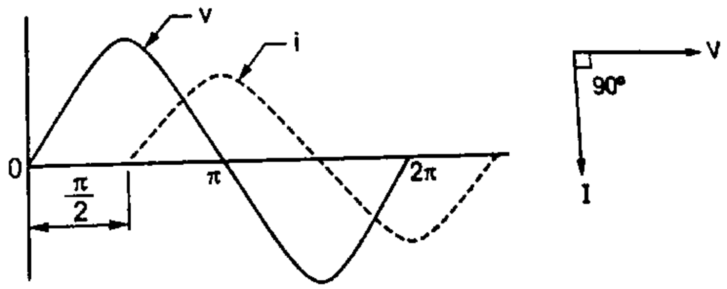
$$Irms = \frac{Vrms}{R} = \frac{0.707 * \mathrm{Vmax}}{R}$$

ज्या वेळीस करंट *Maximum (Im)* असेल त्यावेळेस त्याचे समीकरण $I_m$ sin ωt असेल.

### 1.3.2 Purely इंडक्टिव्ह (Inductive) AC सर्किट :

**Purely इंडक्टिव्ह (Inductive**) एसी सर्किट म्हणजे एक असे सर्किट ज्यामध्ये फक्त इंडक्टर्स (Inductors) असतात, आणि त्या सर्किटमध्ये वीज एसी (Alternating Current) द्वारे प्रवाहित केली जाते, तेव्हा इंडक्टरमध्ये Current वेगाने बदलतात, परंतु, इंडक्टिव्ह गुणधर्मामुळे, करंट व्होल्टेज पेक्षा $90^0$ अंश मागे असतो.






**आकृती 1.9 सर्किट डायग्राम, वेव्हफॉर्म आणि व्हेक्टर डायग्राम**

**1. Purely इंडक्टिव्ह (Inductive) सर्किटसाठी:**

व्होल्टेज V(t)= Vmsin (ωt)

करंट $I(t) = Im\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ हा इंडक्टर्स मधील व्होल्टेज आहे

$I$ हा इंडक्टरद्वारे विद्युत् करंट आहे.

$V_m$ and $I_m$ Peak Values व्होल्टेज आणि करंट

**2.इंडक्टिव्ह सर्किटमध्ये, इंडक्टरचा इम्पिडन्स (Z) खालीलप्रमाणे आहे**,

Z=jωL

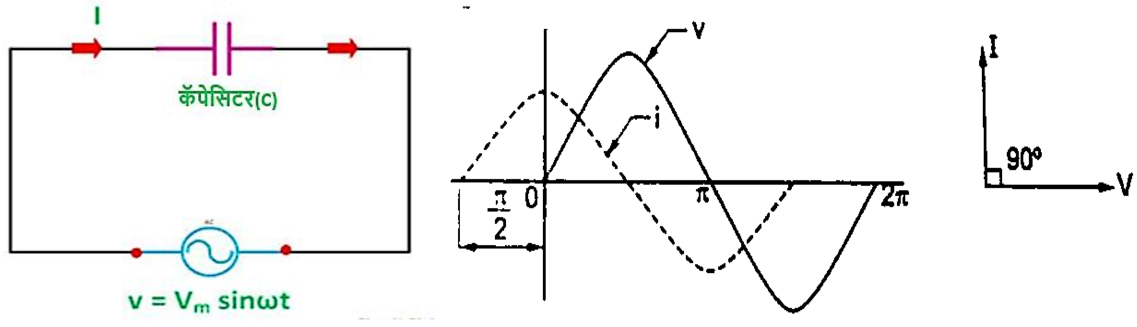
येथे,

j हा इमॅजिनरी युनिट (Imaginary Unit) आहे

L हा इंडक्टरचा इंडक्टन्स आहे.

**1.3.3 Purely कॅपॅसिटीव्ह (Capacitive) AC सर्किट**

AC सर्किटमध्ये एक Pure कॅपेसिटर विशिष्ट पद्धतीने कार्य करतो. त्याचे वर्तन कसे असते हे त्याच्या करंट-व्होल्टेज संबंध आणि इम्पिडन्स वैशिष्ट्यांद्वारे समजून घेऊ शकतो.




**आकृती 1.10 सर्किट डायग्राम, वेव्हफॉर्म आणि व्हेक्टर डायग्राम**

**1.करंट-व्होल्टेज संबंध**

एका कॅपेसिटरची कॅपेसिटन्स $C$ असेल तर त्यामधून जाणाऱ्या करंट $I(t)$आणि व्होल्टेज $V(t)$ यांच्यातील संबंध असा आहे:

$$I(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

**2.साइनसॉइडल AC व्होल्टेजला प्रतिसाद**

जेव्हा एका Pure कॅपेसिटरला साइनसॉइडल AC व्होल्टेज $V(t)$=$V_0$sin($\omega t$) लावले जाते, तेव्हा कॅपेसिटरमधून जाणारा करंट खालीलप्रमाणे आहे:

**व्होल्टेज:**

V($t$)= $V_0$ sin($\omega t$)

**करंट:**

करंट-व्होल्टेज संबंध वापरून

$$I(t) = C = \frac{dv(t)}{dt}$$

$$I(t) = C = \frac{dV0\sin(\omega t)}{dt}$$

I(t)= C $V_0\omega$ cos($\omega$t)

I(t)= $V_0$ $\omega$C cos($\omega$t)

I(t)= $V_0$ $\omega$C sin $\omega$t + $\frac{\pi}{2}$

म्हणून, करंट $I(t)$व्होल्टेज $V(t)$पेक्षा $90^0$ (अंश) (किंवा $\pi/2$ रेडियन) पुढे असतो.

**3. कॅपेसिटरचा इम्पिडन्स:**

कॅपेसिटरचा इम्पिडन्स $Z_C$ फ्रिक्वेंसी डोमेनमध्ये असा आहे:

$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

इथे,

$j$ म्हणजे इमॅजिनरी युनिट ($j^2$ = -1)

$\omega$ म्हणजे AC सिग्नलची अँग्युलर फ्रिक्वेंसी ($\omega$=2$\pi f$ जिथे $f$ म्हणजे फ्रिक्वेंसी).

**4.फेज अँगल:**

इम्पिडन्स चा फेज अँगल असा आहे:

$\theta$=−$90^0$ किंवा $\theta$=$-\frac{\pi}{2}$ रेडियन

हा फेज अँगल दर्शवतो की करंट व्होल्टेज पेक्षा $90^0$ अंश पुढे असतो.

AC सर्किटमध्ये, एक शुद्ध कॅपेसिटर करंटला व्होल्टेज पेक्षा $90^0$ अंश पुढे नेतो, आणि इम्पिडन्स फ्रिक्वेंसी वाढल्यावर कमी होते. यामुळे, कॅपेसिटर फिल्टरिंग सारख्या अनुप्रयोगांमध्ये उपयुक्त ठरतो, ज्यात तो कमी फ्रिक्वेंसी सिग्नल ब्लॉक करतो आणि उच्च फ्रिक्वेंसी सिग्नलला पास होऊ देतो.

**1.4 इलेक्ट्रिकल पॉवरचे प्रकार:**

इलेक्ट्रिकल पॉवरचे (वीज) विविध प्रकार असतात, आणि प्रत्येक प्रकाराची भिन्न भूमिका आणि महत्व आहे.

खाली दिलेल्या इलेक्ट्रिकल पॉवरचे प्रमुख प्रकार आणि त्यांची थोडक्यात माहिती दिली आहे:

### 1.4.1 ऍक्टिव्ह पॉवर (Active Power) किंवा वास्तविक वीज (Real Power) (P)

मोजण्याचे एकक **(Unit)** : वॅट्स (Watts) किंवा किलो वॅट्स (Kwatts)

स्पष्टीकरण: ऍक्टिव्ह पॉवर ही वीज आहे जी प्रत्यक्षात उपयुक्त कार्य करण्यासाठी वापरली जाते. हे ते वीज आहे जे वास्तवात काम करतो आणि ऊर्जा रूपांतरण करते, जसे की हीटिंग, मोटर चालवणे इत्यादी.

सूत्र :

$P = V \times I \times \cos(\phi)$

**इथे:**

$V$ म्हणजे व्होल्टेज (Voltage)

$I$ म्हणजे (Current)

$\cos(\phi)$ म्हणजे पॉवर फॅक्टर (Power Factor), जिथे $\phi$ हा Voltage आणि Current मधला अँगल आहे.

**उदाहरण:**

मानूया की आपल्याकडे एक विद्युत उपकरण आहे, जे 230V वर चालते आणि त्यामध्ये 5A Current प्रवाहित आहे. जर पॉवर फॅक्टर 0.8 असेल तर ऍक्टिव्ह पॉवर कशी मोजायची ते पाहूया.

**Ans**:

P=V × I × cos(ϕ)

P= 230 x 5 x 0.8

P= 920W

याचा अर्थ आपले उपकरण 920 वॅट्स ऍक्टिव्ह पॉवर वापरत आहे.

### 1.4.2 रिऍक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power) ($Q$)

**मोजण्याचे एकक (Unit)**: VAR किंवा KVAR

**स्पष्टीकरण** : रिऍक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power) ही अशी वीज आहे जी इंडक्टर्स (चुंबकीय क्षेत्र निर्माण करणारे घटक) आणि कॅपॅसिटर्स (विद्युत क्षेत्र निर्माण करणारे घटक) यांच्या मुळे साठवली जाते आणि त्यानंतर सर्किटमध्ये परत पाठवली जाते. ही वीज प्रत्यक्ष कार्य करण्यासाठी वापरली जात नाही, परंतु ती विद्युत सर्किटमध्ये आवश्यक असलेल्या विद्युत आणि चुंबकीय क्षेत्रे निर्माण करण्यासाठी महत्त्वाची असते.

सूत्र:

$Q = V \times I \times \sin(\phi)$

**इथे,**

म्हणजे व्होल्टेज (Voltage)

म्हणजे (Current)

जिथे $\phi$ हा Voltage आणि Current मधला अँगल आहे.

**उदाहरण:**

मानूया की आपल्याकडे एक विद्युत उपकरण आहे जे 230V वर चालते आणि त्यामध्ये 8A Current

प्रवाहित आहे. जर पॉवर फॅक्टर 0.8 असेल तर रिऍक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power) कशी मोजायची ते पाहूया.

Ans:

$Q = V \times I \times \sin(\phi)$

$\cos(\phi) = 0.8$

$\sin(\phi) = 0.6$

$Q = 230 \times 5 \times 0.6$

**Q = 690VAR**

**1.4.3 अप्परेन्ट पॉवर (Apparent Power) (S)**

**मोजण्याचे एकक (Unit):** व्होल्ट-अँपिअर (VA)

**स्पष्टीकरण:** अप्परेन्ट पॉवर ही सर्किटमध्ये उपस्थित असलेल्या ऍक्टिव्ह पॉवर (Active Power) आणि रिऍक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power) यांचा एकत्रित परिणाम आहे. ही वीज सर्किटमध्ये पुरविलेल्या एकूण वीजेचे प्रतिनिधित्व करते. अप्परेन्ट पॉवर म्हणजे विद्युत सर्किटमध्ये वाहणाऱ्या व्होल्टेज आणि करंटचा गुणाकार होय.

**सूत्र :** $S = V \times I$

पॉवर triangle च्या आधारावर अप्परेन्ट पॉवर आणि इतर वीज प्रकारांमधील संबंध असे आहे

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

P म्हणजे ऍक्टिव्ह पॉवर (Active Power)

$Q$ म्हणजे रिऍक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power)

**उदाहरण:**

मानूया की आपल्याकडे एक विद्युत सर्किट आहे ज्यामध्ये व्होल्टेज $V$=230$V$ आणि Current $I$ = 5 $A$ आहे. या सर्किटमधील अप्परेन्ट पॉवर कशी मोजायची ते पाहूया:

**Ans:**

$S = V \times I$

$S = 230 \times 5$

S= 1150 VA

**1.4.4. कॉम्प्लेक्स पॉवर (Complex Power)**

**मोजण्याचे एकक (Unit):** व्होल्ट-अँपिअर (VA)

**स्पष्टीकरण**: कॉम्प्लेक्स पॉवर (Complex Power) ऍक्टिव्ह पॉवर आणि रिऍक्टिव्ह पॉवर यांचा एकत्रिकरणला कॉम्प्लेक्स पॉवर असे म्हणतात.

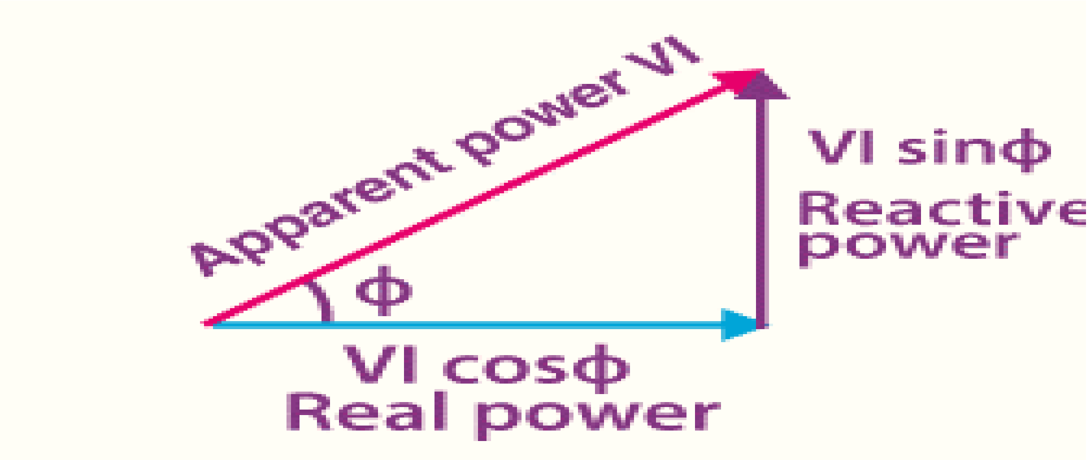
$S=P+jQ$

इथे $j$ हा इमॅजिनरी एकक आहे.

**1.4.5 पॉवर ट्रँगल (Power Triangle):**

पॉवर ट्रँगल (Power Triangle) हा एक भौमितीय त्रिकोण आहे जो विद्युत सर्किटमध्ये ऍक्टिव्ह पॉवर (Active Power),रिऍक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power), आणि अप्परेन्ट पॉवर (Apparent Power)

यांच्यातील परस्परसंबंध दर्शवतो. या त्रिकोणाच्या माध्यमातून विद्युत सर्किटमधील विविध वीज प्रकारांचा संबंध आकृतीने सहजतेने समजू शकतो.




**आकृती 1.11 पॉवर ट्रँगल**

**त्रिकोणाचे संबंध (पॉवर ट्रँगल) :**

पॉवर ट्रँगल बाजूंमधील संबंध खालील प्रमाणे आहे:

पायथा गोरस नियम वापरून

$S^2 = P^2 + Q^2$

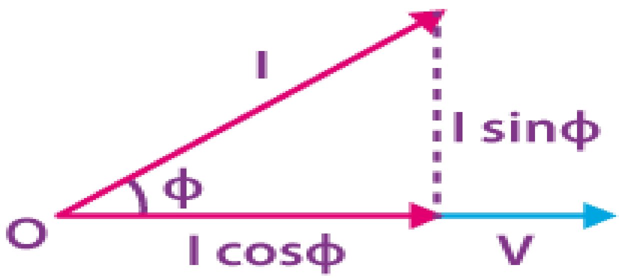
अर्थात:

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

**1.4.6 पॉवर फॅक्टर (Power Factor):**

**Power Factor** (पॉवर फॅक्टर) हा एक महत्त्वाचा घटक आहे, जो सर्किटच्या कार्यक्षमतेचा मापक आहे.

Power Factor= $\cos(\phi) = \frac{P}{S}$




**आकृती 1.12 पॉवर फॅक्टर**

पॉवर फॅक्टर $\cos(\phi)$ म्हणून देखील दर्शवला जातो. $\phi$ हा व्होल्टेज आणि करंट कोन (Angle) (Phase Difference) आहे.

**उदाहरण:**

मानूया की आपल्याकडे एक विद्युत सर्किट आहे ज्यामध्ये ॲक्टिव्ह पॉवर $P = 800W$, रिॲक्टिव्ह पॉवर $Q$=600$VAR$ तर अप्परेन्ट पॉवर $S$ आणि पॉवर फॅक्टर (Power Factor) कसे मोजायचे ते पाहूया:

**Ans:**

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$
$$S = \sqrt{800^2 + 600^2}$$

**S = 1000VA**

पॉवर फॅक्टर: Power Factor

$$\cos(\phi) = \frac{800}{1000}$$

**=0.8**

**पॉवर फॅक्टरचे महत्व:**

**कार्यक्षमतेचे मापन:** पॉवर फॅक्टरचा वापर सर्किटची कार्यक्षमता मोजण्यासाठी केला जातो.

**डिझाइन आणि विश्लेषण:** पॉवर ट्रँगल माध्यमातून सर्किटच्या विविध वीज घटकांचे विश्लेषण आणि डिझाइन करणे सोपे होते.

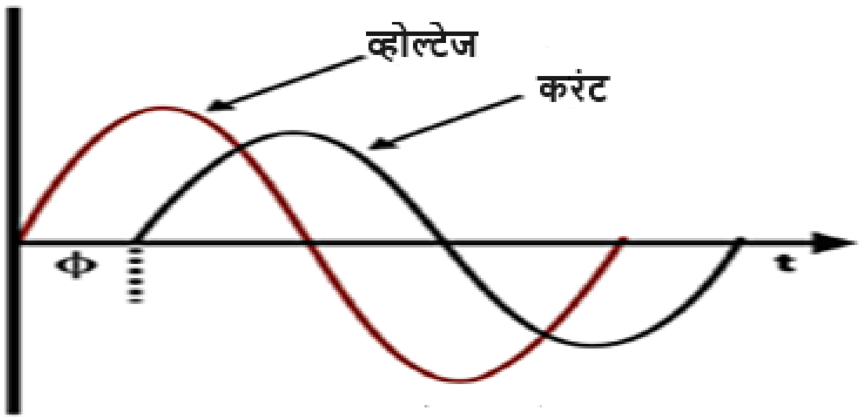
**ऊर्जा व्यवस्थापन:** प्रभावी ऊर्जा व्यवस्थापनासाठी आणि उर्जा बचतीसाठी पॉवर ट्रँगल वापर केला जातो.

**1.5 पॉवर फॅक्टरचे प्रकार (Types of Power Factor):**

पॉवर फॅक्टर (Power Factor) हे एक प्रमाण आहे जे विद्युत सर्किटमध्ये व्होल्टेज आणि करंट यांच्यातील phase Difference दर्शवते. हे सर्किटची कार्यक्षमता मोजते. पॉवर फॅक्टर तीन प्रमुख प्रकारांमध्ये वर्गीकृत केले जाते: लॅगिंग (मागे असणारे), लीडिंग (पुढे असणारे), आणि युनिटी (सर्वोच्च)

**1.5.1 लॅगिंग पॉवर फॅक्टर (Lagging Power Factor):**

- लॅगिंग पॉवर फॅक्टर म्हणजे जेव्हा करंट (Current) व्होल्टेजच्या (Voltage) मागे असते.




**आकृती 1.13 लॅगिंग पॉवर फॅक्टर वेव्हफॉर्म**

- हे सहसा इंडक्टिव्ह लोड (Inductive Load) असलेल्या सर्किटमध्ये होते, जसे की मोटर्स, ट्रान्सफॉर्मर्स, आणि रिअक्टर्स.
- cos(ϕ), जिथे $\phi$ हा फेज कोन (Phase Angle) आहे.

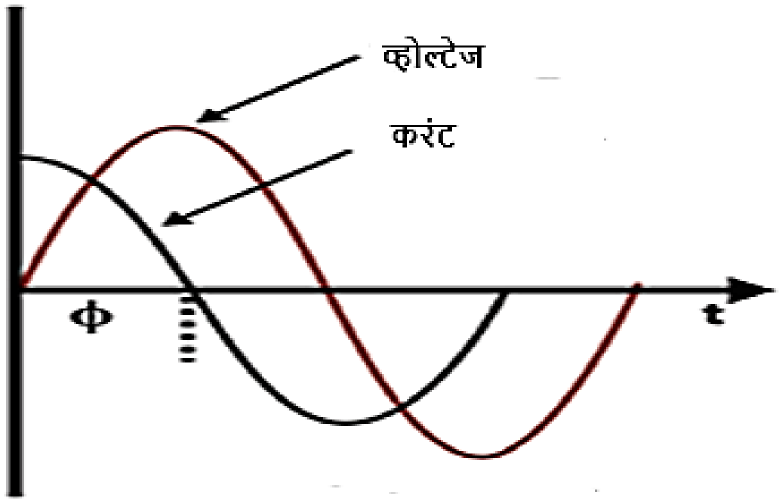
**उदाहरण:**

इंडक्टिव्ह लोडमुळे, करंट आणि व्होल्टेज यांच्यातील फेज कोन $30^0$ असल्यास

Power Factor = cos $(30^0)$ = 0.866

**1.5.2.लीडिंग पॉवर फॅक्टर (Leading Power Factor**)

लीडिंग पॉवर फॅक्टर म्हणजे जेव्हा करंट (Current) व्होल्टेजच्या (Voltage) पुढे असते.




**आकृती 1.14 लीडिंग पॉवर फॅक्टर वेव्हफॉर्म**

हे सहसा कॅपॅसिटिव्ह लोड (Capacitive Load) असलेल्या सर्किटमध्ये होते, जसे की कॅपॅसिटर बँक्स आणि काही प्रकारचे इलेक्ट्रॉनिक उपकरणे.

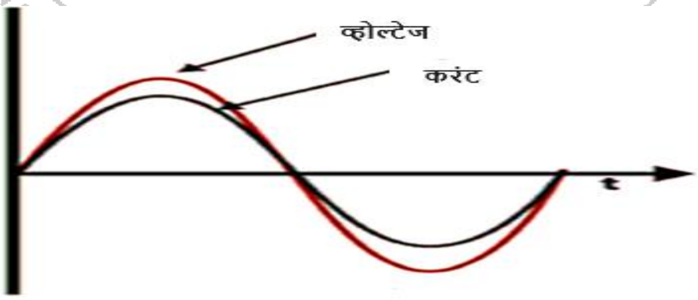
**उदाहरण:**

कॅपॅसिटिव्ह लोडमुळे, करंट आणि व्होल्टेज यांच्यातील फेज angle $45^0$ असल्यास :-

Power Factor = cos ($45^0$) = 0.707

**1.5.3.युनिटी पॉवर फॅक्टर (Unity Power Factor):**

- युनिटी पॉवर फॅक्टर म्हणजे जेव्हा करंट (Current) आणि व्होल्टेज (Voltage) एकमेकांच्या सोबत(In phase) असतात.
- हे पॉवर फॅक्टर सर्वोत्तम आहे, कारण यामध्ये विद्युत उर्जा पूर्ण कार्यक्षमतेने वापरली जाते.




**आकृती 1.15; व्होल्टेज करंट वेव्हफॉर्म**

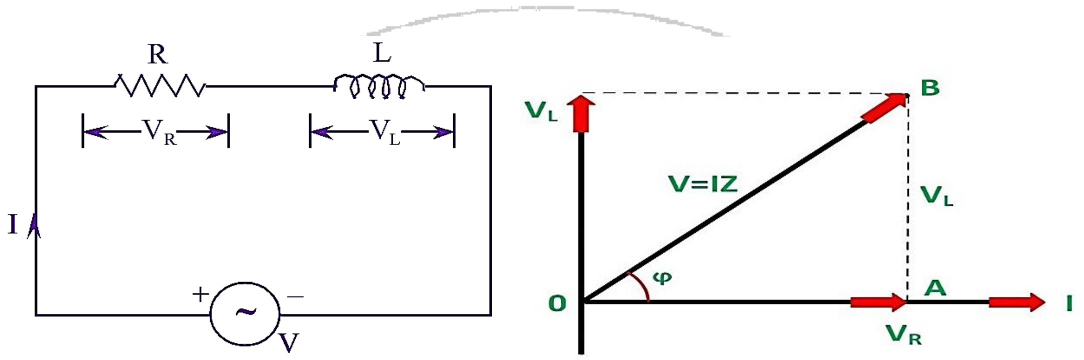
**उदाहरण:**

जेव्हा फेज angle शून्य असतो :-

Power Factor=cos($0^0$) =1 असतो.

### 1.6 R-L (रेझिस्टर - इन्डक्टर) AC सिरीज सर्किट

R-L सिरीज सर्किट (रेझिस्टर - इन्डक्टर सिरीज सर्किट) हा एक साधा विद्युत सर्किट आहे, ज्यामध्ये एक रेझिस्टर (Resistor) आणि एक इन्डक्टर (Inductor) सिरीजमध्ये जोडलेले असतात. अशा सर्किटमध्ये, रेझिस्टन्स (R) आणि इंडक्टन्स (L) या दोन घटकांमुळे सर्किटमधील विद्युत (Current) प्रवाहाची हालचाल आणि प्रेरित (induce) EMF वर परिणाम होतो.




**आकृती 1.16 R-L A.C सिरीज सर्किट आणि व्हेक्टर डायग्राम**

**1. R-L सिरीज AC सर्किटमधील करंट आणि व्होल्टेज संबंध:**

R-L सिरीज AC सर्किटमध्ये, रेझिस्टर (Resistor) आणि एक इन्डक्टर (Inductor) हे घटक सिरीजमध्ये जोडलेले असतात. बदलत्या AC व्होल्टेज मुळे सर्किटमध्ये करंट आणि व्होल्टेज यांचे वेगवेगळे फेज रिलेशन शिप असते.

**2. करंट आणि व्होल्टेज फेज रिलेशनशिप:**

**व्होल्टेज $V_R$** रेझिस्टन्स $R$ वरचे व्होल्टेज $V_R$ हे प्रवाह $I$ सोबत फेजमध्ये असते.

$V_R = I \times R$

**व्होल्टेज $V_L$** इंडक्टन्स $L$ वरचे व्होल्टेज $V_L$ हे प्रवाह $I$ पेक्षा $90^0$ पुढे असते.

$V_L = I \cdot XL$

$V_L = I \cdot \omega L$

इथे, $\omega = 2\pi f$

**एकूण व्होल्टेज $V$ =** एकूण लागू केलेले व्होल्टेज $V$ हे $V_R$ आणि $V_L$ यांचे व्हेक्टर एकत्रीकरण आहे.

**3. व्हेक्टर डायग्राम (Vector Diagram):**

व्हेक्टर डायग्राम सर्किटमधील व्होल्टेज आणि प्रवाहाच्या संबंधाचे सादरीकरण करते. R-L सिरीज सर्किटसाठी, रेझिस्टन्स व्होल्टेज $V_R$ आणि इंडक्टर व्होल्टेज (Inductor) $V_L$ यांचे एकत्रीकरण एकूण लागू केलेले (Supply Voltage) व्होल्टेज $V$ दाखवते .

$V = \sqrt{VR^2 + VL^2}$

**4. इम्पिडन्स (Impedance)**:

इम्पिडन्स ट्रँगल (Impedance triangle) हा इम्पिडन्स $Z$ ,रेझिस्टन्स $R$ आणि इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स $X_L$ यांचा ट्रँगल आहे.

Z=$\sqrt{R^2 + XL^2}$

Z = इम्पिडन्स

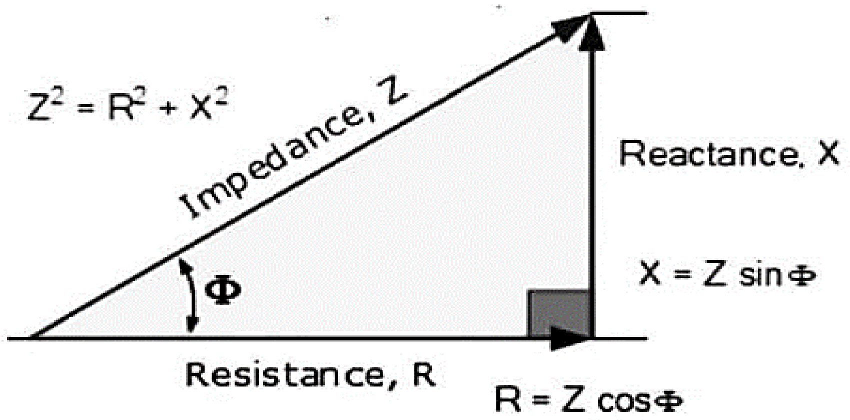
$R$= रेझिस्टन्स

$X_L$= इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स

जेथे $\omega$=2$\pi f$ (angular frequency)

आणि

$L$ = इंडक्टन्स




**आकृती 1.17 इम्पिडन्स ट्रँगल (Impedance triangle)**

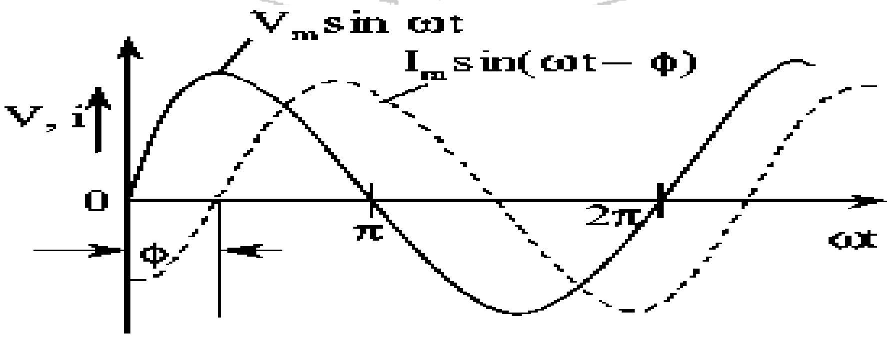
**5. R-L सिरीज A.C. सर्किटमधील करंट आणि** व्होल्टेज **वेव्हफॉर्म:**

**व्होल्टेज वेव्हफॉर्म:** A.C. सर्किटमध्ये लागू केलेले व्होल्टेज (Supply Voltage) सहसा साइन वेव्हच्या स्वरूपात असते.

V $(t)$=$Vm$sin $(\omega t)$

**करंट वेव्हफॉर्म:** R-L सिरीज सर्किटमध्ये करंट $I(t)$ सुद्धा साइन वेव्हच्या स्वरूपात असतो, परंतु तो व्होल्टेजपेक्षा फेजमध्ये $\phi$ ने मागे असतो . $\phi$ ला फेज अँगल म्हणतात.

$I(t)=Im \sin(\omega t-\phi)$




**आकृती 1.18 करंट आणि व्होल्टेज वेव्हफॉर्म**

**6. फेज अँगल ($\phi$):**

फेज अँगल $\phi$ हा व्होल्टेज आणि करंटच्या वेव्हफॉर्ममधील कोनचा फरक (Phase Angle) दर्शवितो. R-L सिरीज सर्किटमध्ये, Inductance मुळे करंट व्होल्टेजपेक्षा मागे असतो. हे अंतर $\phi$ हा कोन (Angle) दर्शवितो.

$\phi = \tan^{-1}(\frac{XL}{R}) = \tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})$

**संख्यात्मक:**

1. एका सर्किट चा रेझिस्टन्स R=110Ω आणि, $L$=0.5$H$ आहे लागू केलेले (Supply Voltage) व्होल्टेज $V$=230$V$ वारंवारता $f$=50$Hz$ तर खालील पॅरामीटर शोधा १. इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स ($X_L$) , इम्पिडन्स ($Z$) ,सर्किट करंट (I) आणि पॉवर फॅक्टर

**Ans**

**1. इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स ($X_L$) शोधू**:

$X_L = \omega L$

$= 2\pi f L$

$= 2\pi \times 50 \times 0.5$

**=157Ω**

**2. इम्पिडन्स ($Z$) शोधू:**

$Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$

$Z = \sqrt{110^2 + 157^2}$

Z= 191.7 Ω

**3. प्रवाह (I) शोधू**

$I = (\frac{V}{Z})$

$= (\frac{230}{191.7})$

**I= 1.2 Amp**

**4.पॉवर फॅक्टर**

$\cos(\phi) = (\frac{R}{Z})$

$\cos(\phi) = (\frac{110}{191.7})$ = **0.574 lagging**

**संख्यात्मक 2**: समजा आपल्याकडे एक R-L सिरीज सर्किट आहे ज्यात: $R$ = 10Ω ,=0.1$H$ लागू केलेले व्होल्टेज (Supply Voltage) $V$=230$V$ वारंवारता $f$=50$Hz$. तर खालील पॅरामीटर find करा १. इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स ($X_L$) , इम्पिडन्स ($Z$) ,सर्किट करंट (I) ,पॉवर फॅक्टर ,व्होल्टेज $V_R$ आणि $V_L$ आणि फेज अँगल ($\phi$)

**Ans**

**1. इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स ($X_L$) शोधू**:

$X_L = \omega L$

$= 2\pi f L$

$= 2\pi \times 50 \times 0.1$

**=31.42Ω**

**2. इम्पिडन्स ($Z$) शोधू:**

Z=$\sqrt{R^2+XL^2}$

Z=$\sqrt{10^2+31.42^2}$

**Z= 32.9 Ω**

3. **प्रवाह (I) शोधू:**

$I = (\frac{V}{Z})$

= $(\frac{230}{32.9})$

**I= 6.99 Amp**

4. **व्होल्टेज $V_R$ आणि $V_L$ शोधू:**

$V_R$=$I$ x $R$ = 6.99 x 10= **69.9$V$**

$V_L$=$I$ x $XL$= 6.99 x 31.42 ≈ **219v**

5. **फेज अँगल ($\phi$) शोधू:**

$\tan(\phi) = (\frac{XL}{R})$

$\tan(\phi) = (\frac{31.42}{10})$

$\tan(\phi) =$ 3.142

**$\phi$= 72.34$^0$**

6. **एकूण व्होल्टेज ($V$):**

V=$\sqrt{VR^2+VL^2}$

V=$\sqrt{(69.9)^2+(219.5)^2}$

**V=230V**

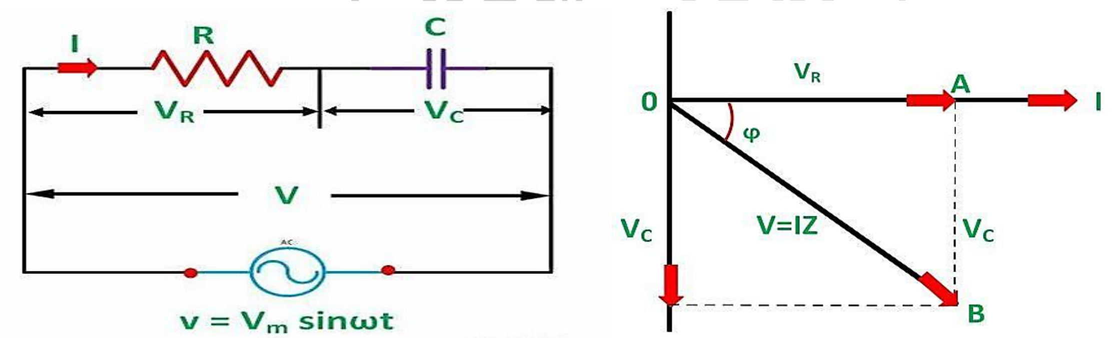
**7.पॉवर फॅक्टर:**

$\cos(\phi) = (\frac{R}{Z})$

$\cos(\phi) = (\frac{10}{32.9})$ = **0.304 lagging**

**1.7 R-C (रेझिस्टर - कपॅसिटर) A.C सिरीज सर्किट:**

R-C सिरीज A.C. सर्किट ज्यामध्ये, रेझिस्टर (R) ohms आणि कपॅसिटर (C) Farad हे दोनी घटक Series मध्ये असतात त्याला RC Series सर्किट म्हणून ओळखले जाते, जेव्हा सायनसॉइडल व्होल्टेज लागू केला तेव्हा करंट(I) हा, रेझिस्टन्स (R) आणि सर्किटच्या कपॅसिटर (C) मधून वाहतो.




**आकृती 1.19 R-C सिरीज सर्किट व व्हेक्टर डायग्राम**

**1. R-C सिरीज A.C. सर्किटमधील करंट आणि व्होल्टेज संबंध:**

R-C सिरीज A.C. सर्किटमध्ये, रेझिस्टन्स (R) आणि कॅपॅसिटन्स (C) हे घटक सिरीजमध्ये जोडलेले असतात, बदलत्या A.C. व्होल्टेजमुळे सर्किटमध्ये करंट आणि व्होल्टेज यांचे वेगवेगळे फेज रिलेशनशिप असते.

**करंट आणि व्होल्टेजचे फेज रिलेशनशिप:**

**व्होल्टेज $V_R$:**

रेझिस्टन्स $R$ वरचे व्होल्टेज $V_R$ हे करंट $I$ सोबत फेजमध्ये असते.

$V_R = I \times R$

**व्होल्टेज $V_C$ कॅपॅसिटन्स C :**

कॅपॅसिटन्स C वरचे व्होल्टेज $V_C$ हे करंट $I$ पेक्षा $90^0$ मागे असते.

$V_C = I \cdot X_C$

$V_C = I \times (\frac{1}{\omega C})$

इथे, $\omega = 2\pi f$

$X_C = (\frac{1}{2\pi f C})$

**एकूण व्होल्टेज $V$=** एकूण लागू केलेले व्होल्टेज(Supply voltage) $V$ हे $V_R$ आणि $V_C$ यांचे व्हेक्टर एकत्रीकरन आहे.

$V = \sqrt{VR^2 + VC^2}$

**2. इम्पिडन्स (Impedance)**:

इम्पिडन्स (Impedance) ट्रँगल हा इम्पिडन्स $Z$, रेझिस्टन्स $R$ आणि कॅपॅसिटीव्ह रिऍक्टन्स $X_C$ यांचा ट्रँगल आहे.

$Z = \sqrt{R^2 + XC^2}$

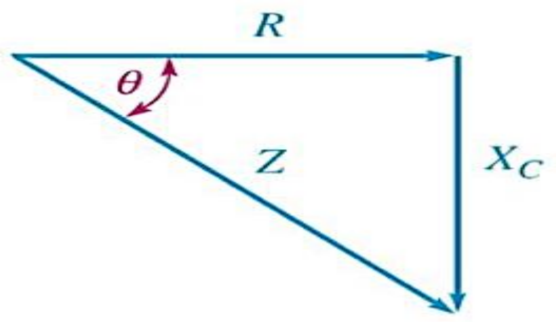
Z = इम्पिडन्स

$R$= रेझिस्टन्स

$X_C = (\frac{1}{2\pi f C})$

$X_C$= कॅपॅसिटीव्ह रिऍक्टन्स

जेथे $\omega = 2\pi f$ (Angular Freq) आणि C = कॅपॅसिटन्स




**आकृती 1.20 इम्पिडन्स ट्रँगल (Impedance Triangle)**

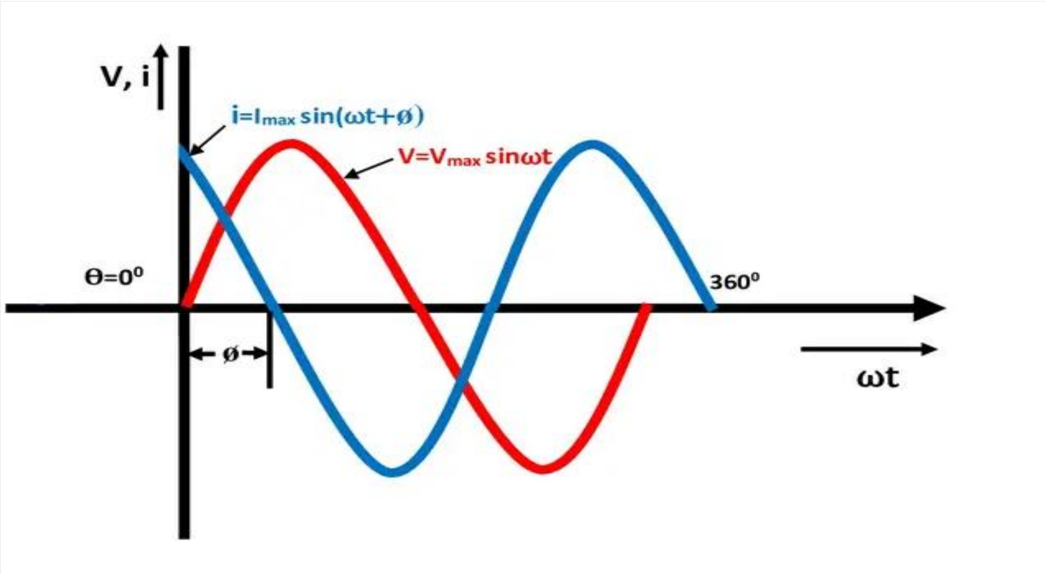
**3. R-C सिरीज A.C. सर्किटमधील करंट आणि व्होल्टेज वेव्हफॉर्म**

**व्होल्टेज वेव्हफॉर्म:** A.C. सर्किटमध्ये लागू केलेले व्होल्टेज सहसा साइन वेव्हच्या स्वरूपात असते.

$V(t) = Vm \sin(\omega t)$

**करंट वेव्हफॉर्म:** R-C सिरीज सर्किटमध्ये करंट $I(t)$ सुद्धा साइन वेव्हच्या स्वरूपात असतो, परंतु तो व्होल्टेजपेक्षा फेजमध्ये $\phi$ ने पुढे असतो . $\phi$ ला फेज अँगल म्हणतात.

$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$




**आकृती 1.21 व्होल्टेज आणि वेव्हफॉर्म**

**4. फेज अँगल ($\phi$):**

फेज अँगल $\phi$ हा व्होल्टेज आणि प्रवाहाच्या वेव्हफॉर्ममधील कोण (Phase angle) दर्शवितो. R-C सिरीज सर्किटमध्ये, कॅपॅसिटन्स मुळे करंट हा व्होल्टेज पेक्षा पुढे असतो. हे अंतर $\phi$ हा कोण (angle) दर्शवितो.

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{XC}{R}\right)$

$\cos\phi = \left(\frac{R}{Z}\right)$

$(t)=V_m \sin(\omega t)$

$I(t)=I_m \sin(\omega t + \phi)$

**संख्यात्मक** 1.

समजा आपल्याकडे एक R-C सिरीज सर्किट आहे इम्पिडन्स $(Z) = (75 - j53.05)\ \Omega$ लागू केलेले व्होल्टेज(Supply Voltage) $V$=230$V$, वारंवारता $f$=50$Hz$ तर खालील पॅरामीटर शोधा १.इम्पिडन्स $(Z)$ ,सर्किट करंट (I) आणि ॲक्टिव्ह पॉवर(P)

**Ans:**

**1.इम्पिडन्स $(Z)$शोधू:**

$Z=\sqrt{R^2 + Xc^2}$

$Z=\sqrt{75^2 + 53.05^2}$

**Z= 91.87 Ω**

**2. करंट (I) शोधू:**

$I = (\frac{V}{Z})$

$= (\frac{230}{91.87})$

**I= 2.5 Amp**

**3.पॉवर फॅक्टर:**

$\cos(\phi) = (\frac{R}{Z})$

$\cos(\phi) = (\frac{75}{91.87}) =$

$\cos(\phi) =$ **0.82 lead**

**4.ऍक्टिव्ह पॉवर(P)**

**P= VI** $\cos(\phi)$ =230 x 2.5 x 0.82

**P= 471.5W**

**संख्यात्मक 2.**समजा आपल्याकडे एक R-C सिरीज सर्किट आहे ज्यात: $R$=100Ω C=50 **μ**-F लागू केलेले व्होल्टेज (Supply Voltage) $V$=230$V$, वारंवारता (Freq) $f$=50$Hz$. शोधा १.इम्पिडन्स ($Z$) 2.सर्किट करंट (I) 3.व्होल्टेज ड्रॉप 4. फेज अँगल ($\phi$) 5.पॉवर फॅक्टर

**Ans:**

**1 कॅपॅसिटीव्ह रिऍक्टन्स ($X_C$) शोधू:**

$X_C = (\frac{1}{2\pi fC})$

$= (\frac{1}{2\pi * 50 * 50 * 10-6})$

**$X$c =63.66** Ω

**2. इम्पिडन्स ($Z$) शोधू:**

$Z = \sqrt{R^2 + Xc^2}$

$Z = \sqrt{100^2 + 63.33^2}$

**Z = 118.54 Ω**

**3. करंट (I) शोधू:**

$I = (\frac{V}{Z})$

$= (\frac{230}{118.54})$

**I= 1.94 Amp**

**4. व्होल्टेज ड्रॉप (Voltage drop) $V_R$ आणि $V_c$ शोधू:**

$V_R = I$ x $R$ = 1.94 x 100= **194$V$**

$V_c = I$ x $X$c = 1.94 x 63.66 ≈ **123.5V**

**5. फेज अँगल ($\phi$) शोधू:**

$\tan(\phi) = (\frac{Xc}{R})$

$\tan(\phi) = (\frac{63.33}{100})$

$\tan(\phi) =$ 0.634

**ϕ= 32.37**

**6. एकूण व्होल्टेज ($V$):**

V=$\sqrt{VR^2 + Vc^2}$

V=$\sqrt{(194)^2 + (123.5)^2}$

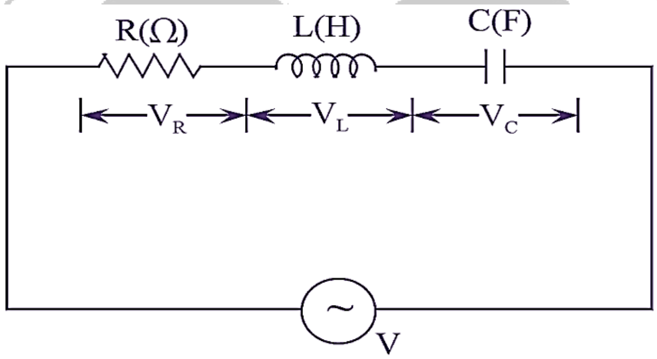
**V=230V**

**7.पॉवर फॅक्टर:**

cos($\phi$) = ( $\frac{R}{Z}$ )

cos($\phi$) = ( $\frac{100}{118.54}$ ) = **0.843 lead**

**1.8 R-L-C सिरीज सर्किट (R-L-C Series Circuit**) हा विद्युत सर्किटचा एक प्रकार आहे ज्यामध्ये रेझिस्टर (R), इन्डक्टर (L), आणि कपॅसिटर (C) हे सिरीज कनेक्शन मध्ये जोडलेले असतात, RLC सर्किटमध्ये, हे तीन घटक एकाच लाईनमध्ये जोडले जातात, ज्यामुळे एकच Current सर्व घटकांमधून प्रवाहित होतो.




**आकृती 1.22 R-L-C सिरीज सर्किट**

**RLC सिरीज सर्किटमध्ये व्होल्टेज ड्रॉप**:

RLC सिरीज सर्किटमध्ये तीन प्रमुख घटक असतात:

रेझिस्टर (R), इन्डक्टर (L), आणि कपॅसिटर (C)

**1. रेझिस्टन्स (R) वरील व्होल्टेज ड्रॉप:**

**रेझिस्टन्स (R)** वरील व्होल्टेज ड्रॉप ($V_R$) हा ओहमच्या नियमानुसार काढला जातो:

$V_R = I \cdot R$

जिथे $I$ हा सर्किटमधून जाणारा प्रवाह आहे.

**2. इन्डक्टर (L) वरील व्होल्टेज ड्रॉप**:

**इन्डक्टर** वरील व्होल्टेज ड्रॉप ( $V_L$ ) हा इंडक्टिव्ह रिएक्टन्स वर अवलंबून असतो:

$V_L = I \cdot X_L$

जिथे $X_L = \omega L$

$X_L = \omega L$ हा इंडक्टिव्ह रिएक्टन्स आहे आणि $\omega$ ही कोनीय वारंवारता (Angular Frequency) आहे:

$\omega = 2\pi f$ जिथे $f$ ही वारंवारता आहे.

**3. कपॅसिटर (C) वरील व्होल्टेज ड्रॉप**:

**कपॅसिटर** वरील व्होल्टेज ड्रॉप ($V_C$) हा कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स अवलंबून असतो:

$V_C = I \cdot X_C$

जिथे $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$X_C$ हा कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स आहे

### 1.8.1. RLC सिरीज सर्किटमध्ये रिएक्टन्स कंडिशन

**1.कंडिशन $X_L > X_C$ 2. कंडिशन $X_L < X_C$ 3. कंडिशन $X_L = X_C$**

**1.कंडिशन $X_L > X_C$:**

**R-L-C** सिरीज सर्किटमध्ये जेव्हा इंडक्टिव्ह रिएक्टन्स () कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स ($X_C$) पेक्षा जास्त असते, तेव्हा सर्किटची स्थिती इंडक्टिव्ह असते. या स्थितीत सर्किटचे काही महत्वाचे गुणधर्म खालीलप्रमाणे असतात.

**१. फेज अँगल (Phase Angle):**

जेव्हा $X_L > X_C$ असते, तेव्हा फेज अँगल ($\phi$) Positive असतो, आणि व्होल्टेज करंटच्या पुढे असतो.

$\tan(\phi) = (\frac{XL - Xc}{R})$

**2. इम्पिडन्स (Impedance):**

सर्किटचे एकूण इम्पिडन्स (Z) खालील सूत्रानुसार काढले जाते.

$Z = \sqrt{R^2 + (XL - Xc)^2}$

**3. करंट (Current):**

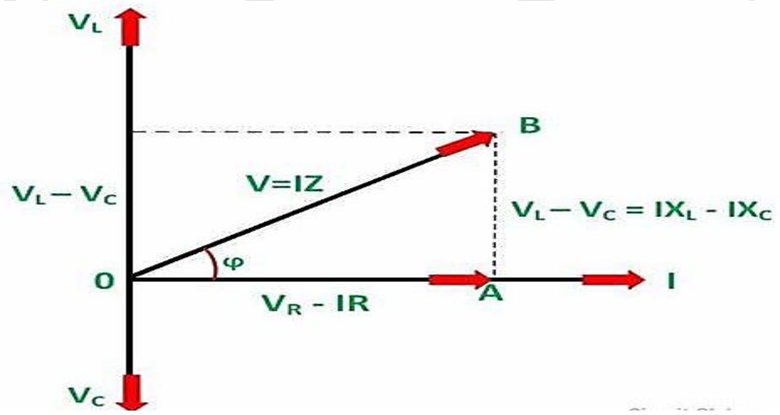
करंट ($I$) हा सर्किटच्या व्होल्टेज ($V$) आणि इम्पिडन्स ($Z$) यांच्या गुणोत्तराने काढला जातो.

$I = (\frac{V}{Z})$

**4. व्होल्टेज ड्रॉप (Voltage Drop):**

प्रत्येक घटकावर पडणारा व्होल्टेज ड्रॉप काढता येतो:

- रेझिस्टन्स वर ($V_R$): $V_R = I \cdot R$
- इंडक्टन्सवर ($V_L$): $V_L = I \cdot X_L$
- कॅपेसिटन्सवर ($V_C$): $V_C = I \cdot X_C$




**आकृती 1.23 व्होल्टेज ड्रॉप (Voltage Drop)**

**5. पॉवर (Power):**

सर्किटमध्ये विविध प्रकारच्या पॉवरचा विचार केला जातो:

1.ॲक्टिव्ह पॉवर (Real Power) $P=Vrms{\cdot}Irms{\cdot}\cos(\phi)$

2.रिॲक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power) $Q=Vrms{\cdot}Irms{\cdot}\sin(\phi)$

3.अप्परेंट पॉवर (Apparent Power) $S= Vrms{\cdot}Irms$

जेव्हा RLC सिरीज सर्किटमध्ये $X_L>X_C$ असते, तेव्हा सर्किट इंडक्टिव्ह असते. या स्थितीत, व्होल्टेज हा करंटच्या पुढे असतो. आणि सर्किटचे प्रवर्तन जास्त असते. फेज कोन Positive असतो आणि सर्किटमधील रिएक्टिव्ह पॉवर इंडक्टिव्ह असते.

**2.कंडिशन XL< $X_C$ R-L-C** सिरीज सर्किटमध्ये जेव्हा कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स ($X_C$) इंडक्टिव्ह रिएक्टन्स ( ) पेक्षा जास्त असते, तेव्हा सर्किटची स्थिती कॅपेसिटिव्ह असते. या स्थितीत, सर्किटचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म खालीलप्रमाणे असतात:

**1. फेज कोन (Phase Angle):**

जेव्हा $X_L<X_C$असते, तेव्हा फेज कोन ($\phi$) Positive असतो, आणि व्होल्टेज करंटच्या पुढे असतो.

$\tan(\phi) = (\frac{Xc - XL}{R})$

**2. इम्पिडन्स (Impedance):**

सर्किटचा एकूण इम्पिडन्स (Z)

$Z=\sqrt{R^2+(XC-XL)^2}$

**3. करंट (Current):**

करंट ($I$) हा सर्किटच्या व्होल्टेज ($V$) आणि इम्पिडन्स ($Z$) यांच्या गुणोत्तराणे काढला जातो .

$I = (\frac{V}{Z})$

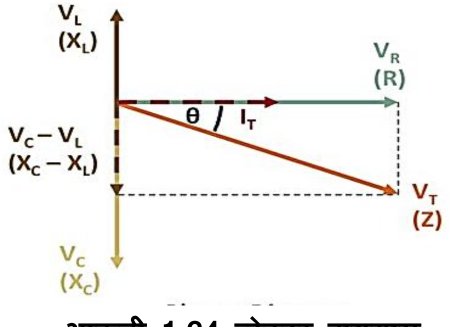
**4. व्होल्टेज ड्रॉप (Voltage Drop):**

प्रत्येक घटकावर पडणारा व्होल्टेज ड्रॉप काढता येतो:

रेझिस्टन्स ड्रॉप ($V_R$): $V_R=I{\cdot}R$

इंडक्टन्स ड्रॉप ($V_L$): $V_L=I{\cdot}XL$

कॅपेसिटन्स ड्रॉप($V_C$): $V_C=I{\cdot}XC$




**आकृती 1.24 व्हेक्टर डायग्राम**

**5. पॉवर (Power):**

सर्किटमध्ये विविध प्रकारच्या पॉवरचा विचार केला जातो:

1.ॲक्टिव्ह पॉवर (Real Power) $P=Vrms{\cdot}Irms{\cdot}\cos(\phi)$

2.रिॲक्टिव्ह पॉवर (Reactive Power) $Q=Vrms{\cdot}Irms{\cdot}\sin(\phi)$

3.अप्परेंट पॉवर (Apparent Power) $S = Vrms \cdot Irms$

जेव्हा RLC सिरीज सर्किटमध्ये $X_L < X_C$ असते, तेव्हा सर्किट कॅपेसिटिव्ह असते. या स्थितीत, व्होल्टेज करंटच्या मागे असतो. आणि सर्किटचे प्रवर्तन जास्त असते. फेज कोन Negative असतो आणि सर्किटमधील रिएक्टिव्ह पॉवर कॅपेसिटिव्ह असते.

**3. कंडिशन $X_L = X_C$**

R-L-C सिरीज सर्किटमध्ये जेव्हा इंडक्टिव्ह रिएक्टन्स ($X_L$) कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स ($X_C$) एक समान असतात, तेव्हा सर्किट रेझोनन्स स्थितीत असते. रेझोनन्स स्थितीमध्ये सर्किटचे काही विशेष गुणधर्म असतात.

**रेझोनन्स (Resonance)** स्थिती :

रेझोनन्स स्थितीमध्ये, इंडक्टिव्ह रिएक्टन्स ($X_L$) आणि कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स ($X_C$) एकमेकांना एक समान असतात, म्हणजेच $X_L = X_C$

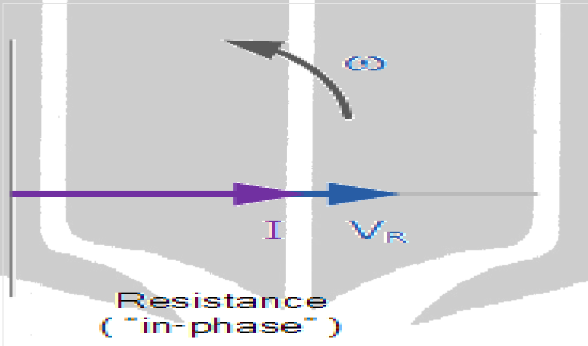
**१. रेझोनन्स वारंवारता (Resonant Frequency):**

रेझोनन्स वारंवारता ($f_0$) ही इंन्डक्टर ($L$) आणि कपॅसिटर ($C$) यांच्या गुणधर्मांवर अवलंबून असते:

$f_0 = \frac{1}{2\pi LC}$

२. **इम्पिडन्स (Impedance):**

रेझोनन्स स्थितीमध्ये, सर्किटचे एकूण इम्पिडन्स (Z) फक्त रेझिस्टन्स (Resistor) वर अवलंबून असते, कारण $X_L$ आणि $X_C$ एकमेकांना रद्द करतात: $Z=R$




**आकृती 1.25 फेजर (Phasor diagram)**

**३. करंट (Current):**

रेझोनन्स स्थितीमध्ये, करंट ($I$) हा व्होल्टेज ($V$) आणि रेझिस्टन्स ($R$) यांच्या गुणोत्तराणे काढला जातो:

$I = (\frac{V}{R})$

**४. फेज कोन (Phase Angle):**

रेझोनन्स स्थितीमध्ये, फेज अँगल ($\phi$) शून्य असतो, कारण $X_L$ आणि $X_C$ एकमेकांना रद्द करतात. यामुळे व्होल्टेज आणि करंट एकमेकांशी फेजमध्ये असतात $\phi = 0^0$

**५. पॉवर (Power):**

रेझोनन्स स्थितीमध्ये, ॲक्टिव्ह पॉवर (Real Power) ही फक्त रेझिस्टन्स वर अवलंबून असते

$P = Vrms \cdot Irms \cdot \cos(\phi)$

किंवा,

$P = I^2R$

येथे $\cos(\phi)=1$

$\cos(\phi)=1$ असते, कारण $\phi=0^0$

रेझोनन्स स्थितीमध्ये R-L-C सिरीज सर्किटचे एकूण इम्पिडन्स फक्त रेझिस्टन्स वर अवलंबून असते. यामुळे सर्किटमध्ये जास्तीत जास्त करंट वाहतो. व्होल्टेज आणि करंट यांचा फेज कोन शून्य असतो, म्हणजेच ते दोन्ही एकमेकांशी फेजमध्ये असतात. अशा स्थितीत सर्किटच्या कार्यप्रणालीचा आणि पॉवरचा वापर योग्य प्रकारे करता येतो.

**संख्यात्मक**: समजा, आपल्याकडे एक R-L-C सिरीज सर्किट आहे ज्यामध्ये: $R$=10$\Omega$, L=0.1$H$, $C$=100$\mu F$ लागू केलेले व्होल्टेज (Supply voltage) V=230V वारंवारता (Frequency) f=50Hz शोधा १.इम्पिडन्स ($Z$) 2.सर्किट करंट (I) 3.करंट (I) 4.फेज अँगल ($\phi$) 5.ऍक्टिव् ,**रिऍक्टिव्ह** आणि अँपेरेन्ट पॉवर

**Ans.**

**1.इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स**

$X_L = \omega L$

$=2\pi fL$

$=2\pi \times 50 \times 0.1$

$=$ **31.42Ω**

***2.कॅपेसिटिव्ह रिअक्टन्स ($X_C$) शोधू:***

$X_C = \frac{1}{\omega C}$

$= \frac{1}{2\pi * 50 * 100\ 10-6}$

**=31.83Ω**

**3.एकूण इम्पिडन्स (Z) शोधू:**

$Z = \sqrt{R2 + (XL - XC)2}$

$Z = \sqrt{(10\ )2 + (31.42 - 31.83)2}$

$=$ **10.008Ω**

**4. करंट (I) शोधू:**

$I = \frac{V}{Z}$

$I = \frac{230}{10.008}$

**I = 22.98Amp**

**5. फेज अँगल ($\phi$) शोधू:**

$\tan\phi = \frac{XC - XL}{R}$

$= \frac{31083 - 31.42}{10}$

=0.041(Negative)

$\phi = \tan^{-1}(0.041)$

$\phi =$ **$2.35^0$**

**6. ऍक्टिव्ह, रिऍक्टिव्ह आणि अँपेरेन्ट पॉवर फॅक्टर शोधू:**

$P = V \cdot I \cdot \cos(\phi)$ =230 x 22.98 x cos( 2.35) ≈ **5274.4W** ≈ **5.2KW**

Q=V·I·sin(ϕ) =230 x 22.98 x sin( 2.35) ≈ **212.4VAR**

S=V·I = 230 x 22.98 ≈ **5285.4VA** ≈ 5**.2KVA**

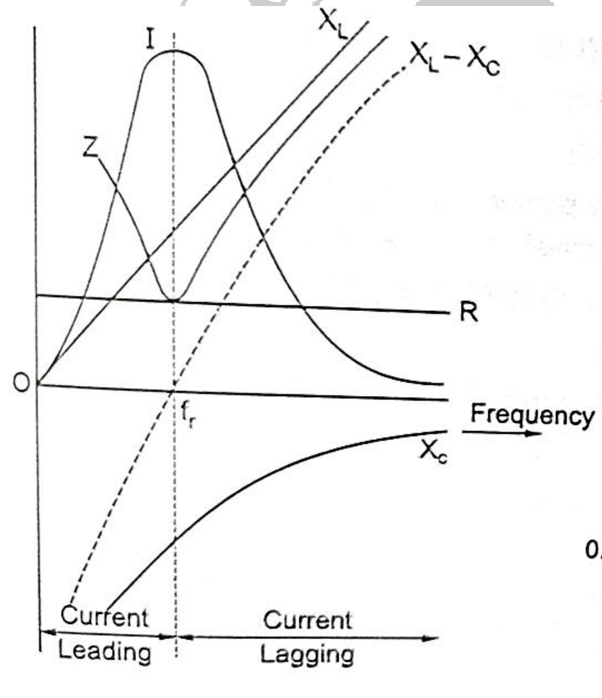
Power Factor=cos(ϕ) = $\frac{R}{Z}$

= $\frac{100}{10.008}$

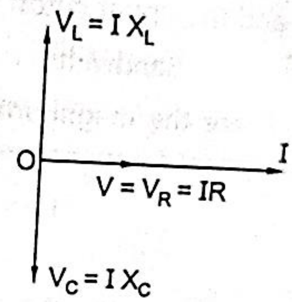
**=0.998 lead**

**1.9 R-L-C सिरीज सर्किटमधील रेझोनन्स:**

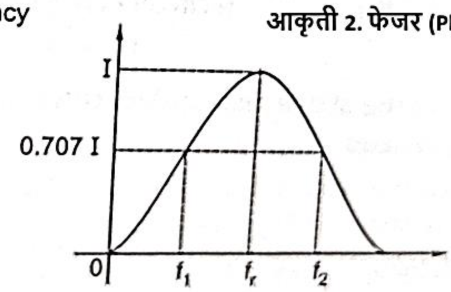
R-L-C सिरीज सर्किटमध्ये रेझोनन्स हा एक विशेष परिस्थिती आहे ज्यामध्ये सर्किटचे इम्पिडन्स (Impedance) कमी होते आणि सर्किटमध्ये करंट जास्तीत जास्त होतो. रेझोनन्सच्या स्थितीत, इन्डक्टन्स (Inductance) आणि कॅपॅसिटन्स (Capacitance) प्रतिक्रियाशील घटक एकमेकांना रद्द करतात.




**आकृती : 1. रेसोनन्स( Resonance curve)**




**आकृती 2. फेजर (Phasor Diagram)**




**आकृती 3. बॅण्डविड्थ ग्राफ (Bandwidth Graph)**

**आकृती 1.26: R-L-C सिरीज सर्किटमधील रेझोनन्स**

**2. रेझोनन्सची स्थिती**

R-L-C सिरीज सर्किटमध्ये रेझोनन्स घडते जेव्हा इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स (Inductive Reactance) $X_L$ आणि कॅपॅसिटीव्ह रिऍक्टन्स (Capacitive Reactance) $X_C$ समान असतात, म्हणजेच $XL=X_C$

**इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स ($X_L$) आणि कॅपेसिटिव्ह रिअक्टन्स ($X_C$):**

$X_L=\omega L=2\pi fL$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$

$X_L = X_C$

$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$

रेझोनन्स वारंवारता ($f_r$):

$2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C}$

$F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ hertz's

**3.क्यू फॅक्टर (Q -Factor of a series circuit)**:

R-L-C सर्किटमधील क्यू फॅक्टर (Q Factor) म्हणजे सर्किटच्या रेझोनन्स स्थितीमध्ये ऊर्जा साठवण्याची क्षमता आणि ऊर्जा गमावण्याच्या दराचे परिमाण. क्यू फॅक्टर जितका जास्त असेल, तितकी सर्किटची गुणवत्ताही जास्त असते. क्यू फॅक्टरला "गुणवत्ता गुणांक" असेही म्हणतात.

**क्यू फॅक्टर (Q Factor) चे परिमाण(Magnitude):**

क्यू फॅक्टर काढण्यासाठी खालील सूत्र वापरले जाते

$Q$ Factor = $\frac{1}{R}\sqrt{L/C}$

**Q-फॅक्टरची महत्त्वाची वैशिष्ट्ये:**

1. **उर्जा हानी कमी करते**: Q-फॅक्टर जास्त असण्यामुळे सर्किटमधील उर्जा हानी कमी होते.
2. **रेझोनन्स तीव्रता वाढवते**: Q-फॅक्टर जास्त असणे म्हणजे सर्किट अधिक तीव्रतेने विशिष्ट वारंवारतेवर कार्य करते.
3. **बँडविड्थ कमी करते**: Q-फॅक्टर जास्त असणे म्हणजे बँडविड्थ कमी असणे, ज्यामुळे सर्किटची तीव्रता वाढते.

**संख्यात्मक:** समजा, आपल्याकडे एक R-L-C सिरीज सर्किट आहे ज्यामध्ये R=10Ω, L=0.1H, C=100μF रेझोनन्स वारंवारता शोधा.

**1.रेझोनन्स वारंवारता ($F_0$) शोधू:**

$$Fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.1*100*10^{\wedge}-6}}$$

$$Fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.1*0.0001}}$$

$$Fr = \frac{1}{0.0198}$$

$$F_r = 50Hz$$

**2.रेझोनन्सच्या स्थितीतील करंट शोधू, लागू केलेले व्होल्टेज V=230V आहे**

$I = \frac{V}{Z}$ Z=R (Resonance)

$I = \frac{230}{10} = 23A.$

**अध्ययन (Excerise):**

1. व्याख्या लिहा **-पीक Value (Peak Value), वारंवारता (Frequency)**
2. व्याख्या लिहा- फॉर्म फॅक्टर (Form Factor), पीक फॅक्टर (Peak Factor)
3. रेझोनंट वारंवारता म्हणजे काय?
4. व्याख्या लिहा - रेझोनन्स (Resonance)
5. R-L आणि R-C सिरीज सर्किटचा पॉवर ट्रँगल (Power Triangle) तयार (Draw) करा
6. R=5ohm, XL=8ohm **आणि** XC=12ohm **सह** RLC सिरीज **सर्किटचा पॉवर फॅक्टर निश्चित करा**
7. समजा आपल्याकडे एक R-C सिरीज सर्किट आहे इम्पिडन्स ($Z$)= (50 -j33.05) लागू केलेले व्होल्टेज $V$=230$V$ वारंवारता $f$=50$Hz$ तर खालील पॅरामीटर find करा १. इम्पिडन्स ($Z$), सर्किट करंट (I) आणि ॲक्टिव्ह पॉवर(P)

**संदर्भ पाठयपुस्तक (Reference Books)**

**1.**इलेक्ट्रिकल इंजिनीअरिंगची मूलभूत तत्त्वे लेखक सक्सेना, व एसबी लाल दासगुप्ता, के

2. इलेक्ट्रिकल टेक्नॉलॉजीचे एक पाठ्यपुस्तक खंड-1 लेखक थेरजा, बी. एल.

3. इलेक्ट्रिकल नेटवर्कचे मूलभूत तत्त्वे लेखक गुप्ता, बी.आर. सिंघल, वंदना

4. सर्किट आणि नेटवर्क लेखक सुधाकर, ए श्याममोहन, एस. पल्ली

**महत्वाच्या उपयुक्त लिंक्स**

(1) https://en.wikipedia.org/wiki

(2) https://www.electrical4u.com/electrical:engineering:articles

# युनिट - 2
# सिंगल फेज एसी पॅरेलल सर्किट
# (Single Phase AC Parallel Circuit)

**विषय निष्पत्ती (Course Outcome):**

सिंगल-फेज एसी समांतर सर्किट्सच्या पॅरामीटर्सचे विश्लेषण करा.

(Analyse the parameters of Single-Phase AC Parallel Circuit.)

**घटक निष्पत्ती (Theory Learning Outcome):**

**2.1:** दिलेल्या AC समांतर सर्किटसाठी करंट, व्होल्टेज निश्चित करा आणि वेक्टर आकृती काढा.
**(**Determine current, voltage and draw vector diagram for the given AC Parallel circuit.)

**2.2:** दिलेल्या AC समांतर सर्किटसाठी इंडक्टिव्ह, कॅपेसिटिव्ह रिअक्टन्स आणि इम्पिडन्सची गणना करा.
**(**Calculate inductive, capacitive reactance and impedance for the given AC parallel circuit.)

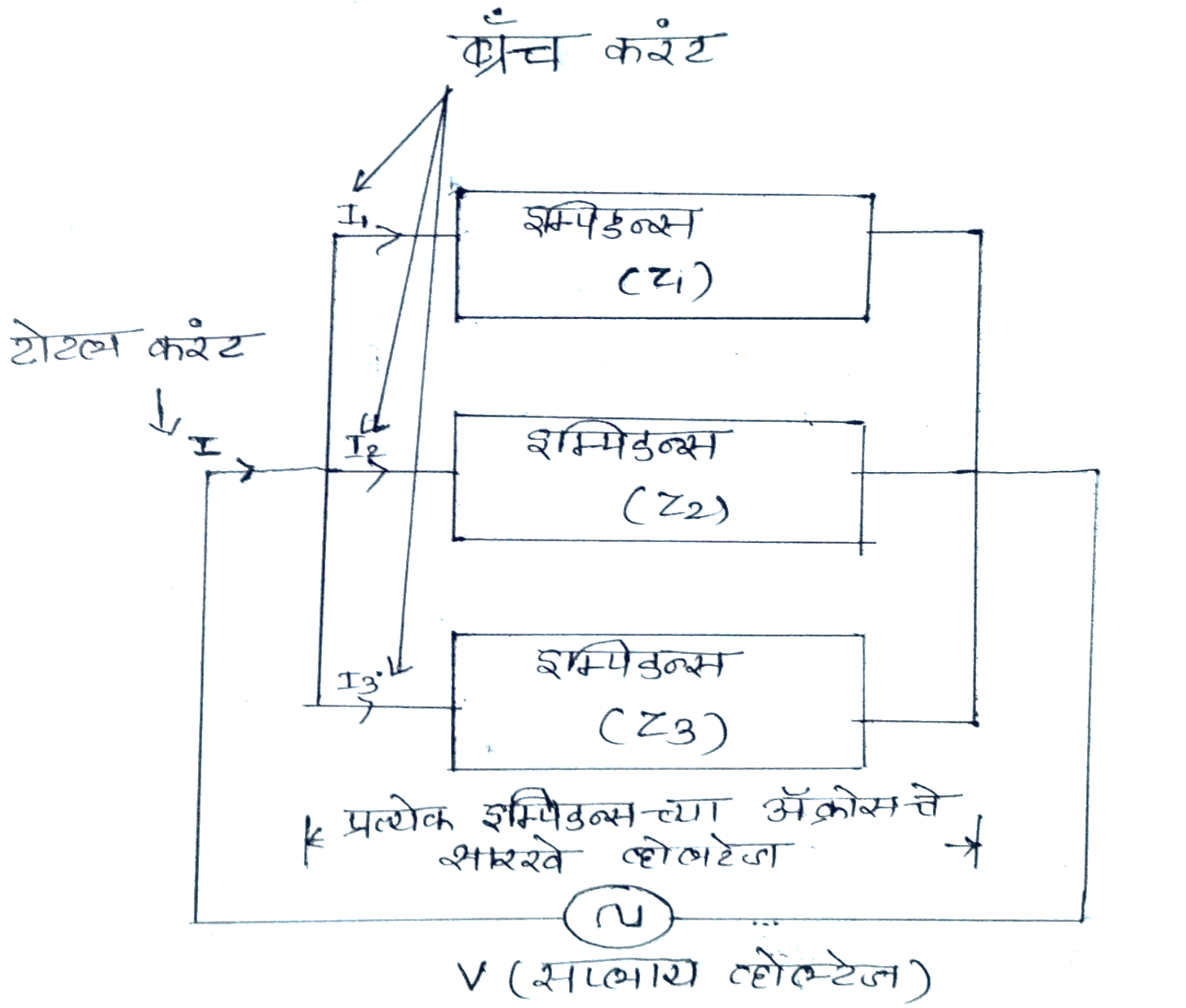
**2.3:** दिलेल्या AC समांतर सर्किटसाठी ऍक्टिव्ह रिएक्टिव्ह, अप्रेंट पावर**,** निश्चित करा.
**(**Determine active, reactive, apparent power and power factor for the given AC parallel circuit.)

**2.4:** दिलेल्या R-L-C समांतर साठी रेझोनंट फ्रिक्वेंसी, करंट मॅग्निफिकेशन आणि Q-फॅक्टर निश्चित करा.
**(**Determine resonant frequency, current magnification and Q-factor for the given R-L-C parallel.)

**परिचय (Introduction):**

**समांतर A.C सर्किट्सची संकल्पना (Concept of Parallel A.C. Circuits):**

समांतर A.C. सर्किटमध्ये समांतर जोडलेले दोन किंवा अधिक इम्पिडन्स असतात. सप्लाय व्होल्टेज (V) देखील या इम्पिडन्सशी समांतर जोडलेले आहे. प्रत्येक इम्पिडन्स हे रेझिस्टर, इंडक्टर आणि कॅपॅसिटर यांचे सिरीज कॉम्बिनेशन आहे. प्रत्येक इम्पिडन्स च्या अक्रॉस (Across) चे होल्टेज हे सारखे आहे. परंतु प्रत्येक इम्पिडन्स मधून वाहणारा करंट हा वेगवेगळा आहे. तीन इम्पिडन्स चे पॅरेलल सर्किट हे खालील आकृतीत (2.1) दर्शविले आहे.




**आकृती 2.1**

DEFINITION:

A. **इम्पिडन्स (Impedance) (Z):**

एसी सर्किट मधील रेजिस्टन्स आणि रिॲक्टन्स यांच्या वेक्टरच्या बेरजेला इम्पिडन्स असे म्हणतात. एसी सर्किटचा करंट वाहण्यास होणारा विरोध म्हणजेच इम्पिडन्स होय ओहममध्ये मोजले जाते.

$$Z=\sqrt{(R^2+X^2)}$$

B. **रिअक्टन्स (Reactance):**

   a. **इंडक्टिव्ह रिअक्टन्स (Inductive Reactance) (XL)**

   b. **$XL= \omega L$**

   $\omega L$ = अंगुलर फ्रिक्वेन्सी

   L=इंडक्टन्स

**C. कॅपॅसिटीव्ह रिअक्टन्स (Capacitive Reactance) (XC): =** ωC

$$Xc = \frac{1}{2\pi fc}$$

**D. समांतर सर्किटसाठी ससेप्टन्स आणि ॲडमिटन्स (Susceptance and Admittance for Parallel Circuit.):**

**ॲडमिटन्स (admittance)** व्याख्या: सर्किटची स्वतः मधून अल्टरनेटिंग करंट वाहून नेण्याची (स्वीकृती करण्याची) क्षमता होय. हे इम्पिडन्स Z च्या विरुद्ध असते म्हणजे Y = 1/Z.

**Equation (समीकरण):** असे गृहीत धरा की एका पॅरेलल सर्किटच्या दोन ब्रांचेस आहेत ज्यांचा इम्पिडन्स $Z_1$ आणि $Z_2$ आहे. त्या दोघी समांतर कनेक्ट केलेल्या आहेत तर त्यांचा इक्विवेलेंट इम्पिडन्स खालील प्रमाणे आहे.

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$
$$Y = Y_1 + Y_2$$

जर इक्विवेलेंट इम्पिडन्स असा Z=R+jX दाखवला जात असेल तर ॲडमिटन्स खालील प्रमाणे काढता येतो.

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$$
$$\therefore Y = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

**E. ससेप्टन्स (susceptance):**

व्याख्या: ॲडमिटन्सच्या इमॅजिनरी पार्टला ससेप्टन्स म्हणतात.

**Equation: ससेप्टन्स** खालील प्रमाणे दर्शविला जातो.

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$

डीसी सर्किटमध्ये जर रिॲक्टन्स नसेल तर X = 0 and B=0

**F. फेजर डायग्राम्स (Phasor Diagram):**

व्याख्या: निष्क्रिय घटक किंवा संपूर्ण सर्किटमधील व्होल्टेज आणि करंट यांच्यातील फेज संबंधाचे, ग्राफिकल

सादरीकरण करणाऱ्या आकृतीस फेजर डायग्राम असे म्हणतात. समांतर सर्किट मध्ये कंपोनंटचे होल्टेज सारखे राहते. परंतु करंट फेजर्स हे कंपोनंट इम्पिडन्सवर अवलंबून असतात म्हणून ते बदलत असतात.

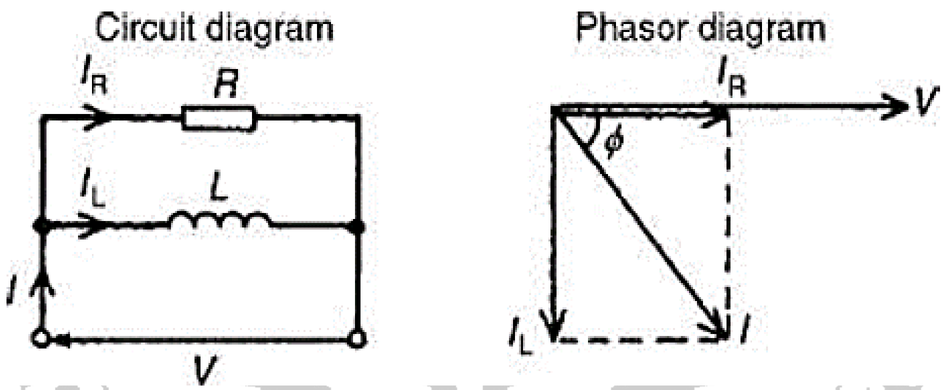
**G. इम्पिडन्स त्रिकोण (Impedance Triangle):**

व्याख्या: - Parllel सर्किट मध्ये इम्पिडन्स चा त्रिकोण हे रेझिस्टन्स, रिऍक्टन्स आणि इम्पिडन्स यांच्यातील संबंध व्हिज्युअल सादरीकरण (Visual Representation) दर्शविते. समांतर सर्किटमध्ये लगतची बाजू रेझिस्टन्स दर्शवते तसेच समोरच्या बाजूमध्ये कंपोनंट टाईप नुसार इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स वरच्या दिशेने आणि कॅपॅसिटीव्ह रिऍक्टन्स खालच्या दिशेने दर्शविले जातात, आणि कर्णाची बाजू ही संपूर्ण इम्पिडन्स दर्शविते.

**2.1 AC सर्किट्सचे R-L, R-C आणि R-L-C समांतर संयोजन (parallel combination). इम्पिडन्स, रिअक्टन्स, फेजर आकृती, इम्पिडन्स त्रिकोण: (R-L, R-C and R-L-C parallel combination of A.C. circuits. Impedance, reactance, phasor diagram, impedance triangle).**

**2.1.1 AC सर्किट्सचे R-L समांतर संयोजन (R-L parallel combination of A.C. circuits)**

**पॅरलल रेझिस्टन्स आणि प्युअर इंडक्टर (समांतर R-L) {Resistance in Parallel with pure Inductor (Parallel-R-L):**




**आकृती 2.1 AC सर्किट्सचे R-L समांतर संयोजन (R-L parallel combination of AC circuits)**

आकृतीत 2.1 दाखवल्याप्रमाणे रेझिस्टर आणि इंडक्टर समांतर जोडलेले आहे. सप्लाय होल्टेज

$V=V_m \sin\omega t.$

टोटल करंट = I

रेझिस्टर मधून जाणारा करंट

$$I = \frac{V}{R}$$

व्होल्टेज V सह इन-फेज आहे

इंडक्टर मधून जाणारा करंट,

$$IL = \frac{V}{XL}$$

IL मध्ये वाहणारा करंट व्होल्टेज 90◦ ने मागे टाकतो
इथे $X_L$= इंडक्टरचा रिऍक्टन्स

$$\tan\phi = \frac{I_L}{I_R} \quad \sin\phi = \frac{I_L}{I} \text{ and } \cos\phi = \frac{I_R}{I}$$

$$\text{सर्किट इम्पिडन्स}, Z = \frac{V}{I}$$

**संख्यात्मक 1.** सर्किटमध्ये 60V, 1KHz सप्लाय दिलेला आहे, 20Ω रेझिस्टर, 2.38mH च्या इंडक्टन्ससह समांतर जोडलेले आहे, तर गणना करा (a) प्रत्येक शाखेतील करंट (b) सप्लाय करंट, (c) द सर्किट फेज अँगल, (d) सर्किट इम्पिडन्स आणि (e) वीज वापरली जाते. (Power Consumed)

**उत्तर:**

(a) करंट इन रेझिस्टर $I_R = V/R = 60/20 == 3$ A

करंट इन इंडक्टर $I_L = V/X_L = V/2\pi fL = 60/2\pi(1000)(2.387 \times 10^{-3}) = 4$ A

(b) सप्लाय करंट,

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{ A}$$

(c) द सर्किट फेज अँगल

$$\phi = \tan^{-1}\frac{I_L}{I_R} = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13° \text{ lagging}$$

(d) सर्किट इम्पिडन्स

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{60}{5} = 12\,\Omega$$

(e) वीज वापरली जाते

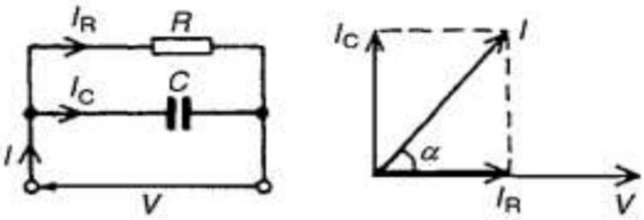
$$P = VI\cos\varphi = (60)(5)(\cos 53.13°) = 180\text{ W}$$

(Alternatively, power consumed)

$$P = I_R^2 R = (3)^2(20) = 180\text{ W})$$

**2.1.2 R-C parallel of A.C. circuits:**

**Capacitance in Parallel with pure Inductor (Parallel-R-C):**




**आकृती 2.2 R-C पॅरलल A.C. सर्किट् (R-C parallel of A.C. circuits)**

आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे रेझिस्टर आणि कॅपॅसिटर समांतर जोडलेले आहे. सप्लाय व्होल्टेज

$V = V_m \sin\omega t$.

टोटल करंट = I.

रेझिस्टर मधून जाणारा करंट = $I_R = V/R$ ------------------ (1) व्होल्टेज V सह इन-फेज आहे

कॅपॅसिटर मधून जाणारा करंट = $I_c = V/X_c$ -------------------- (2)

$I_L$ मध्ये वाहणारा करंट व्होल्टेज 90◦ ने पुढे जातो

इथे $X_c$= कॅपॅसिटरचा रिऍक्टन्स

$$\tan\alpha = \frac{I_C}{I_R} \quad \sin\alpha = \frac{I_C}{I} \text{ and } \cos\alpha = \frac{I_R}{I}$$

सर्किट इम्पिडन्स $$Z = \frac{V}{I}$$

**संख्यात्मक:** (1) 30 μF कॅपेसिटर 240V, 50Hz, 80 Ω रेझिस्टरसह समांतर जोडलेले आहे गणना करा (a) प्रत्येक शाखेतील करंट (b) सप्लाय करंट, (c) द सर्किट फेज अँगल, (d) सर्किट इम्पिडन्स आणि (e) वीज वापरली जाते. आणि (f) अप्रेंट पॉवर

**उत्तर:**

**(a)** करंट इन रेझिस्टर

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{240}{80} = 3\text{ A}$$

करंट इन कॅपॅसिटर

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{V}{\left(\frac{1}{2\pi fC}\right)} = 2\pi fCV$$

$$= 2\pi(50)(30 \times 10^6)(240) = \mathbf{2.262\,A}$$

**(b)** सप्लाय करंट

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{3^2 + 2.262^2}$$

$$= \mathbf{3.757\,A}$$

(c) **सर्किट फेज अँगल**

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{I_C}{I_R} = \tan^{-1}\frac{2.262}{3}$$

$$= \mathbf{37.02^\circ\ leading}$$

(d) **सर्किट इम्पिडन्स**

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{240}{3.757} = \mathbf{63.88\,\Omega}$$

(e) ट्रू ऑर ऍक्टिव्ह पॉवर डिसिपेटेड

$$P = VI\cos\alpha = (240)(3.757)\cos 37.02^\circ$$
$$= \mathbf{720\ W}$$

(Alternatively, true power

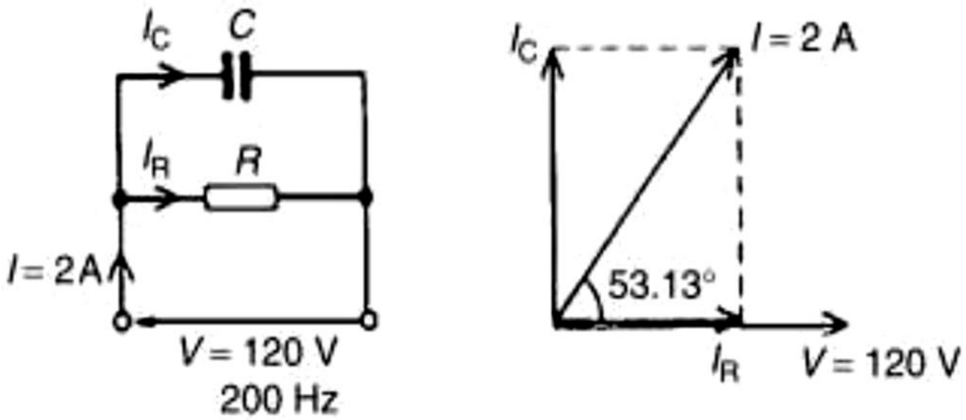
$$P = I_R^2 R = (3)^2(80) = 720\ \text{W})$$

(f) अप्रेंट पॉवर

$$S = VI = (240)(3.757) = \mathbf{901.7\ VA}$$

**संख्यात्मक (2):** कॅपेसिटर 120v, 200Hz सप्लायवर रेझिस्टर R सह समांतर जोडलेले आहे. सप्लाय करंट 0.6 लीडिंगच्या पॉवर फॅक्टरवर 2A आहे. C आणि R ची मूल्ये निश्चित करा.

**उत्तर:**




Power factor $= \cos\phi = 0.6$ leading.

$\phi = \cos^{-1} 0.6 = 53.13^\circ$ leading.

फेजर आकृतीवरून

$$I_R = I\cos 53.13^\circ = (2)(0.6)$$
$$= 1.2\text{A}$$
$$I_C = I\sin 53.13^\circ = (2)(0.8)$$
$$= 1.6\text{A}$$

$$I_R = \frac{V}{R}$$

$$R = \frac{V}{I_R}$$

$$= \frac{120}{1.2} = 100\ \Omega$$

$$I_C = \frac{V}{X_C}$$

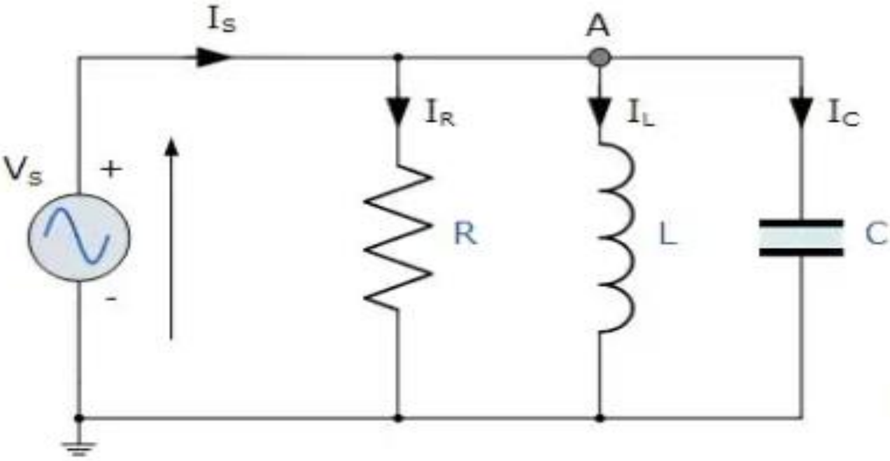
$$= 2\pi fCV$$

$$C = \frac{I_C}{2\pi f\, V}$$

$$= \frac{1.6}{2\pi(200)(120)}$$

$$= 10.61\ \mu F$$

**2.1.3 R-L-C AC** सर्किट्सचे समांतर संयोजन **(R-L-C parallel combination of AC circuits):**




**आकृती 2.3: R-L-C AC** सर्किट्सचे समांतर संयोजन **(R-L-C parallel combination of AC circuits)**

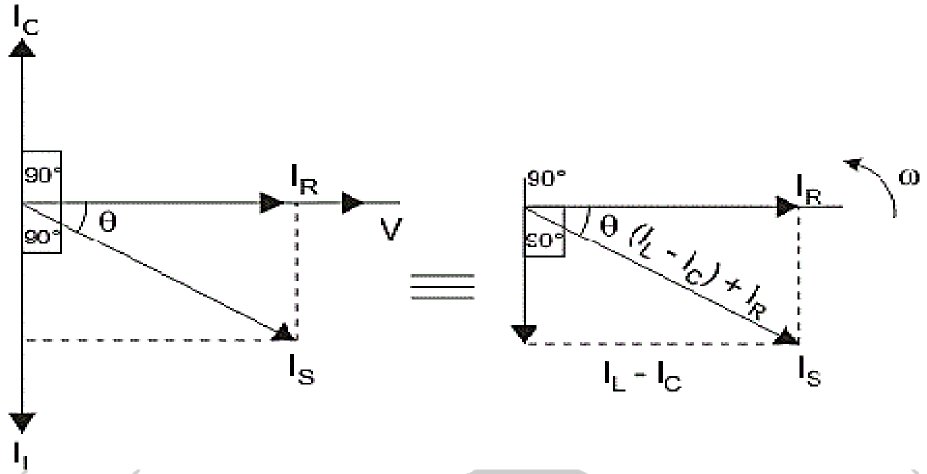
समांतर RLC सर्किटमध्ये व्होल्टेज स्त्रोताशी समांतर जोडलेले रेझिस्टर, इंडक्टर आणि कॅपेसिटर असतात, ज्यामध्ये प्रत्येक घटकावर समान व्होल्टेज असते.

**ॲडमिटन्स (Admittance**): इम्पिडन्सच्या रिसिप्रोकलला ॲडमिटन्स म्हणतात. याची सांकेतिक खूण (Y) आहे.

**फेजर आकृती (Phasor Diagram) for RLC Parallel circuit:**

समांतर RLC सर्किटचे **फेजर** आकृती काढण्यासाठी, व्होल्टेज संदर्भ म्हणून घेतले जाते कारण प्रत्येक घटकावरील व्होल्टेज सारखेच राहते आणि इतर सर्व करंट जसे की $I_R$, $I_C$, $I_L$ हे व्होल्टेज वेक्टरच्या सापेक्ष काढले जातात. आपल्याला माहित आहे की रेझिस्टरच्या बाबतीत, व्होल्टेज आणि करंट एकाच फेजमध्ये

राहतो; करंट व्होल्टेज च्या 90 अंशाने पुढे असते म्हणून Ic वेक्टर व्होल्टेज वेक्टर V च्या 90 अंशाने पुढे (लीडिंग) दाखवा. इंडक्टर साठी करंट वेक्टर $I_L$ व्होल्टेज ला 90 अंशाने मागे लेगिंग असतो म्हणून वेक्टर $I_L$ व्होल्टेज वेक्टर V च्या 90 अंशाने मागे दाखवा.आता $I_R$, $I_C$, $I_L$ चा परिमाण (Magnitude) काढा. म्हणजेच करंट $I_S$ व्होल्टेज वेक्टर, V च्या संदर्भात θ च्या फेज अँगलच्या फरकाने काढा.




**आकृती 2.4**

**इम्पिडन्स Impedance for RLC Parallel circuit:**

फेजर आकृतीवरून

$$I_S^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2$$

$$I_R = \frac{V}{R},\ I_C = \frac{V}{X_C},\ I_L = \frac{V}{X_L}$$

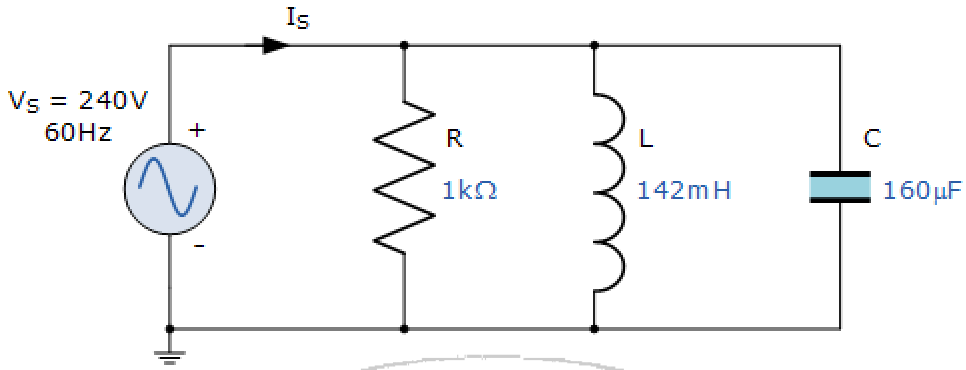
IR,IC,IL च्या किमती समीकरण एक मध्ये टाका

$$I_S = \sqrt{\left(\frac{V}{R}\right)^2 + \left(\frac{V}{X_L} - \frac{V}{X_C}\right)^2}$$

$$Addmittance\ \frac{1}{Z} = Y = \frac{I_S}{V}\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

**संख्यात्मक: 1** 1kΩ रेझिस्टर, 142mH कॉइल आणि 160uF कॅपेसिटर हे सर्व 240V, 60Hz पुरवठ्यावर समांतर जोडलेले आहेत. समांतर RLC सर्किटचा इम्पिडन्स आणि पुरवठ्यातून काढलेला करंट यांची गणना करा.

**उत्तर:** इम्पिडन्स (Impedance of a Parallel RLC Circuit)




$$R = 1k\Omega$$

इंडक्टिव्ह रिॲक्टन्स, (XL):

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi.60.142\times10^{-3} = 53.54\Omega$$

कॅपॅसिटीव्ह रिॲक्टन्स, (XC):

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi.60.160\times10^{-6}} = 16.58\Omega$$

इम्पिडन्स (Z):

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{1000}\right)^2 + \left(\frac{1}{53.54} - \frac{1}{16.58}\right)^2}}$$

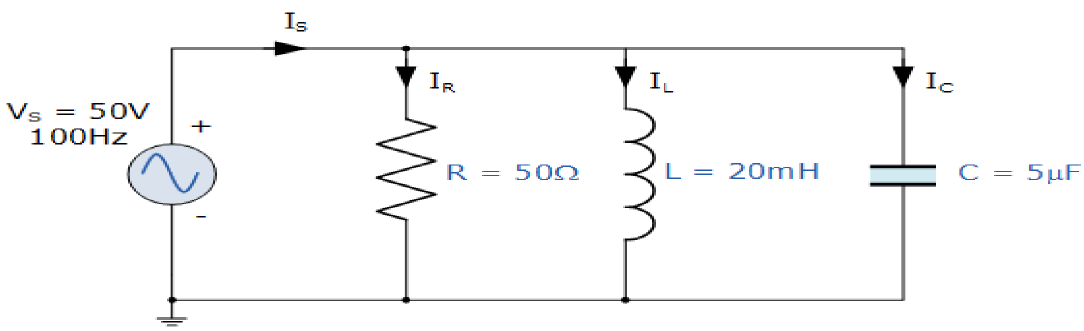
$$Z = \frac{1}{\sqrt{1.0\times10^{-6} + 1.734\times10^{-3}}} = \frac{1}{0.0417} = 24.0\Omega$$

सप्लाय करंट, (Is):

$$I_S = \frac{V_S}{Z} = \frac{240}{24} = 10 \text{ Amperes}$$

**संख्यात्मक: 2** . एक 50Ω रेझिस्टर, एक 20mH कॉइल आणि 5uF कॅपेसिटर हे सर्व 50V, 100Hz पुरवठ्यावर समांतर जोडलेले आहेत. पुरवठ्यातून काढलेले एकूण करंट, प्रत्येक शाखेसाठी करंट सर्किटचा एकूण इम्पिडन्स आणि फेज कोन यांची गणना करा. तसेच सर्किटचे प्रतिनिधित्व करणारे करंट गणना करा.

**उत्तर:** Parallel RLC Circuit



1) इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स ($X_L$):

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi.100.0.02 = 12.6\Omega$$

2). कॅपॅसिटीव्ह रिऍक्टन्स, ($X_C$):

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi.100.5\times10^{-6}} = 318.3\Omega$$

3). इम्पिडन्स, (Z):

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{50}\right)^2 + \left(\frac{1}{318.3} - \frac{1}{12.6}\right)^2}}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{0.0004 + 0.0058}} = \frac{1}{0.0788} = 12.7\Omega$$

4). रेझिस्टन्स मधून जाणारा करंट, R ($I_R$):

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{50}{50} = 1.0(A)$$

5). इंडक्टर मधून जाणारा करंट, L ($I_L$):

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{50}{12.6} = 3.9(A)$$

6). कॅपॅसिटर मधून जाणारा करंट, C ($I_C$):

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{50}{318.3} = 0.16(A)$$

7). संपूर्ण सप्लाय करंट, ($I_S$):

$$I_S = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{1^2 + (3.9 - 0.16)^2} = 3.87(A)$$

8). कण्डक्टन्स(conductance), (G):

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{50} = 0.02S \text{ or } 20mS$$

9). इंडक्टिव्ह सस्पेक्टन्स, ($B_L$):

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{12.6} = 0.08S \text{ or } 80mS$$

10). कॅपॅसिटीव्ह सस्पेक्टन्स, ($B_C$):

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{318.3} = 0.003S \text{ or } 3mS$$

11). ऍडमिटन्स (Admittance), (Y):

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{12.7} = 0.078S \text{ or } 78mS$$

12). रिझल्ट करंट आणि सप्लाय होल्टेज मधील फेज अँगल (Phase Angle, ($\varphi$) between the resultant current and the supply voltage:)

$$\cos\phi = \frac{G}{Y} = \frac{20mS}{78mS} = 0.256$$

$$\phi = \cos^{-1} 0.256 = 75.3^{\circ} \quad (\text{lag})$$

## 1.2 R-L, R-C, R-L-C समांतर AC सर्किट्स वेक्टर आकृती, ॲक्टिव्ह रिएक्टिव्ह, अप्रेंट पावर, पावर त्रिकोण (R-L, R-C, R-L-C parallel AC circuits vector diagram, active, reactive, apparent power, power triangle):

### A) पावर फॅक्टर इन एसी सर्किट (Power Factor in AC Circuits):

**व्याख्या: कोणत्याही दोन एसी राशीमध्ये फेज डिफरन्सच्या कोसाईन गुणोत्तरास पॉवर फॅक्टर असे म्हणतात.**

$$\text{Power Factor} = \frac{\text{watts}}{\text{volt-amperes}}$$

$$= \frac{P}{S} = \frac{VI\cos\phi}{VI} = \cos\phi$$

एसी सर्किट मध्ये दोन एसी राशीमध्ये जास्तीत जास्त 90 अंशाच्या व कमीत कमी शून्य अंशाचा फेस डिफरन्स असू शकतो म्हणून $\cos 90^0=0$ आणि $\cos 0^0=1$ याप्रमाणे कोणत्याही एसी सर्किट मध्ये जास्तीत जास्त 1 व कमीत कमी 0 एवढाच पावर फॅक्टर असू शकतो.

### B) रियल पावर: Real Power in AC Circuits:

सर्किटच्या रेजिस्टीव्ह भागा द्वारे वापरल्या जाणाऱ्या पॉवरला रियल पावर म्हणतात.

$P= I^2 \times R$, where R=सर्किटचा रेझिस्टन्स

रेझिस्टन्समुळे व्होल्टेज आणि करंट वेव्हफॉर्म्समध्ये कोणताही फेज डिफरन्स नसतो, त्यामुळे सर्व रियल पावर रेजिस्टन्स ला दिली जाते.

रियल पावर (Real Power) $P = I^2R = V \times I \times \cos(\Phi)$ Watts, (W)

### C) रिॲक्टिव्ह पॉवर : (Reactive Power in AC Circuits):

रिॲक्टिव्ह पॉवर, अशी पावर की जी सोर्स आणि अल्टरनेटिंग करंट सिस्टीम मधील लोड यांच्यामध्ये बाउन्स होत असते त्या पावरला रिॲक्टिव्ह पॉवर म्हणतात

रिॲक्टिव्ह पॉवर reactive power $Q = V \times I \times \sin(\varphi)$, VAR (volt-Amperes Reactive)

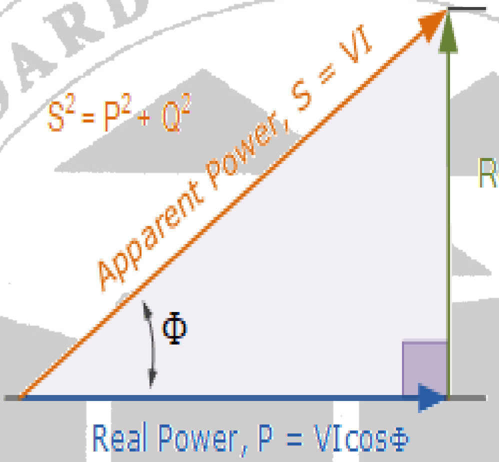
where Q= रिॲक्टिव्ह पॉवर, V= व्होल्टेज, I= करंट and $\varphi$= करंट आणि होल्टेज मधील ॲंगल

**D) अप्रेंट पावर: (Apparent Power in AC Circuits):**

“हे व्होल्टेजच्या rms मूल्याचे आणि विद्युत् प्रवाहाच्या rms मूल्याचे गुणाकार आहे. हे सर्किटला दिलेली एकूण वीज आहे.

अप्रेंट पावर (Apparent Power) S = VI.   VA or kVA.

**E) पावर ट्रँगल (Power Triangle of an AC Circuit):**




इथे

**P** is the $I^2$ x R   Watt

**Q** is the $I^2$ x X   VAR

**S** is the $I^2$ x Z   VA

Φ हा अंशांमधील फेज कोन आहे. फेज कोन जितका मोठा असेल तितकी रिऍक्टिव्ह पॉवर जास्त असेल

Cos(Φ) = P/S = W/VA = power factor, p.f.

Sin(Φ) = Q/S = VAr/VA

Tan(Φ) = Q/P = VAr/W

**संख्यात्मक:**1) 180mH ची इंडक्टन्स आणि 35Ω रेजिस्टन्स असलेली कॉइल 100V 50Hz पुरवठ्याशी (voltage supply) जोडलेली आहे. गणना करा: अ) कॉइलचा इम्पिडन्स, ब) करंट, c) पॉवर फॅक्टर आणि ड) वापरलेली अप्रेंट पावर. वरील कॉइलसाठी परिणामी पावर ट्रँगल देखील काढा.

**उत्तर:** Data given: R = 35Ω, L = 180mH, V = 100V and *f* = 50Hz.

(a) कॉइलचा इम्पिडन्स (Impedance (Z) of the coil):

$$R = 35\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 50 \times 0.18 = 56.6\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{35^2 + 56.6^2} = 66.5\Omega$$

(b) करंट (Current (I) consumed by the coil):

$$V = I \times Z$$

$$\therefore I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{66.5} = 1.5\ A_{(rms)}$$

(c) पॉवर फॅक्टर आणि फेज अँगल (The power factor and phase angle,) Φ:

$$\cos\phi = \frac{R}{Z},\ \text{or}\ \sin\phi = \frac{X_L}{Z},\ \text{or}\ \tan\phi = \frac{X_L}{R}$$

$$\therefore \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{35}{66.5} = 0.5263$$

$$\cos^{-1}(0.5263) = 58.2^{o}\ (\text{lagging})$$

(d) अप्रेंट पावर. (Apparent power (S) consumed by the coil):

$$P = V \times I \cos\phi = 100 \times 1.5 \times \cos(58.2^{o}) = 79W$$

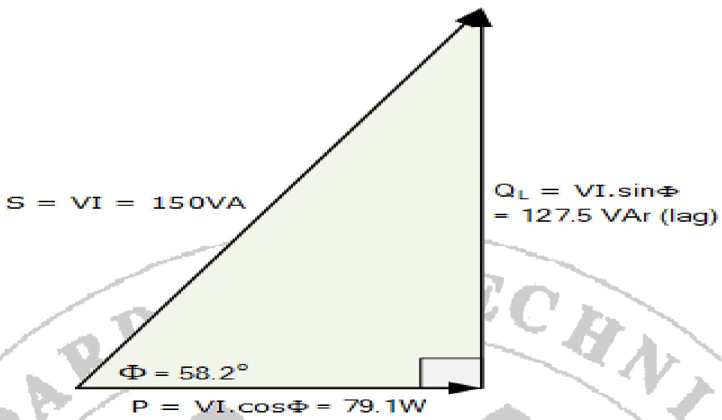
$$Q = V \times I \sin\phi = 100 \times 1.5 \times \sin(58.2^{o}) = 127.5VAr$$

$$S = V \times I = 100 \times 1.5 = 150VA$$

$$\text{or}\ \ S^2 = P^2 + Q^2$$

$$\therefore S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{79^2 + 127.5^2} = 150VA$$

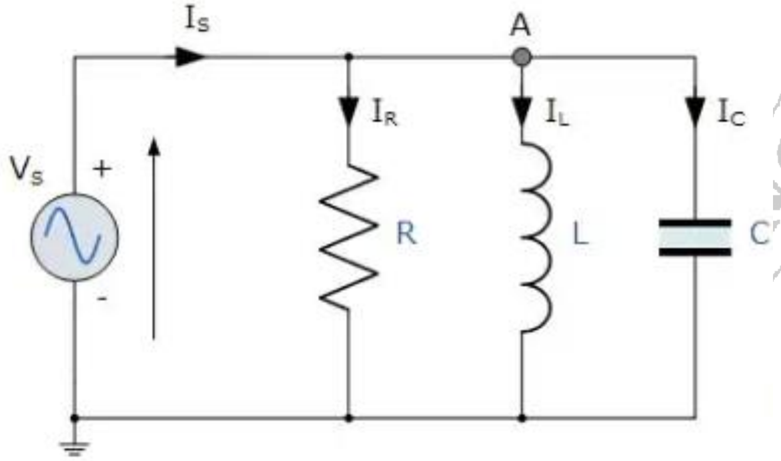
(e) पावर ट्रँगल (Power triangle for the coil):




**1.3 समांतर सर्किटचा रेजोनन्स, ग्राफिकल सादरीकरण, रेझोनन्स curve, कॉलिटी फॅक्टर (Resonance in parallel circuit- Graphical Representation, Resonance curve, Quality (Q) Factor. (Simple Numerical))**

**1.3.1 Resonance in Parallel Circuit:**

समांतर रेझोनन्स तेव्हा होतो जेव्हा सप्लाय फ्रिक्वेन्सी, सप्लाय व्होल्टेज आणि रेजिस्टीव्ह सर्किटमध्ये निर्माण होणारा करंट, यामध्ये शून्य फेज फरक निर्माण करते.




**स्पष्टीकरण (Explaination):** यात दोन शाखा असतात ज्या सप्लाय व्होल्टेज (V) च्या समांतर जोडलेल्या असतात. शाखा 1 मध्ये एक रेझिस्टर (R) आणि इंडक्टर (L) seriesमध्ये असतो. हे $Z_L$ इम्पिडन्स असलेले R-L सर्किट आहे. ब्रँच-१ द्वारे विद्युत प्रवाह हा $I_L$ द्वारे दर्शविला जाणारा एक प्रेरक प्रवाह आहे. शाखा-2 मध्ये एकल कॅपेसिटर असते, ज्याची अभिक्रिया Xc असते. ब्रँच-2 मधून येणारा विद्युतप्रवाह Ic द्वारे दर्शविला जाणारा कॅपेसिटिव्ह करंट आहे.

**समांतर रेजोनन्सचे वैशिष्ट्ये (Properties of Parallel Resonance)**:

1. रेझोनान्सच्या वेळी, समांतर RLC सर्किट पूर्णपणे प्रतिरोधक सर्किट म्हणून कार्य करतो.
2. रेझोनान्सच्या वेळी, समांतर RLC सर्किट पॉवर फॅक्टर एक आहे.
3. रेझोनान्सच्या वेळी, समांतर RLC सर्किट जास्तीत जास्त इन्फिडन्स देते Z=L/CR
4. रेझोनान्सच्या वेळी, समांतर RLC सर्किट कमीत कमी विद्युत प्रवाह वाहतो.
5. रेझोनान्सच्या वेळी, समांतर RLC सर्किटमध्ये, करंट मॅग्नेफिकेशन होते.
6. समांतर रेझोनंट सर्किटसाठी क्यू-फॅक्टर आहे,
7. समांतर RLC रेझोनंट सर्किटला रिजेक्टर सर्किट असेही म्हणतात.

**Current Magnification in Parallel Resonant (RL||C) Circuit: Q-factor:**

**व्याख्या (Definition):**

समांतर सर्किटचे क्यू-फॅक्टर हे विद्युत् प्रवाहाचे गुणोत्तर म्हणून परिभाषित केले आहे सर्किटच्या दोन शाखांमधील समांतर द्वारे घेतलेल्या विद्युत् प्रवाहात फिरत आहे स्रोत पासून सर्किट.

हे समांतर सर्किटमध्ये करंट मॅग्नेफिकेशन आहे.

सूत्र:

(क्यू-फॅक्टर) Quality factor (Q-factor) = Current magnification =

करंट मॅग्नेफिकेशन =

$$\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

जेथे, R= रेजिस्टन्स ऑफ इंडक्टर इन ओहम

L= इंडक्टन्स ऑफ इंडक्टर इन हेनरी

C= फॅराडमधील कॅपेसिटरचे कॅपेसिटन्स आहे

**Current Magnification in Parallel Resonant (RL||C) Circuit: Q-factor: Derivation:**

पॅरेलल रेझोनन्स साठी,

$$I_C - I_L \sin \emptyset_L = 0$$

$$I_C = I_L \sin \emptyset_L$$

$$\frac{V}{X_C} = \frac{V}{Z_L} \times \frac{X_L}{Z_L}$$

$$Z_L{}^2 = X_L \times X_C = \omega_r L \frac{1}{\omega_r C} = \frac{L}{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

सर्किटचा संपूर्ण करंट

$$I_r = I_L \cos \emptyset_L$$

रेझोनन्स साठी सर्किट इम्पिडन्स=Zr then

$$I_r = \frac{V}{Z_r} = \frac{V}{Z_L} \times \frac{R}{Z_L}$$
$$\frac{1}{Z_r} = \frac{R}{{Z_L}^2}$$

समीकरण एक मध्ये $Z_L{}^2$ची किंमत ठेवा

$$\frac{1}{Z_r} = \frac{R}{\frac{L}{C}} = \frac{CR}{L}$$
$$Z_r = \frac{L}{CR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Ic=V/XC=ωrCV

इनपुट लाईन करंट $I_r = \frac{V}{Z_r} = \frac{V}{\left[\frac{L}{CR}\right]} = \frac{VCR}{L}$

करंट मॅग्नेफिकेशन $= \text{Q-factor} = \frac{I_C}{I_r}$

करंट मॅग्नेफिकेशन $= \text{Q-factor} = \frac{\omega_r CV}{VCR} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{2\pi f_r L}{R}$

रेझोनन्स फ्रिक्वेन्सी $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

करंट मॅग्नेफिकेशन $= \text{Q- factor} = \frac{2\pi f_r L}{R} = \frac{2\pi L}{R} \times \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

**संख्यात्मक:**

1) **10ohm ची प्रतिरोधकता आणि 0.5 H चे इंडक्टन्स असलेली प्रेरक कॉइल 50 मायक्रोफॅरॅडच्या कॅपेसिटरसह समांतर जोडलेली असते. निश्चित करा:**
   - **(i) समांतर रेझोनंट वारंवारता.**
   - **(ii) समांतर सर्किटचा गुणवत्ता घटक**
   - **(iii) पुरवठा व्होल्टेज असल्यास, रेझोनान्समध्ये सर्किटद्वारे वापरलेली वीज (230V.)**

**उत्तर:**

**Data Given:**

R= 10 ohm, L=0.5 H, C=50 microfarad, V = 230V

**i) Parallel resonant frequency**

$$f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{0.5\times50\times10^{-6}} - \frac{10^2}{0.5^2}}$$

$$= 31.67 \text{ Hz}$$

**ii) Quality factor of parallel circuit**

$$Q \text{ factor} = \frac{2\pi L f_r}{R}$$

$$= \frac{2\pi\times0.5\times31.67}{10}$$

$$= 9.949$$

**iii) Power consumed by circuit at resonance:**

कॉइलचा रिऍक्टन्स $= X_L = 2\pi f_r L = 2\pi(31.67)(0.5) = 99.49\Omega$

कॉइलचा इम्पिडन्स $= Z = R + j X_L = (10 + j99.49) = 99.99\angle 84.26°\Omega$

कॉइल मधून जाणारा करंट $I = V/Z = 230/99.99 = 2.3A$

सर्किट रेझोनन्स साठी सर्किटने वापरलेली पावरः $I^2 R = (2.3)^2(10) = \mathbf{52.9\ W}$

कॉइल रेजिस्टन्स ने वापरलेली पावर

**स्वअध्ययन (Exercise) :**

Q1. पॅरेलल सर्किट साठी क्यू फॅक्टर ची व्याख्या सांगा.

Q2. RLC पॅरेलल सर्किट साठी ऍक्टिव्ह पॉवर आणि रिॲक्टिव्ह पॉवर यांची व्याख्या सांगा.

Q3. पॅरेलल सर्किट साठी ससेप्टन्स आणि ऍडमिटन यांची व्याख्या सांगा.

Q4. पॅरेलल रेसोनन्स साठी क्वालिटी फॅक्टर ची व्याख्या सांगा आणि त्याचे गणितीय समीकरण लिहा.

Q5. सिरीज रेझोनन्स आणि पॅरेलल रेझोनन्स यांची तुलना करा

Q6. चोक कॉइलमध्ये 4Ω रेझिस्टन्स असतो आणि 0.07H चे इंडक्टन्स 10Ω आणि इंडक्टन्स 0.12H च्या दुसर्या कॉइलशी समांतर जोडलेले असते. संयोजन 230V, 50Hz पुरवठ्याशी (Supply) जोडलेले आहे. तर प्रत्येक शाखेमधून जाणारा करंट आणि टोटल करंट गणना करा.

Q7. कॉइलमध्ये व्होल्टेज 146.2V आहे आणि सिरीज रेजिस्टन्सच्या अक्रॉस चे होल्टेज150V आहे, जेव्हा ते 220V, 50Hz पुरवठ्यावर (Supply) जोडलेले असतात. सप्लाय करंट 10 amp असल्यास, शोधा:

i) कॉइलचा रेजिस्टन्स

ii) कॉइलचे इंडक्टन्स

iii) कॉइलद्वारे वापरली जाणारी वीज

iv) एकूण सर्किटचा पॉवर फॅक्टर

Q8. RLC पॅरेलल सर्किट मधील करंट मॅग्निफिकेशन स्पष्ट करा

Q9. एसी सर्किटमध्ये समांतर दोन शाखा असतात.

शाखा I: R = 10 Ω आणि L = 0.1 H मालिकेत

शाखा II: C = 50μF.

जर सर्किट 200V, 50Hz पुरवठ्यापासून पुरवले असेल, तर निश्चित करा:

(i) शाखेचा इम्पिडन्स

(ii) शाखेमधून जाणारा करंट

(iii) सर्किट पॉवर फॅक्टर

(iv) सर्किटने वापरलेली वीज

Q10. 10 Ω ची रेझिस्टन्स कॉइल आणि 0.15 H ची इंडक्टन्स असलेली कॉइल R= 5Ω आणि C = 20 μF असलेल्या R-C सिरीज कॉम्बिनेशनशी समांतर जोडलेली असते. तर सप्लाय होल्टेज 110 V, 50Hz आहे

(i) सर्किट आकृती काढा

(ii) इन्फिडन्स मेथड वापरून शाखा करंट ची गणना करा

(iii) कॉइलद्वारे शोषलेली ऊर्जा

Q11. 10 Ω च रेझिस्टन्स आणि 0.5 H चे इंडक्टन्स असलेली प्रेरक कॉइल आहे 50 μF च्या कॅपेसिटरसह समांतर कनेक्ट केलेले. निश्चित करा:

(i) समांतर रेझोनंट फ्रिक्वेन्सी.

(ii) समांतर सर्किटचा क्वालिटी फॅक्टर

(iii) सप्लाय व्होल्टेज 230v असल्यास, रेझोनान्समध्ये सर्किटद्वारे वापरलेली वीज

Q12. AC सर्किटशी संबंधित कण्डक्टन्स आणि ससेप्टन्स परिभाषित करा आणि त्यांची युनिट्स सांगा.

Q13. कॅपेसिटिव्ह ब्रँच (RC) च्या समांतर एक प्रेरक शाखा (RL) असलेल्या समांतर सर्किटसाठी, फॅसर आकृती काढा आणि रेझोनंट फ्रिक्वेंसीसाठी समीकरण काढा.

Q14. समांतर रेजोनन्सचे वैशिष्ट्ये सांगा.

Q15. प्युअर कॅपेसिटर (C) च्या समांतर समांतर रेझोनंट सर्किटमध्ये इंडक्टन्स शाखा (RL) असलेले "करंट मॅग्निफिकेशन" स्पष्ट करा. त्यासाठी समीकरण काढा.

Q16. 5 Ω ची रेझिस्टन्स आणि 0.2 H ची इंडक्टन्स असलेली कॉइल 10 Ω रेझिस्टर आणि 80 μF कॅपेसिटरच्या सिरीज कॉम्बिनेशनसह समांतर जोडलेली असते. सप्लाय व्होल्टेज 230V, 50 Hz असल्यास, निर्धारित करा:

1) एकूण सर्किट इम्पिडन्स

२) सर्किटने घेतलेला एकूण करंट
3) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर
4) शाखा करंट
5) सर्किटद्वारे वीज वापरली जाते

Q17. इम्पिडन्स ची व्याख्या आणि त्याचे एकक सांगा

Q18. ऍडमिटन्स ची व्याख्या आणि त्याचे कण्डक्टन्सशी असलेले समीकरण लिहा

Q19. समांतर रेझोनंट सर्किटमध्ये मॅग्निफिकेशनचा प्रकार सांगा. या अटीसाठी येथे pf चे मूल्य देखील द्या.

Q20. आकृती क्र. 3 मध्ये सर्किट शोसाठी रेझोनंट फ्रिक्वेन्सीचा समीकरण काढा

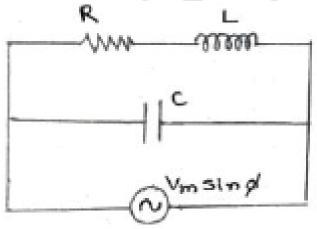



Fig. No. 3.

**संदर्भ पाठ्यपुस्तक (Reference Books):**

[1] A Text Book of ElectricalTechnology Vol:I B. L.Theraja, A. K. Theraja
[2] Basic Electrical Engg. Mittle, V. N.
[3] Subhodh Vidyutshastra, by trambak Waghmare

**माहिती संकेतस्थळ (Information Websites):**

1) https://www.tutorialspoint.com/statically:and:dynamically:induced:emf
2) https://www.typingbaba.com/translator/english:to:marathi:translation.ph
3) https://www.youtube.com/watch?reload=9&app=desktop&v=vJ5ULHbYlnw
4) https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=E::BJAmJRrU

# युनिट 3
# थ्री फेज सर्किट
# (Three Phase Circuit)

**विषय निष्पत्ती (Course Outcome):**

थ्री फेज (पॉली फेज) एसी सर्किट्सच्या घटक (Parameters/पॅरामीटर्स) चे विश्लेषण करा.

(Analyze the parameters of polyphase AC circuits.)

**घटक निष्पत्ती (Theory Learning Outcomes):**

3.1 थ्री -फेज वेव्हफॉर्मच्या निर्मिती चे तत्व स्पष्ट करा.

(Explain the principle of generation of 3-phase waveform)

3.2 थ्री -फेज सर्किटची 1-फेज सर्किटसह तुलना करा.

(Compare of 3-phase circuit with 1-phase circuit.)

3.3 स्टार आणि डेल्टा कनेक्शन साठी 3-फेज पॉवर, लाइन मुल्य, फेज मूल्यांची गणना करा.

(Calculate line, phase values and 3-phase power for star and delta connection)

3.4 संतुलित आणि असंतुलित लोडची संकल्पना स्पष्ट करा.

(Explain the concept of balanced and unbalanced load condition).

**परिचय (Introduction):**

इलेक्ट्रिक सर्किटमध्ये सिंगल फेज आणि थ्री फेज सिस्टीम असे दोन प्रकार उपलब्ध आहेत. सिंगल फेज सर्किटमध्ये, फक्त एक फेज असेल, म्हणजे विद्युत प्रवाह फक्त एका वायरमधून प्रवाहित होईल आणि सर्किट पूर्ण करण्यासाठी न्यूट्रल लाइन नावाचा एक परतीचा मार्ग असेल. त्यामुळे सिंगल फेजमध्ये कमीत कमी प्रमाणात वीज वाहून नेली जाऊ शकते.

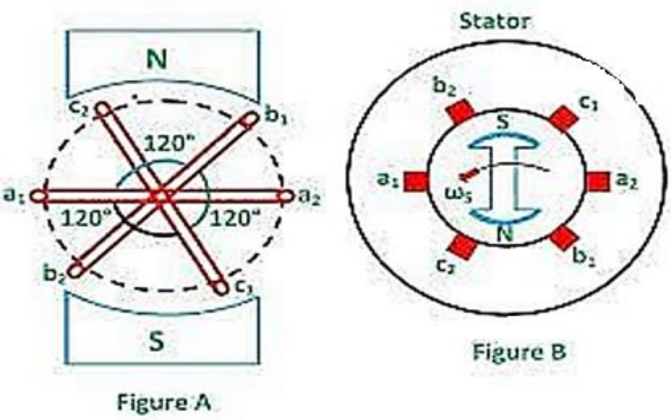
थ्री फेज सर्किट ही पॉलीफेज प्रणाली आहे जिथे जनरेटरपासून लोडपर्यंत तीन फेज एकत्र पाठवले जातात. विद्युतदृष्ट्या प्रत्येक फेज मध्ये $120^{o}$ कोनाचा फेज फरक (Phase Difference) असतो. त्यामुळे एकूण $360^{o}$ मधून, तीन फेज प्रत्येकी $120^{o}$ मध्ये समान रीतीने विभागले जातात. थ्री फेज सिस्टीममधील पॉवर सतत चालू असते कारण तिन्ही फेज एकूण वीज निर्मितीमध्ये गुंतलेले असतात. तीन फेज प्रत्येकी सिंगल फेज म्हणून वापरले जाऊ शकतात. त्यामुळे जर लोड सिंगल फेज असेल तर थ्री फेज सर्किटमधून एक फेज घेतला जाऊ शकतो आणि सर्किट पूर्ण करण्यासाठी न्यूट्रल ग्राउंड म्हणून वापरता येईल. थ्रीफेज चे सिंगल फेज सर्किटवर अनेक फायदे आहेत.

**3.1 थ्री -फेज अल्टरनेटिंग ईएमएफची निर्मिती (Generation of 3-phase EMF):**

थ्री फेज व्होल्टेजची निर्मिती सिंगल फेज व्होल्टेज च्या निर्मिती सारखी असते. मात्र थ्री फेज च्या निर्मिती साठी समान चुंबकीय क्षेत्रात तीन कॉइल्स एकाच शाफ्ट वर 120 अंशा च्या कोनात बसवून

एकसमान वेगाने फिरवतात. हे व्होल्टेज थ्री-फेज ए सी जनरेटरद्वारे तयार केले जाऊ शकतात.

जेव्हा हे टर्न स्थिर ठेवले जाते, आणि खाली दर्शवलेल्या आकृती A मध्ये दाखवल्याप्रमाणे चुंबकीय क्षेत्र फिरवले जाते किंवा जेव्हा वाइंडिंग स्थिर ठेवल्या जातात, आणि चुबकीय क्षेत्र आकृती B मध्ये खाली दाखवल्या प्रमाणे फिरवले जाते, तेव्हा प्रत्येक कॉइल्स वर एक ई एम एफ प्रेरित (Induced) होते. या ई एम एफ चे परिमाण (magnitude) आणि फ्रिकवेंसी (Frequency) समान आहेत परंतु 120 अंशच्या कोनाने एकमेकांपासून विस्थापित होतात.




**आकृती 3.1.1 थ्री फेज प्रेरित (Induced) ई एम एफ**

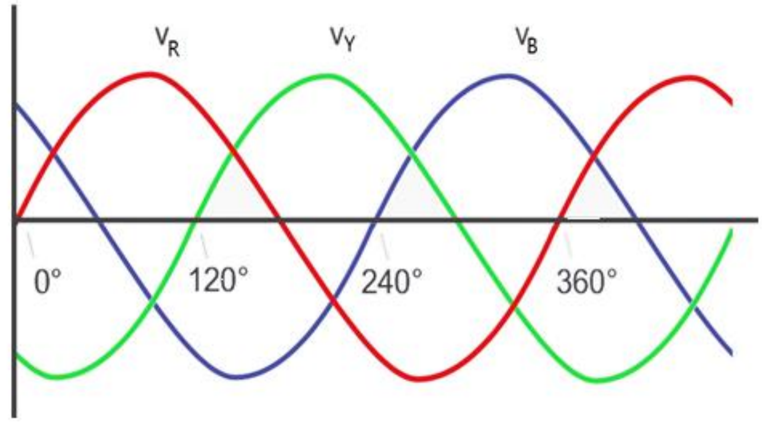
आकृतीत दाखवल्या प्रमाणे a1a2, b1b2 आणि c1c2 या तीन समान कॉइलचा विचार करा. या आकृतीमध्ये a1, b1 आणि c1 हे सुरवातीचे टर्मिनल आहेत, तर a2, b2 आणि c2 हे तीन कॉइल शेवटचे टर्मिनल आहेत. स्टार्टटर्मिनल a1, b1 आणि c1 मध्ये 120 अंश चा फेज फरक राखला जावा. आता, तीन कॉइल एकाच अक्षावर आरोहित (Mounted) करू द्या, आणि ते एकतर कॉइलस्थिर ठेवून आणि चूंबकीय क्षेत्र हलवून तीन कॉइलमध्ये अनुक्रमे तीन EMF प्रेरीत (Induced) होतात.

प्रत्येक कॉइल्स मध्ये सारख्या फ्रिकवेंसी चे समान व्होल्टेज निर्माण होते व व्होल्टेज बदलत असते. प्रत्येक कॉइल्स (Coil) एकदुसऱ्या पासून 120 अंशा ने बसवलेली असल्याने व एकाच मॅग्नेटिक फील्ड च्या सानिध्यत फिरत असल्याने एका कॉइल्स मध्ये निर्माण होणाऱ्या व्होल्टेज च्या 1/3 टाइम पिरिअड मागे पडतो. या तिन्ही फेज ला सर्वसाधारण पणे R Y B या कलर कोड ने दर्शविले जातात.

थ्री फेज पद्धतीत तीन फेज मधील व्होल्टेजबाबत खालील माहिती सांगता येते.

- तिन्ही फेज मधील व्होल्टेज ची फ्रिकवेंसी सारखी असते.
- तिन्ही फेज मधील व्होल्टेज ची अधिकतम किंमत (Amplitude) सारखी असते.
- थ्री फेज व्होल्टेज मध्ये प्रत्येक फेज मधील व्होल्टेज एकमेकांच्या व्होल्टेजच्या 1/3 टाइम पिरिअडने मागे असतो.
- तिन्ही फेज मधील क्षणिक व्होल्टेज (Instantaneous Voltage) ची बेरीज शून्य असते.

$$V_R + V_Y + V_B = 0$$




**आकृती3.1.2 थ्री फेज प्रेरित (Induced) ई एम एफ वेव्हफॉम**

**3.2 थ्री फेज सिस्टिम चे फायदे (Advantages of Three Phase System)**

1) 1-ø अल्टरनेटरच्या तुलनेत 3-ø अल्टरनेटरचे पॉवर ते वजन गुणोत्तर (Power to Weight Ratio) जास्त आहे. म्हणजे समप्रमाणात इलेक्ट्रिक पॉवर निर्मितीसाठी, 3-ø अल्टरनेटरचा आकार 1-ø अल्टरनेटरच्या तुलनेत लहान आहे. त्यामुळे, त्याच प्रमाणात वीज निर्मितीसाठी अल्टरनेटरचा एकूण खर्च कमी होतो. शिवाय, वजन कमी झाल्यामुळे, वाहतूक आणि अल्टरनेटरची स्थापना (Installation) सोयीस्कर बनते आणि पॉवर हाऊसमध्ये अल्टरनेटर ठेवण्यासाठी कमी जागा लागते.
2) इलेक्ट्रिक पॉवर ट्रान्समिशन (Power Transmission) आणि समान प्रमाणात पॉवर वितरणासाठी, कंडक्टर सामग्रीची आवश्यकता 3-ø प्रणाली (System) मध्ये 1-ø प्रणालीच्या तुलनेत कमी असते. म्हणून, 1-ø प्रणालीच्या तुलनेत 3-ø ट्रान्समिशन आणि वितरण प्रणाली किफायतशीर आहे.
3) सिंगल फेज इंडक्शन मोटरच्या तुलनेत थ्री फेज इंडक्शन मोटरचे पॉवर ते वेट गुणोत्तर जास्त आहे. म्हणजे तितक्याच मेकॅनिकल पॉवरसाठी, सिंगल फेज इंडक्शन मोटरच्या तुलनेत थ्री फेज इंडक्शन मोटरचा आकार लहान असतो. त्यामुळे, इंडक्शन मोटरची एकूण किंमत कमी होते. शिवाय, वजन कमी झाल्यामुळे, वाहतूक आणि इंडक्शन मोटरची स्थापना सोयीस्कर बनते आणि इंडक्शन मोटर सामावून घेण्यासाठी कमी जागा लागते.
4) 3-फेज मोटरचे पॉवर फॅक्टर हे 1-फेज मोटर पेक्षा चांगले असते.
5) 1-ø ट्रान्सफॉर्मरच्या तुलनेत 3-फेज ट्रान्सफॉर्मरचे पॉवर ते वजन गुणोत्तर जास्त आहे. समान प्रमाणात इलेक्ट्रिक पॉवरसाठी म्हणजे, 3-फेज ट्रान्सफॉर्मरचा आकार 1-ø ट्रान्सफॉर्मरच्या तुलनेत लहान आहे. त्यामुळे ट्रान्सफॉर्मरची एकूण किंमत कमी होते. शिवाय, वजन कमी झाल्यामुळे वाहतूक आणि ट्रान्सफॉर्मर बसवणे सोयीचे होते आणि ट्रान्सफॉर्मर बसवण्यासाठी जागा कमी लागते.
6) 3-फेज ट्रान्सफॉर्मरच्या कोणत्याही वाइंडिंग मध्ये दोष आढळल्यास, उर्वरित दोन वाइंडिंग 3-फेज लोड सर्व्ह करण्यासाठी ओपन डेल्टामध्ये वापरले जाऊ शकतात. 1-ø ट्रान्सफॉर्मरमध्ये ते शक्य नाही.
7) 1-ø लोड फीड करण्यासाठी 3-फेज सिस्टम वापरली जाऊ शकते, पण या उलट शक्य नाही.
8) सिंगल फेज सिस्टीमच्या तुलनेत थ्री फेज मशीन कमी खर्चिक आणि अधिक कार्यक्षम असते.
9) थ्री फेज ऑपरेटेड उपकरणे (Equipment) आणि उपकरणांची कार्यक्षमता (Efficiency) सिंगल फेज ऑपरेटेड उपकरणां पेक्षा जास्त असते.

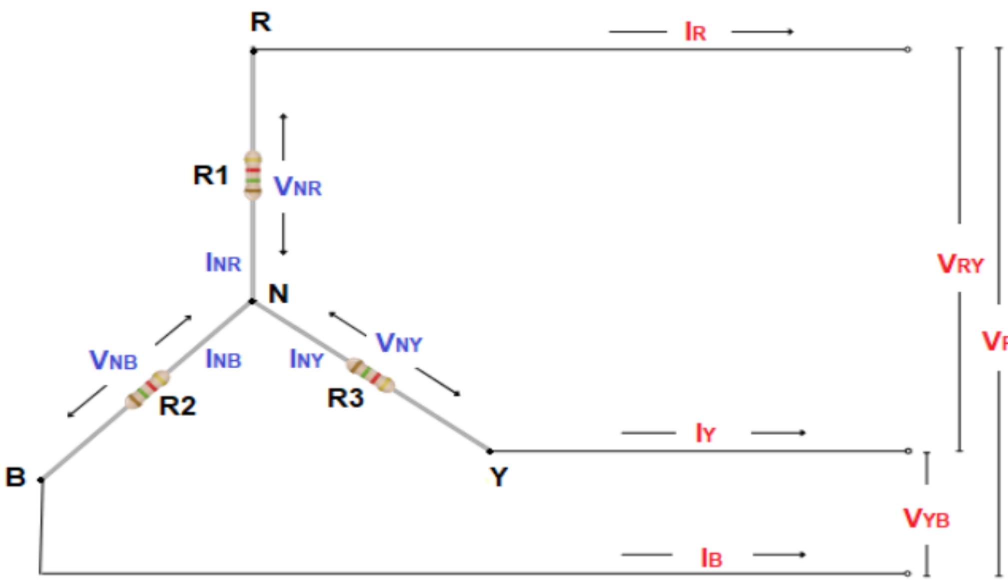
10) थ्री फेज पॉवर सप्लाय सिस्टीममध्ये, स्त्रोता (Source) पासून लोड (Load) पॉईंट्सपर्यंत कमी व्होल्टेज ड्रॉप होतो.
11) थ्री फेज सिस्टम ऑपरेटेड मशीनचा आकार समान आउटपुट रेटिंग असलेल्या सिंगल फेज व्होल्टेजवर चालविलेल्या मशीनपेक्षा कमी असतो.
12) सिंगल फेज सिस्टीमच्या तुलनेत थ्री फेज सिस्टीम अधिक शक्ती (Power) प्रसारित (Transmit) करते.
13) थ्री फेज सप्लायला सहजपणे सिंगल फेज सप्लायमध्ये रूपांतरित केला जाऊ शकतो तर सिंगल फेज सप्लायला तीन फेज सप्लाय सिस्टीममध्ये रूपांतरित करण्यासाठी जटिल प्रणालीची आवश्यकता असते.

### 3.3 थ्री फेज कनेक्शनचे प्रकार (Types of Three Phase Connection)

फेज कनेक्शनचे दोन प्रकार आहे. स्टार कनेक्शन आणि डेल्टा कनेक्शन.

#### 3.3.1 स्टार कनेक्शन (Star Connection)

स्टार कनेक्शन मध्ये, तीन वाइंडिंग चे समान टोक (एकतर प्रारंभ किंवासमाप्त) कॉमन पॉइंट नावाच्या सामान्य पॉइंट जोडलेले असतात. तीन-लाइन कंडक्टर उर्वरित तीन मुक्त (Free) टर्मिनल मधून चालतात ज्याला लाइन कंडक्टरम्हणतात. काहीवेळा चौथ्या वायरला स्टार पॉइंट मधून बाहय टर्मिनल मध्ये नेले जाते, ज्याला न्यूट्रल वायरम्हणतात (न्यूट्रल पॉईंट चे व्होल्टेज सामान्यतः शून्य असते), थ्री फेज मध्ये, चार-वायर कंडक्टर जोडलेली प्रणाली तयार करतात.




**आकृती क्र. 3.3.1 स्टार कनेकशन संतुलित (Balanced) लोड**

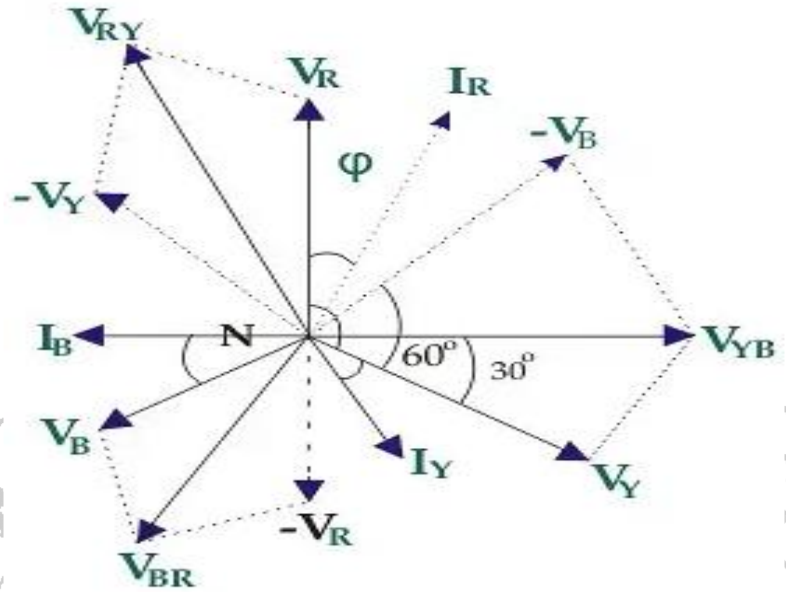
**i) फेज करंट ($I_{ph}$):** प्रत्येक फेज (Phase) मधून वाहणाऱ्या विद्युत प्रवाहाला फेज करंट म्हणतात.

**(ii) लाइन करंट ($I_L$):** प्रत्येक लाईन कंडक्टर मधून वाहणाऱ्या विद्युत प्रवाहाला लाइन करंट म्हणतात.

**(iii) फेज व्होल्टेज ($V_{ph}$):** एक फेज आणि न्यूट्रल मधील व्होल्टेजला फेज व्होल्टेज म्हणतात.

**(iv) लाइन व्होल्टेज ($V_L$):** दोन लाइन कंडक्टर मधील व्होल्टेजला लाइन व्होल्टेज $V_L$ म्हणून ओळखले

जाते.




**आकृती3.3.2 स्टारकनेक्टेड लोड ची फेझर (Phasor Digaram) आकृती**

### 3.3.2 स्टार कनेक्शन मधील फेज करंट आणि लाइन करंट यांच्यातील संबंध (Relation Between Phase and Line Current in Star)

स्टार कनेक्शनमध्ये, लाइन करंट आणि फेज करंट सारखाच असतो. लाइन करंट ची मॅग्निटुड तिन्ही फेज मध्ये सारखीच आहे आणि याला$I_L$असे म्हणतात.

∴ $I_R = I_Y = I_B = I_L$, जेथे, $I_R$ हा R फेज चा लाइन करंट आहे, $I_Y$ हा Y फेज चा लाइन करंट आहे आणि $I_B$ हा B फेज चा लाइन करंट आहे. स्टार कनेक्टेड सिस्टीममधील फेज करंट, प्रत्येक फेजचा $I_{ph}$हा लाइन करंट $I_L$ एवढाच आहे.

∴ $I_R = I_Y = I_B = I_L = I_{ph}$.

फेज वाइंडिंग मधून वाहणारा करंट आणि लाईन वाइंडिंग मधून वाहणारा करंट हा सारखाच असतो

लाईन करंट = फेज करंट

∴$I_R = I_Y = I_B = I_L = I_{ph}$

### 3.3.3 स्टार कनेक्शन मधील फेज व्होल्टेज आणि लाइन व्होल्टेज यांच्यातील संबंध (Relation Between Phase and Line Voltage in Star)

समजा इंडक्टिव्ह लोड मुळे विद्युत प्रवाह (Electric Current) प्रणालीच्या प्रत्येक फेज मधील लागू (Applied) व्होल्टेजला $\phi$ कोनाने मागे टाकतो. येथे आपण पूर्णपणे संतुलित प्रणाली विचारात घेतली आहे, प्रत्येक टप्प्यातील विद्युत् प्रवाह आणि व्होल्टेजचे परिमाण (Magnitude) समान आहे. आपण असे म्हणू या की, न्यूट्रल पॉइंट (N) आणि रेड फेज टर्मिनल (R) मधील व्होल्टेजचे परिमाण (Magnitude) $V_R$ आहे. त्याचप्रमाणे, पिवळ्या (Yellow) फेज व्होल्टेजचे परिमाण (Magnitude) $V_Y$ आहे आणि निळ्या (blue) फेज व्होल्टेजचेपरिमाण (Magnitude) $V_B$ आहे.

संतुलित (Balanced) स्टार प्रणालीमध्ये, प्रत्येक फेज व्होल्टेजचे परिमाण $V_{ph}$ असते.

$\therefore V_R = V_Y = V_B = V_{ph}$

आता आपण म्हणू या की, स्टार कनेक्टेड सर्किटच्या R आणि Y टर्मिनलमधील व्होल्टेज $V_{RY}$ आहे. स्टार कनेक्टेड सर्किटच्या Y आणि B टर्मिनलमधील व्होल्टेज $V_{YB}$ आहे आणि स्टार कनेक्टेड सर्किटच्या B आणि R टर्मिनलमधील व्होल्टेज $V_{BR}$ आहे.

$V_{RY} = V_R + (-V_Y)$

त्याचप्रमाणे,

$V_{YB} = V_Y + (-V_B)$

आणि,

$V_{BR} = V_B + (-V_R)$

आता,

$V_R$ आणि $V_Y$ मधला कोन (angle) 120° (विद्युत) आहे, $V_R$ आणि - $V_Y$ मधला कोन 180° - 120° = 60° (इलेक्ट्रिकल) आहे.

$VL = \sqrt{VR^2 + VY^2 + 2VR.VY.Cos\ 60}$ ($\because$Cos 60 = 1/2)

$V_L = \sqrt{Vph^2 + Vph^2 + 2Vph.Vph.\frac{1}{2}}$

$VL = \sqrt{3}\ Vph$

लाइन व्होल्टेज= $\sqrt{3}$ फेज व्होल्टेज

$V_L = \sqrt{3} \times V_{ph}$

**3.3.4 स्टार कनेक्शनमध्ये पॉवर (Power in Star Connection)**

थ्री फेज ac सर्किटमध्ये, एकूण ॲक्टिव्ह पॉवर ही तीनही फेज पॉवरची बेरीज असते. म्हणून, थ्री फेज एसी प्रणालीमध्ये एकूण ॲक्टिव्ह पॉवर = थ्री फेज पॉवर

किंवा

$P = 3 \times Vph \times Iph \times Cos\Phi$ ....... (1)

आपल्याला माहित आहे की स्टार कनेक्शनमधील फेज करंट आणि फेज व्होल्टेजची मूल्ये;

$IL = Iph$

$Vph = VL/\sqrt{3}$

ही मूल्ये eq (1) मध्ये ठेवणे

$P = 3 \times (VL/\sqrt{3}) \times IL \times Cos\Phi$ .......... $(Vph = VL/\sqrt{3})$

$P = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times (VL/\sqrt{3}) \times IL \times Cos\Phi$ ....... $\{3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3}\}$

$P = \sqrt{3} \times VL \times IL \times Cos\Phi$

त्यामुळे सिद्ध झाले;

स्टार कनेक्शनमध्ये पॉवर,

$P = 3 \times Vph \times Iph \times Cos\ \Phi$

किंवा

$P = \sqrt{3} \times VL \times IL \times Cos\Phi$

त्याच प्रमाणे

टोटल रिअक्टिव्ह पॉवर

$Q = \sqrt{3} \times V_L \times I_L \times Sin\Phi$

आणि टोटल अँपेरेन्ट पॉवर (Total Apperent power) = $S = \sqrt{3} \times V_L \times I_L$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

## संख्यात्मक (Numericals)

**1. स्टार जोडलेला 3-ph लोड, 415V, 50Hz पुरवठ्यातून पुरवला जातो. जर लाइन करंट 20 A आहे आणि पुरवठ्यातून घेतलेली एकूण वीज 10 kW आहे निर्धारित करा:**

**(i) लोड रेझिस्टन्स (Load Resistance) आणि पर फेज रिऍक्टन्स (Reactance per phase).**

**(ii) लोड पॉवर फॅक्टर**

**(iii) एकूण 3-फेज रिऍक्टिव्ह पॉवर**

**उत्तर**

**दिलेला डेटा:** $V_L = 415V$,

f = 50Hz,

$I_L = 20A$,

P = 10

kW = 10000 W

स्टार कनेक्शनमध्ये,

$V_L = \sqrt{3} \times V_{Ph}$

आणि

$I_L = I_{Ph}$

म्हणून,

$V_{Ph} = V_L / \sqrt{3}$

$= 415 / \sqrt{3}$

= 239.6 व्होल्ट.

आणि,

$I_L = I_{Ph} = 20$ Amp.

इम्पेडन्स पर फेज,

$Z_{Ph} = V_{Ph} / I_{Ph}$

= 239.6 / 20

$Z_{Ph} = 11.98\ \Omega$

एकूण थ्री-फेज पॉवर दिले जाते,

$P = 3V_{Ph}.\ I_{Ph} \cos \emptyset$

किंवा

$P = \sqrt{3}.V_L.\ I_L.\ \cos \emptyset$

$10 \times 10^3 = 3 \times 239.6 \times 20 \times \cos \emptyset$

त्यामुळे,

$$Cos\ \emptyset = \frac{10000}{3 \times 239.6 \times 20}$$

Cos ∅ = 0.695

$\emptyset = \cos^{-1}$

$(0.695) = 45.97^o$

(i) लोड रेझिस्टन्स आणि पर फेज रिऍक्टन्स:

पर फेज रिऍक्टन्स (Resistance)(Rph) = $Z_{ph} \times \cos\emptyset$

= 11.98 x 0.695

$R_{ph} = 8.326\ \Omega$

पर फेज रिऍक्टन्स (Reactance) ($X_{ph}$) = $Z_{ph} \times \sin\emptyset$

= 11.98 x 0.718

**$X_{ph} = 8.601\ \Omega$**

(ii) लोड पॉवर फॅक्टर:

**Cos ∅ = 0.695**

(iii) एकूण 3-फेज रिऍक्टिव्ह पॉवर:

रिऍक्टिव्ह पॉवर = $\sqrt{3} \times V_L \times I_L \times \sin\emptyset$

$= 3\ V_{Ph}\ I_{Ph} \sin\emptyset$

$= \sqrt{3} \times 415 \times 20 \times \sin (45.97°)$

= 10336.01 VAR

**रिऍक्टिव्ह पॉवर = 10.336 kVAR**

**2. तीन समान कॉइल, प्रत्येक 10ohmरेझिस्टन्स आणिइंडक्टन्स 42mHस्टार मध्येकनेक्ट करुन415V, 50 Hz, 3-फेज सप्लायशी जोडलेले आहेत. तरऍक्टिव्ह पॉवरची गणनाकरा.**

**उत्तर**

स्टार कनेक्शन

इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स, $XL=2\pi f\ L$

$=2\pi\ (50)\ (42\times10^{-3})$

$X_L\ =13.19\ \Omega$

फेज इम्पेडन्स, $Zph=\sqrt{R+X_L}$

$=\sqrt{10^2+13.19^2}$

$Z_{ph}\ =16.55\ \Omega$

लाइन व्होल्टेज, $V_L\ =\ 415\ V$

आणि फेज व्होल्टेज, $V_{Ph}\ =V_L/\sqrt{3}$

$=415/\sqrt{3}$

$=240\ V.$

फेज करंट,

$I_{ph}\ =V_{ph}\ /Z_{ph}$

$=240/16.55$

$=14.50\ A.$

लाइन करंट,

$I_L\ =I_{ph}=\ 14.50\ A.$

पॉवर फॅक्टर = $\cos\ \varphi=R_{ph}\ /Z_{ph}$

$=10/16.55$

=0.6042 लॅगिंग.

ऍक्टिव्ह पॉवर $P\ =\sqrt{3}V_LI_L\ \cos\ \varphi$

$=\sqrt{3}\ (415)\ (14.50)\ (0.6042)$

= 6.3kW

OR

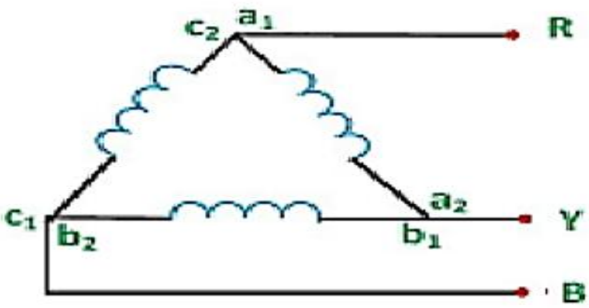
$P\ =3I^2R$

$=3(14.50)^2(10)$

$=6.3$ kW

**3.3.5 डेल्टा कनेक्टेड संतुलित लोड (Delta Connected Balanced Load):**

डेल्टा कनेक्शन मध्ये, एका वाइंडिंग चे टर्मिनल दुसऱ्या फेजच्या स्टार्ट टर्मिनल शी जोडलेले असते आणि त्यामुळे क्लोज्ड (Close) सर्किट मिळते.




**आकृती 3.3.5.1 डेल्टा कनेक्टेड संतुलित (Balanced) लोड**

डेल्टा जोडणी मिळवण्या साठी, a2 हे b1 शी जोडलेले आहे, b2 हे c1 शी जोडलेले आहे आणि c2 हे वरील आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या प्रमाणे a1 शी जोडलेले आहे. R, Y आणि B हे तीन कंडक्टर लाइन कंडक्टर म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या तीन जंक्शन वरून चालतात.

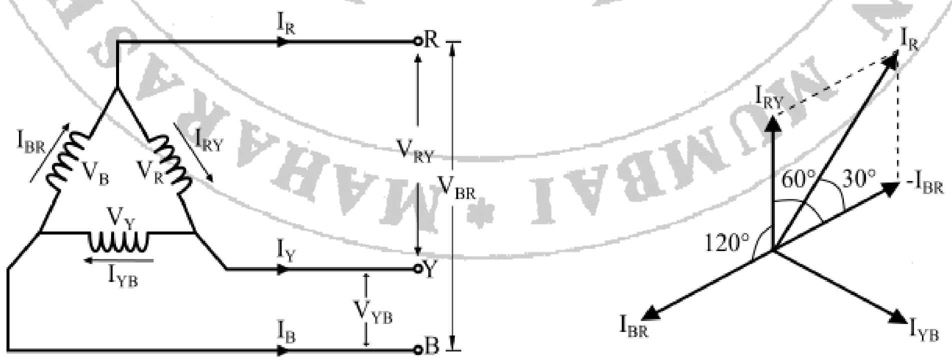
**(i) फेज करंट ($I_{ph}$):** प्रत्येक फेज (Phase) मधून वाहणाऱ्याविद्युत प्रवाहाला फेज करंट म्हणतात.

**(ii) लाइन करंट ($I_L$):** प्रत्येक लाईन कंडक्टर मधून वाहणाऱ्या विद्युत प्रवाहाला लाइन करंट म्हणतात.

(iii) **फेज व्होल्टेज ($V_{ph}$):** प्रत्येक ब्रँचच्या ओलांडून मिळणाऱ्या व्होल्टेजला फेज व्होल्टेज म्हणतात.

**(ivलाइन व्होल्टेज ($V_L$):** दोन कंडक्टर मधील व्होल्टेजला लाइन व्होल्टेज $V_L$म्हणून ओळखले जाते.

**3.3.5.1 डेल्टा कनेक्शन मधील फेज करंट आणि लाइन करंट यांच्यातील संबंध (Relation between Phase and Line Current in Delta)**




**आकृती 3.3.5.2 डेल्टा कनेक्टेड लोडचे सर्किट आणि फेझर आकृती**

वरील आकृतीवरून प्रत्येक लाइन मधील विद्युत प्रवाह हा दोघांमधील व्हेक्टर (Vector) फरक (Difference) आहे.

त्या लाइन मधून वाहणारे फेज करंट.

$I_R = I_{BR} - I_{RY}$

$I_Y = I_{RY} - I_{YB}$

$I_B = I_{YB} - I_{BR}$

करंट $I_R$ चे मॅग्निट्युड (Magnitude)खालीलप्रमाणे व्हेक्टर जोडणीच्या समांतरभुज चौकोनाद्वारे (Parallelogram) मिळू शकते,

$I_R = \sqrt{I_{BR}^2 + I_{RY}^2 + 2I_{RY}I_{BR}Cos60}$ (Cos 60 = 1/2)

प्रणाली संतुलित (Balanced) आहे असे गृहीत धरा, म्हणून,

$I_{RY} = I_{YB} = I_{BR} = I_{ph}$

$I_R = \sqrt{I_{ph}^2 + I_{ph}^2 + 2I_{ph}I_{ph}\frac{1}{2}}$

$I_L = \sqrt{3Iph}$

डेल्टा कॉनेकशन मध्ये लाइन करंट हा फेज करंट च्या$\sqrt{3}$ पटीनेजास्त असतो.

लाइन करंट = $\sqrt{3}$ फेज करंट

$I_L = \sqrt{3} \times I_{ph}$

**3.3.5.2 डेल्टा कनेक्शन मधीलफेज व्होल्टेज आणि लाइन व्होल्टेज यांच्यातील संबंध (Relation Between Phase and Line Voltage in Delta connection)**

डेल्टा कनेक्टेड सिस्टममध्ये न्यूट्रल अस्तित्वात नसल्यामुळे, फेज व्होल्टेज आणि लाइन व्होल्टेज समान असतात.

$V_{RY} = V_{YB} = V_{BR} = V_L$

$V_L = V_{ph}$

**3.3.5.3 डेल्टा कनेक्शनमध्ये पॉवर**

पॉवर/ फेज = $V_{ph} \times I_{ph} \times Cos\Phi$

टोटल ॲक्टिव्ह पॉवर = P = 3 x $V_{ph} \times I_{ph} \times Cos\Phi$ ..... (1)

माहित आहे की डेल्टा कनेक्शनमधील फेज करंट आणि फेज व्होल्टेजची मूल्ये;

$IPH = I_L / \sqrt{3}$ ..... ($IL = \sqrt{3}\ I_{PH}$)

$V_{Ph} = V_L$

ही मूल्ये पॉवर समीकरण मध्ये ठेवणे....... (1)

$P = 3 \times V_L \times (IL/\sqrt{3}) \times Cos\Phi$ ...... ($I_{PH} = I_L$ / /$\sqrt{3}$)

$P = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times V_L \times (IL/\sqrt{3}) \times Cos\Phi$...{$3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ }

$P = \sqrt{3} \times V_L \times I_L \times Cos\Phi$ Watt

त्याच प्रमाणे

एकूण रीअक्टिव्ह पॉवर

$Q = \sqrt{3} \times V_L \times I_L \times Sin\Phi$ VAR

आणि एकूण अँपेरेन्ट पॉवर = $S = \sqrt{3} \times V_L \times I_L$ VA

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

**संख्यात्मक (Numericals)**

**संख्यात्मक 1. A 415V, 3-फेज a.c. मोटरचे पॉवर आउटपुट 12.75kW आहे आणि ते 0.77 लॅगिंगच्या पॉवर फॅक्टरवर आणि 85 टक्के कार्यक्षमतेसह कार्य करते. जर मोटर डेल्टा-कनेक्ट असेल, तर (a) पॉवर इनपुट, (b) लाइन करंट आणि (c) फेज करंट निश्चित करा.**

**उत्तर**

कार्यक्षमता = पॉवर आउटपुट/पॉवर इनपुट.

त्यामुळे

(85/100) =12.750 पॉवर इनपुट ज्यामधून,

पॉवर इनपुट = 12. 750 × 10085

= 15000 W किंवा 15 Kw

पॉवर, $P=\sqrt{3}V_L I_L \cos \Phi$, म्हणून

लाइन करंट,

$I_L = P/ \sqrt{3}$ (415) (0.77)

= 15 000/ $\sqrt{3}$ (415) (0.77)

= 27.10 A

डेल्टा कनेक्शनसाठी, $I_L = \sqrt{3}$ Ip, त्यामुळे

फेज करंट, $I_{ph} = I_L/\sqrt{3}$

= 27.10 /$\sqrt{3}$

= 15.65A

**संख्यात्मक 2. तीन समान कॉइल, प्रत्येक 10ohm रेझिस्टन्स आणि इंडक्टन्स 42mH डेल्टा मध्ये कनेक्ट करून 415V, 50 Hz, 3-फेज सप्लायशी जोडलेले आहेत. तर ऍक्टिव्ह पॉवर ची गणना करा.**

**उत्तर**

डेल्टा कनेक्टेड

$V_L = V_{ph} = 415$ V,

इंडक्टिव्ह रिऍक्टन्स, $XL=2\pi f L$

$=2\pi\ (50)\ (42\times10^{-3})$

$X_L = 13.19\ \Omega$

$Z_{ph} = \sqrt{R + X_L}$

$= \sqrt{10^2 + 13.19^2}$

$= 16.55\ \Omega$

$\cos\Phi = 0.6042$ lagging

फेज करंट, $I_{ph} = V_{ph} / Z_{ph}$

$= 415/16.55$

$= 25.08$ A.

लाइन करंट, $I_L = \sqrt{3}\ I_{ph}$

$= \sqrt{3}\ (25.08)$

$= 43.44$ A.

ॲक्टिव्ह पॉवर $P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\varphi$

$= \sqrt{3}\ (415).\ (43.44).\ (0.6042)$

$= 18.87$ kW

पर्यायी,

$P = 3I^2R$

$= 3(25.08)^2(10)$

$= 18.87$ kW.

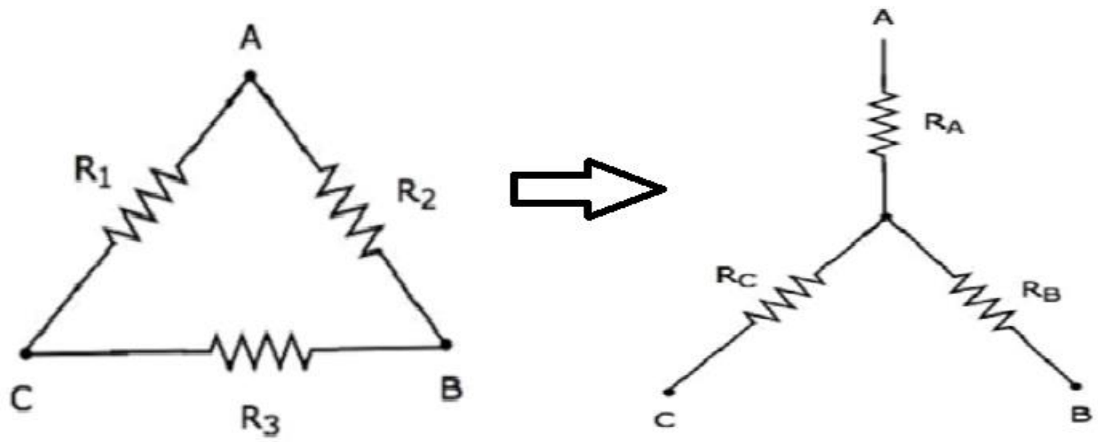
**3.4 स्टार आणि डेल्टा कनेक्शन मधील फरक (Difference between Star & Delta):**

| **स्टार कनेक्शन (Star Connection)** | **डेल्टा कनेक्शन (Delta Connection)** |
|---|---|
| स्टार कनेक्शन हे 4-वायर कनेक्शन असते (काही प्रकरणांमध्ये चौथी वायर पर्यायी असते) | डेल्टा कनेक्शन हे 3-वायर कनेक्शन आहे. |
| दोन प्रकारच्या स्टार कनेक्शन सिस्टम शक्य आहेत: 4 - वायर 3 - फेज सिस्टम आणि 3 - वायर 3 फेज सिस्टम. | डेल्टा कनेक्शनमध्ये, फक्त 3 - वायर 3 फेज सिस्टम शक्य आहे. |
| 4 तारांपैकी, 3 तारा फेज आहेत आणि 1 वायर तटस्थ आहे (जे 3 तारांचा सामान्य बिंदू आहे). | सर्व 3 तारा डेल्टा कनेक्शन फेजेस ने असतात. |
| स्टार जोडणीमध्ये, तिन्ही तारांचे एक टोक एका सामान्य बिंदूशी Y आकारात जोडलेले असते, जसे की तिन्ही तारांचे तीन उघडे टोक तीन टप्पे बनवतात आणि सामायिक बिंदू तटस्थ बनतात. | डेल्टा कनेक्शनमध्ये, प्रत्येक वायर दोन समीप तारांना त्रिकोणाच्या स्वरूपात जोडलेली असते (Δ) आणि जोडणीचे सर्व तीन सामाईक बिंदू तीन टप्पे बनवतात. |
| स्टार कनेक्शनच्या सामान्य बिंदूला न्यूट्रल किंवा स्टार पॉइंट म्हणतात. | डेल्टा कनेक्शनमध्ये कोणतेही न्यूट्रल नाही |
| लाइन व्होल्टेज आणि फेज व्होल्टेज वेगळे आहे.<br>$V_L = \sqrt{3} \times V_{Ph}$ | लाइन व्होल्टेज आणि फेज व्होल्टेज सामान आहे.<br>$V_L = V_{ph}$ |

| | |
|---|---|
| लाइन करंट आणि फेज करंट समान आहेत.<br>IL = Iph | लाइन करंट आणि फेज करंट वेगळे आहेत.<br>IL =√3 x Iph |
| स्टार कनेक्शन दोन्ही ट्रान्समिशन आणि वितरण नेटवर्कमध्ये वापरले जाते (एकतर सिंगल फेज सप्लाय किंवा थ्री-फेजसह. | डेल्टा कनेक्शन सामान्यत: वितरण नेटवर्कमध्ये वापरले जाते. |

### 3.4.1 डेल्टा ते स्टार रूपांतरण (Detla to Star Conversion)

डेल्टा नेटवर्कचे रुपांतर समतुल्य स्टार नेटवर्कमध्ये करू. या रूपांतरणाला डेल्टा ते स्टार रूपांतरण असे म्हणतात.




**आकृती क्र.3.4.1 डेल्टा ते स्टार रूपांतरण**

$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$
$$R_{BC} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$
$$R_{CA} = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

खालील आकृती वरील डेल्टा नेटवर्कशी संबंधित समतुल्य स्टार नेटवर्क दर्शवते.

$$R_{AB} = R_A + R_B$$
$$R_{BC} = R_B + R_C$$
$$R_{CA} = R_C + R_A$$

वरील समीकरणांच्या उजव्या बाजूच्या संज्ञांचे समीकरण करून आपल्याला खालील समीकरणे मिळतील ज्यासाठी डावीकडील संज्ञा (Terms) समान आहेत.

$$R_A + R_B = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots \ldots (1)$$

$$R_B + R_c = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots \ldots . . (2)$$

$$R_C + R_A = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \quad \ldots\ldots(3)$$

वरील तीन समीकरणे जोडल्यास आपल्याला मिळेल

$$2(R_A + R_B + R_C) = \frac{2(R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$(R_A + R_B + R_C) = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \ldots\ldots(4)$$

समीकरण 4 मधून समीकरण 2 वजा करा.

$$(R_A + R_B + R_C) - R_B + R_C = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_A = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

समीकरण 4 मधून समीकरण 3 वजा केल्याने आपल्याला मिळेल

$$R_B = \frac{R_2R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

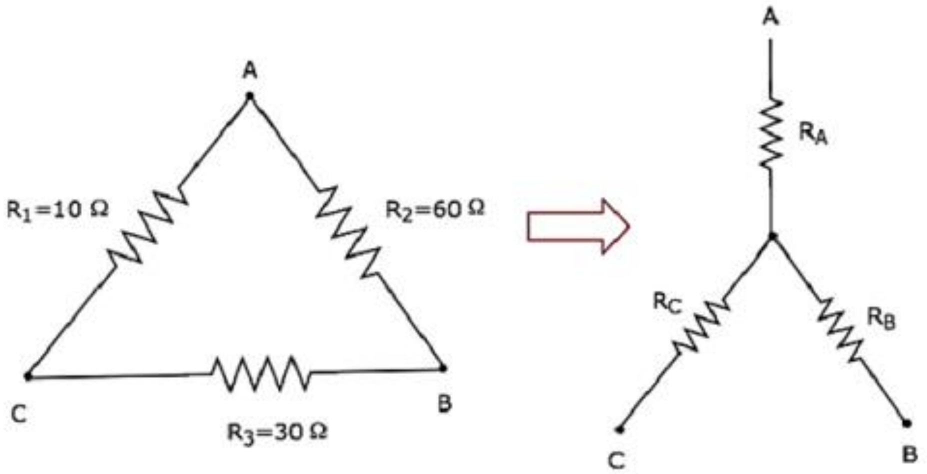
समीकरण 4 मधून समीकरण 1 वजा केल्याने आपल्याला मिळेल

$$R_C = \frac{R_3R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

वरील संबंधांचा वापर करून, आपण डेल्टा नेटवर्कच्या रेझिस्टन्स वरून स्टार नेटवर्कचे रेझिस्टन्सशोधू शकतो. अशा प्रकारे, आपण डेल्टा नेटवर्कला स्टार नेटवर्कमध्ये रूपांतरित करू शकतो.

**संख्यात्मक (Numericals )**

**संख्यात्मक1. खालील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे डेल्टा नेटवर्कच्या समतुल्य असलेल्या स्टार नेटवर्कच्या रेझिस्टन्सची गणना करू या.**




**उत्तर:**

R1 = 10 Ω, R2 = 60 Ω आणि R3 = 30 Ω म्हणून डेल्टा नेटवर्कचे रेझिस्टन्स दिलेआहेत.

डेल्टा नेटवर्कच्या रेझिस्टन्स च्या संदर्भात आपल्याला स्टार नेटवर्कच्या रेझिस्टन्सचे खालील संबंध माहित आहेत.

$$R_A = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_B = \frac{R_2.R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_C = \frac{R_1.R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

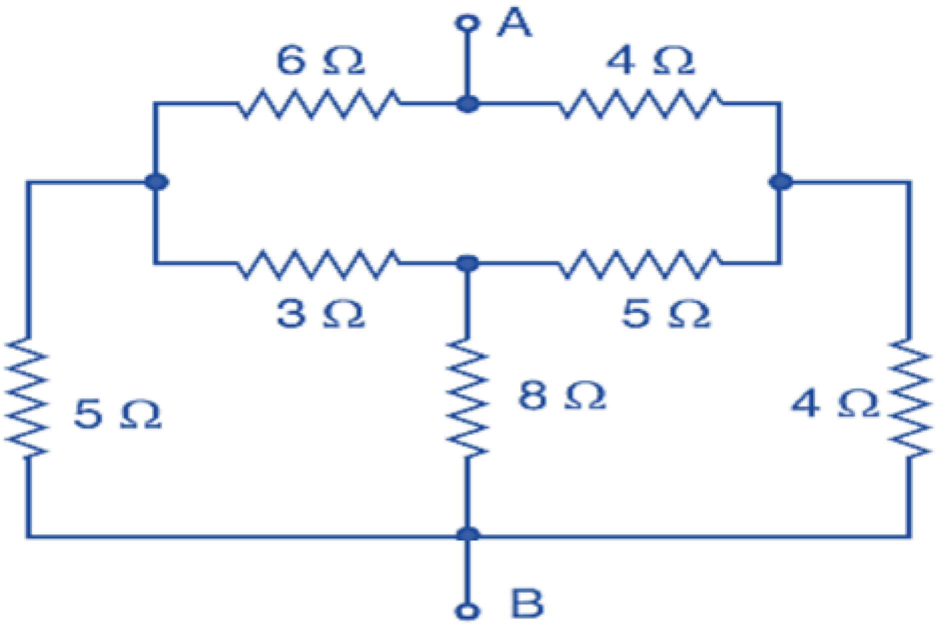
वरील समीकरणांमध्ये $R_1$, $R_2$ आणि $R_3$ ची मूल्ये टाका.

$$R_A = \frac{10 \text{ x } 60}{10 + 60 + 30} = \frac{600}{100} = 6\Omega$$

$$R_B = \frac{60 \text{ x } 30}{10 + 60 + 30} = \frac{1800}{100} = 18\Omega$$

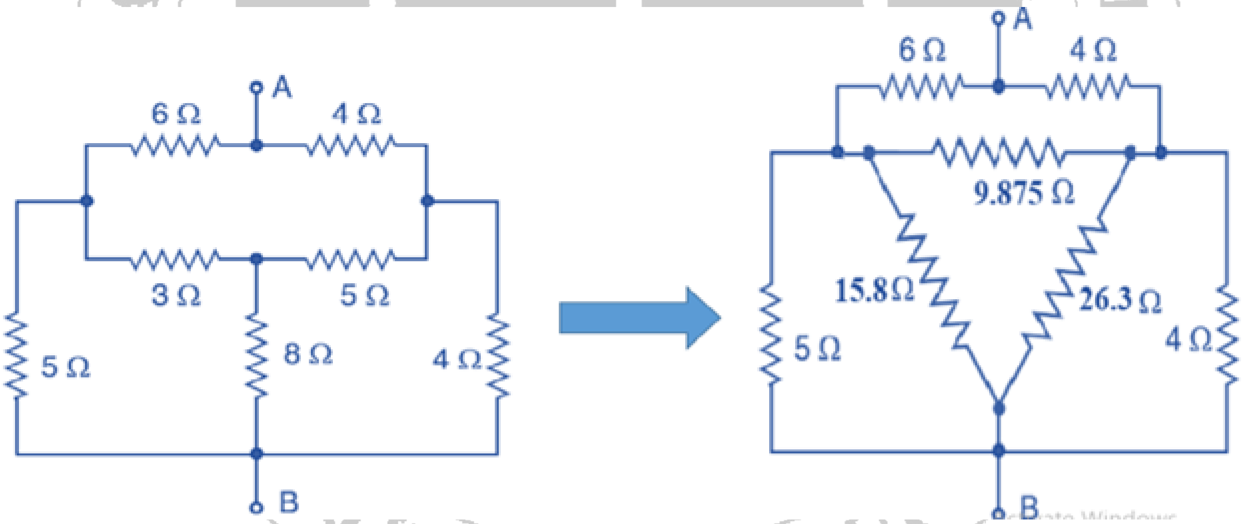
$$R_C = \frac{30 \text{ x } 10}{10 + 60 + 30} = \frac{300}{100} = 3\Omega$$

**2. खालील दिलेल्या आकृती मधील टर्मिनल A आणि B मध्ये समतुल्यरेझिस्टन्स ची गणना करा.**




**उत्तर**

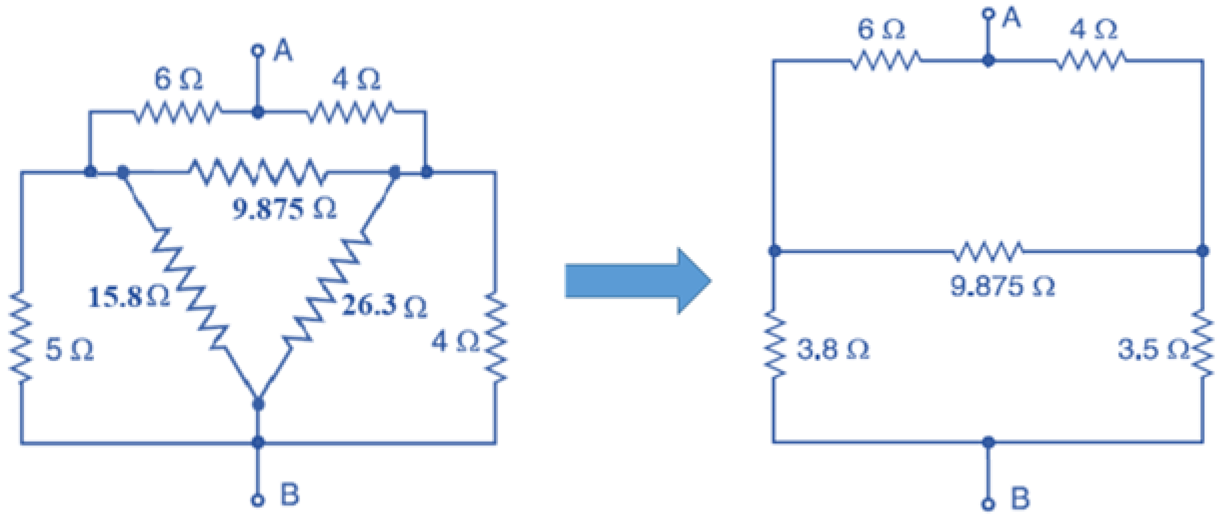
आतील स्टार ला डेल्टा मध्ये बदलत आहे.




15.8-ohm हे 5-ohm च्या समांतर आहे आणि 26.3-ohm हे 4-ohm च्या समांतर आहे

$$15.8||5 = \frac{15.8 \text{ x } 5}{15.8 + 5} = 3.8\Omega$$

$$26.3||4 = \frac{26.3 \text{ x } 4}{26.3 + 4} = 3.5\Omega$$

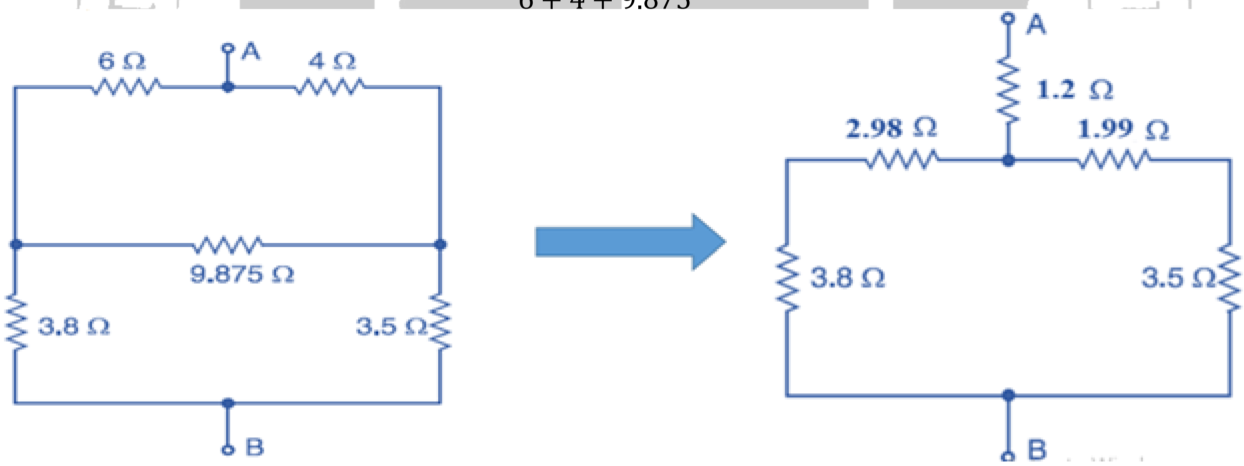



आता डेल्टाचे स्टार मध्ये रूपांतर करणे,

$$R_A = \frac{6 \text{ x } 4}{6 + 4 + 9.875} = 1.2\ \Omega$$

$$R_B = \frac{9.875 \text{ x } 4}{6 + 4 + 9.875} = 1.99\ \Omega$$

$$R_C = \frac{6 \text{ x } 9.875}{6 + 4 + 9.875} = 2.98\ \Omega$$




आता ह्या सर्किट ची समतुल्य रेझिस्टन्स म्हणून गणना केली जाऊ शकते,

$R_{AB} = (3.8 + 2.98) \,||\, (1.99 + 3.5) + 1.2$

$$3.8||2.98 = \frac{3.8 \text{ x } 2.98}{3.8 + 2.98} = 1.77\Omega$$

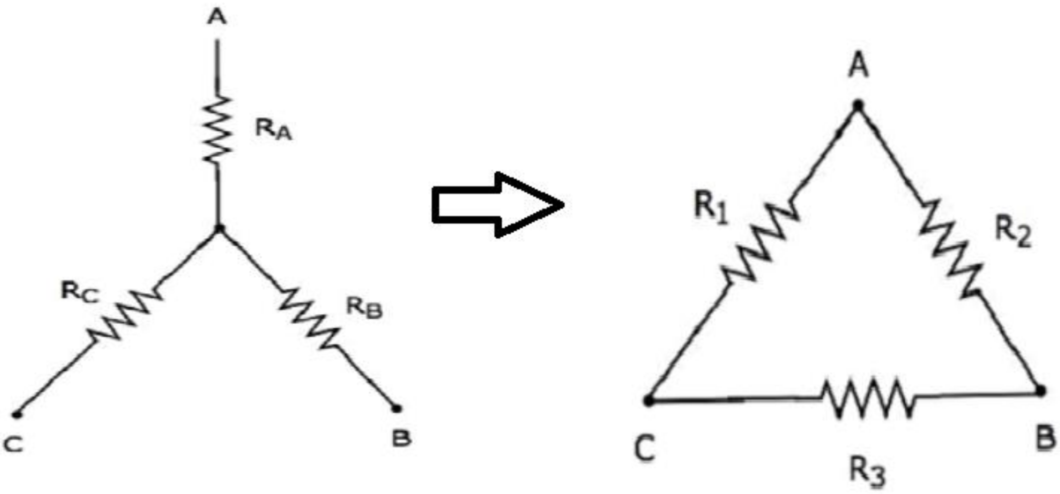
$$1.99||3.5 = \frac{1.99 \text{ x} 3.5}{1.99 + 3.5} = 1.26\Omega$$

$R_{AB} = 1.77+1.26+1.2$

$R_{AB} = 4.23$

### 3.4.2 स्टार ते डेल्टा रूपांतरण (Star to Delta Conversion)

स्टार नेटवर्कचे रुपांतर समतुल्य डेल्टा नेटवर्कमध्ये करू. या रूपांतरणाला स्टार ते डेल्टा रूपांतरण असे म्हणतात.




**आकृती क्र.3.4.2 स्टार ते डेल्टा रूपांतरण**

$$R_A = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \; \dots \dots (1)$$

$$R_B = \frac{R_2.R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \dots \dots .(2)$$

$$R_C = \frac{R_1.R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \dots \dots \dots .(3)$$

दोन समीकरणांचा प्रत्येक संच गुणाकार करा आणि नंतर जोडा

$$R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A = \frac{R_1.R_2^2 R_3 + R_2.R_3^2 R_1 + R_3.R_1^2 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A = \frac{R_1 R_2 R_3 (R_1 + R_2 + R_3)}{(R_1 + R_2 + R_3)^2}$$

$$R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A = \frac{R_1.R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \dots \dots .(4)$$

समीकरण 2 सह समीकरण 4 ला भागून आपण मिळवू

$$R_1 = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_B}$$

$$R_1 = R_A + R_C + \frac{R_C R_A}{R_B}$$

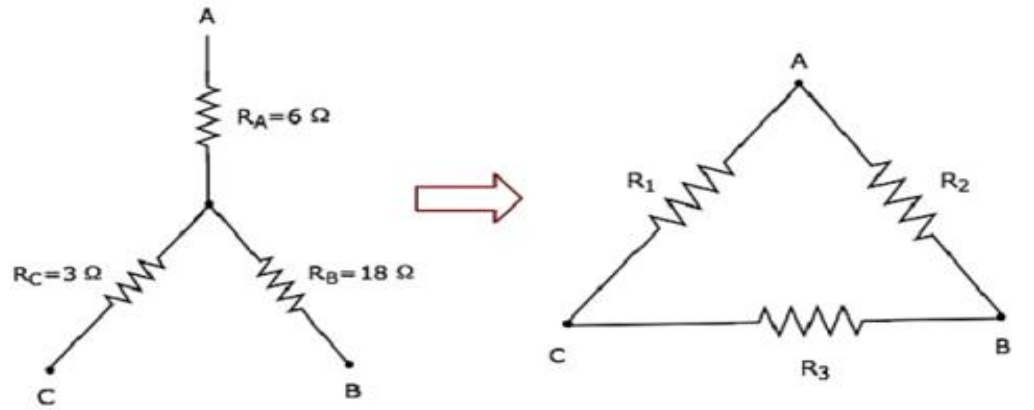
समीकरण 3 सह समीकरण 4 ला भागून आपण मिळवू

$$R_2 = R_A + R_B + \frac{R_B R_A}{R_C}$$

समीकरण 1 सह समीकरण 4 ला भागून आपण मिळवू

$$R_3 = R_B + R_C + \frac{R_C R_B}{R_A}$$

**संख्यात्मक1. खालील आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे डेल्टा नेटवर्कच्या प्रतिकारांची (Resistance) गणना करू या, जे स्टार नेटवर्कच्या समतुल्य आहेत.**




**उत्तर**

डेल्टा नेटवर्कच्या रेझिस्टन्सचे खालील संबंध आपल्याला स्टार नेटवर्कच्या रेझिस्टन्सच्या संदर्भात माहीत आहेत.

$$R_1 = R_A + R_C + \frac{R_C R_A}{R_B}$$

$$R_2 = R_A + R_B + \frac{R_B R_A}{R_C}$$

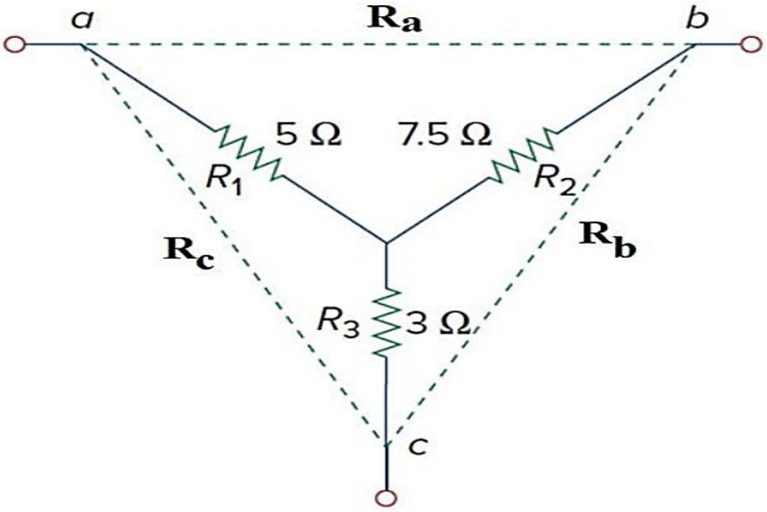
$$R_3 = R_B + R_C + \frac{R_C R_B}{R_A}$$

$$R_1 = 3 + 6 + \frac{6 \text{ x } 3}{18} = 9 + 1 = 10\,\Omega$$

$$R_1 = 6 + 18 + \frac{6 \text{ x } 18}{3} = 24 + 36 = 60\,\Omega$$

$$R_1 = 18 + 3 + \frac{18 \text{ x } 3}{6} = 21 + 9 = 30\ \Omega$$

**संख्यात्मक2. स्टार नेटवर्कला समतुल्य डेल्टा नेटवर्कमध्ये रूपांतरित करा.**




**उत्तर**

$$R_a = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_2 = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_3 = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

$$R_a = 7.5 + 5 + \frac{7.5 \text{ x } 5}{3} = 12.5 + 12.5 = 25\ \Omega$$

$$R_b = 7.5 + 3 + \frac{7.5 \text{ x } 3}{5} = 10.5 + 4.5 = 15\ \Omega$$

$$R_c = 5 + 3 + \frac{5 \text{ x } 3}{7.5} = 8 + 2 = 10\ \Omega$$

**3.4 संतुलित लोड आणि असंतुलित लोड ची संकल्पना (Concept of Balance and Unbalance Load):**

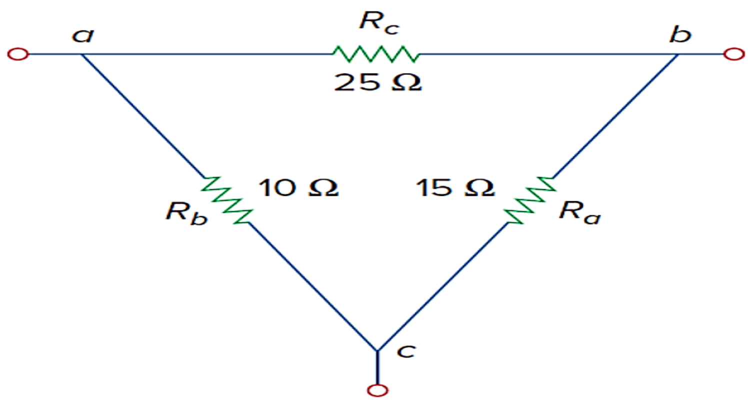
- **संतुलित लोड:** थ्री-फेज सिस्टीममध्ये पॉवर फॅक्टर आणि फेज करंट किंवा 3-फेजचा लाइन प्रवाह समान असेल तर त्या लोड ला संतुलित लोड म्हणतात.
- **संतुलित प्रणालीचे गुणधर्म (Properties of Balanced System)**

- वेव्हफॉर्म पूर्णपणे सायनसॉइडल आहे म्हणजेच मॅग्निटुड आणि फेज शिफ्ट 120 डिग्री
- प्रत्येक टप्प्यातून वाहणारा विद्युतप्रवाह सारखाच असतो.
- न्यूट्रलमधून कोणताही विद्युत प्रवाह वाहत नाही.
- पॉवर लॉस खूप कमी आहे किंवा उपस्थित नाही.

- **असंतुलित लोड:** थ्री-फेज सिस्टीममध्ये पॉवर फॅक्टर आणि फेज करंट किंवा 3-फेजचा लाइन प्रवाह भिन्न असेल तर त्या लोड ला असंतुलित लोड म्हणतात.
- **असंतुलित प्रणालीचे गुणधर्म (Properties of Unbalanced System)**
- वेव्हफॉर्म्स मॅग्निटुड आणि फेज अँगल विस्कळीत असतात.
- फेज मधून वाहणारा करंट सारखा नसतो.
- विजेचे नुकसान अधिक आहे.

**स्वअध्ययन (Exercies):**

(1) डेल्टा नेटवर्कला समतुल्य स्टार नेटवर्कमध्ये रूपांतरित करा.




(2) दिलेल्या स्टार कॉनेकशनमधील रेझिस्टन्स ला (3 ohms, 3 ohms आणि 1 ohms) डेल्टामध्ये रूपांतरित करणे.

(3) A 400V, 3-फेज a.c. मोटरचे पॉवर आउटपुट 15kW आहे आणि ते 0.77 लॅगिंगच्या पॉवर फॅक्टरवर आणि 80 टक्के कार्यक्षमतेसह कार्य करते. जर मोटर स्टार -कनेक्ट असेल, तर (a) पॉवर इनपुट, (b) लाइन करंट आणि (c) फेज करंट निश्चित करा.

(4) जेव्हा लाइन व्होल्टेज वाढते, तेव्हा स्टार मतील फेज व्होल्टेजचे काय होते.

(5) 400 v, 3 फेज 50 HZ पुरवठ्या ला संतुलित डेल्टा कनेक्टेड लोड जोडलेला आहे ज्याचा लाइन करंट 18 A आणि p.f 0.8 आहे. तर लोडच्या प्रत्येक फेजचा रेझिस्टन्स आणि कॅपेसिटन्स मोजा.

**संदर्भ पाठ्यपुस्तक (Reference Books):**


(1) इलेक्ट्रिकल टेक्नॉलॉजीचे पाठ्यपुस्तक खंड - 1 - B.L. Theraja, A. K. Theraja

(2) बेसिक इलेक्ट्रिकल इंजिनीरिंग - व्ही. एन. मित्तल


**महत्वाच्या उपयुक्त लिंक्स**

(1) https://www.tutorialspoint.com/network_theory/network_theory

(2) https://www.electricaltechnology.org

(3) https://econtent.msbte.edu.in/econtent/marathi_econtent.php?scheme=K

# युनिट -IV
# डीसी सर्किटच्या नेटवर्क रिडक्शन पद्धती
## (Network Reduction methods for DC circuits)

**विषय निष्पत्ती (Course Outcome):**

नेटवर्क रिडक्शनच्या विविध पद्धती वापरून डीसी सर्किट्स सोडवा. (Apply network reduction methods to solve DC circuits.)

**घटक निष्पत्ती (Unit Outcomes):**

4.1 दिलेल्या नेटवर्कसाठी सोअर्स परीवर्तन टेक्निक वापर.

(Apply source transformation techniques for the given network.)

4.2 स्टार / डेल्टा आणि डेल्टा / स्टार परिवर्तन पद्धती वापरून नेटवर्क रिडक्शन करा.

(Reduce the given network by applying Star/delta and delta/star transformation.)

4.3 मेश अनॅलिसिस वापरून दिलेला नेटवर्क सोडवा.

(Apply Mesh analysis to solve the given network.)

4.4 नोड अनॅलिसिस वापरून दिलेला नेटवर्क सोडवा.

(Apply Node analysis to solve the given network.)

**परिचय (Introduction):**

आज आपण प्रामुख्याने विद्युतीय जगात राहतो. प्रत्येक अभियांत्रिकी शाखेत होत असलेल्या बदलांमध्ये इलेक्ट्रिकल तंत्रज्ञान हे एक प्रेरक शक्ती आहे. सर्किट विश्लेषण हा विद्युत तंत्रज्ञानाचा पाया आहे तसेच नेटवर्क सिद्धांत हे विविध प्रकारचे नेटवर्क, त्यांचे वर्तन, विश्लेषण आणि ॲप्लिकेशन्स बद्दल आहे. विद्युत नेटवर्क विविध प्रकारचे ऊर्जा स्त्रोत, सर्किट घटक जसे की प्रतिरोधकांनी बनलेले आहे. Capacitors आणि Inductors. या घटकांचे संयोजन आणि ते एकमेकांशी कसे जोडलेले आहेत हे नेटवर्कचे प्रकार ठरवते. नेटवर्क आणि सर्किट या शब्दांचा एकच अर्थ आहे. या प्रकरणात आपण नेटवर्कबद्दल काही मूलभूत संकल्पनांवर चर्चा करू आणि नंतर सर्किटसाठी काही तंत्रे सादर करू.

**4.1 सर्किट (Circuit):**

**4.1.1 ओपन सर्किट (Open Circuit):**

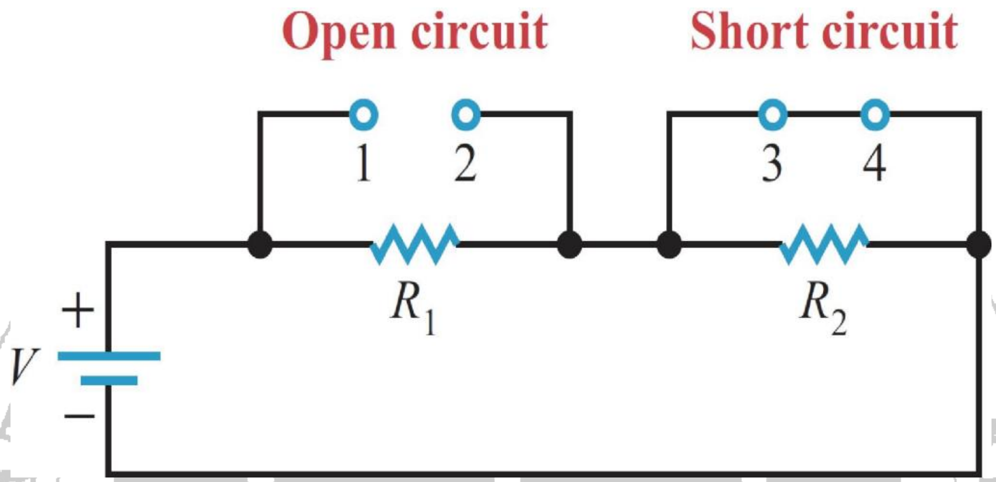
ओपन सर्किट ही दोन बिंदूंमधील (Points) विद्युत प्रवाह (Current) खंडित होण्याची स्थिती आहे, जसे की खालील बिंदू 1 आणि 2.

ओपन सर्किटमध्ये करंट (Current) निश्चितपणे शून्य आहे. $I = 0$

ओपन सर्कीटद्वारे व्होल्टेज (Circuit Voltage) परिभाषित केले जात नाही (हे फक्त ओपन सर्किट आणि उर्वरित सर्किटच्या विश्लेषणातून आढळू शकते). सर्किट मध्ये व्होल्टेज (Circuit Voltage) $V = 0$ किंवा $V = \infty$ असा विचार करणे ही चूक आहे.

उदाहरण म्हणून, समजा की खालील सर्किटमध्ये, पॉइंट 1 आणि 2 देखील R1 द्वारे जोडलेले आहेत; एकदा आपण R1 मधील व्होल्टेज किती आहे ह्याच विश्लेषण केल्यावर, आपणास ओपन सर्किट मधील व्होल्टेज कळेल.

शेवटी (Lastly), ओपन सर्किटसाठी (पॉइंट 1 आणि 2 च्या दरम्यान) $R = \infty$




**आकृती 4.0.1 ओपन सर्किट (Open Circuit) आणि शॉर्ट सर्किट (Short Circuit)**

**4.0.1.2 शॉर्ट सर्किट (Short Circuit):**

शॉर्ट सर्किट (Short Circuit) म्हणजे वरील बिंदू 3 आणि 4 मधील दोन बिंदूमधील पूर्ण कनेक्शणची स्थिती.

शॉर्ट सर्किटमध्ये व्होल्टेज *(V)* निश्चितपणे शून्य आहे.

*V= 0*

शॉर्ट सर्किटद्वारे विद्युत प्रवाह (Circuit Current) परिभाषित केला जात नाही (हे फक्त शॉर्ट सर्किट आणि उर्वरित सर्किटच्या विश्लेषणातून आढळू शकते). व्याख्यानुसार $I = \circ$ किंवा $I = \infty$ असा विचार करणे ही एक सामान्य चूक आहे. उदाहरण म्हणून, लक्षात घ्या की वरील सर्किटमध्ये, पॉइंट 3 आणि 4 उर्वरित सर्किटशी जोडलेले आहेत आणि पॉइंट 3 व 4 हे R2 ला समांतर जोडलेले आहेत; एकदा आपण R1 मधील विद्युत् प्रवाहाचे विश्लेषण केल्यावर, आपणास शॉर्ट सर्किटमधील करंट (Current) देखील कळेल.

शेवटी (Lastly), शॉर्ट सर्किटसाठी $R = 0 \quad I = \infty$

**4.0.1.3 इलेक्ट्रिक नेटवर्कच्या संबंधित काही बेसिक टर्म (Basic Terms).**

**1. सर्किट (Circuit):** हे इलेक्ट्रिकल एलेमेंट्सचे (Electrical Elements) असे संयोजन आहे ज्याद्वारे करंट (Current) वाहतो त्याला सर्किट असे म्हणतात.

**2. नेटवर्क (Network):** हे सर्किट आणि एलेमेंट्सचे (Elements) यांचे संयोजनला नेटवर्क असे म्हणतात.

**3. युनिलॅटरल (Unilateral):** हे असे सर्किट आहे ज्याचे पॅरामीटर(parameter) आणि सर्किटच्या क्यारेक्टक्टरिस्टिकस (characteristics) सप्लायच्या डिरेकशन (direction) नुसार (विद्युत प्रवाहाच्या दिशेने) बदलतात.

**4. बायलॅटरल (Bilateral):** हे असे सर्किट आहे ज्यामध्ये दोन्ही दिशेने विद्युत प्रवाहाच्या दिला असता त्याचे पॅरामीटर(parameter) आणि क्यारेक्टक्टरिस्टिकस (characteristics) विद्युत प्रवाहाच्या दिशेने बदलत नाहीत.

**5. नोड (Node):** हा दोन किंवा दोनपेक्षा जास्त एलेमेंट्सच्या (Elements) परस्पर जोडणीचा बिंदू (Point) आहे त्याला नोड असे म्हणतात.

**6. शाखा (Branch):** हा तीन किंवा तीनपेक्षा जास्त एलेमेंट्सच्या (Elements) परस्पर जोडणीने तयार होतो त्याला शाखा (Branch) असे म्हणतात.

**7. लूप (Loop):** हा सर्किटमधील पूर्ण बंद मार्ग (closed path) आहे आणि यामध्ये कोणताही एलेमेंट् (Element) किंवा नोड (Node) एकापेक्षा जास्त वेळा वापरला जात नाही.

**नोड, शाखा आणि लूप:**

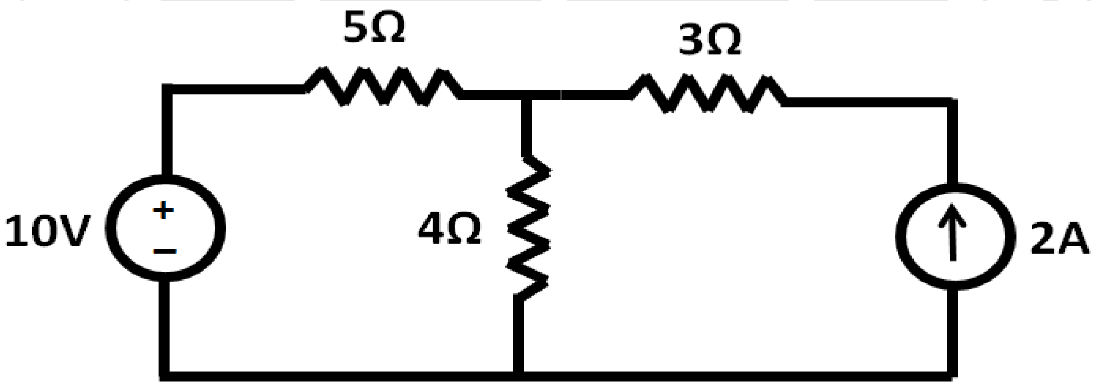
नेटवर्क हे एलेमेंट्सचे (Elements) किंवा उपकरणांचे (Devices) इंटरकनेकशन (interconnection) आहे; सर्किट एक नेटवर्कर्किंवा अधिक क्लोज पाथ (closed paths) असतात.

'b' शाखा, 'l' लूप आणि 'n' नोड्स असलेल्या नेटवर्कने n/w च्या प्रमेयाचे (theorem) समीकरण खालील प्रमाणे असेल.

$$b = l + n - 1$$

**4.0.1.4 शाखा म्हणजे काय?**

एक शाखा रेझिस्टर (resistor), कॅपेसिटर (capacitor), इंडक्टर (inductor), व्होल्टेज किंवा करंट सोअर्स (Current Source) सारख्या सिंगल सर्किट घटक (Parameters) दर्शवते.



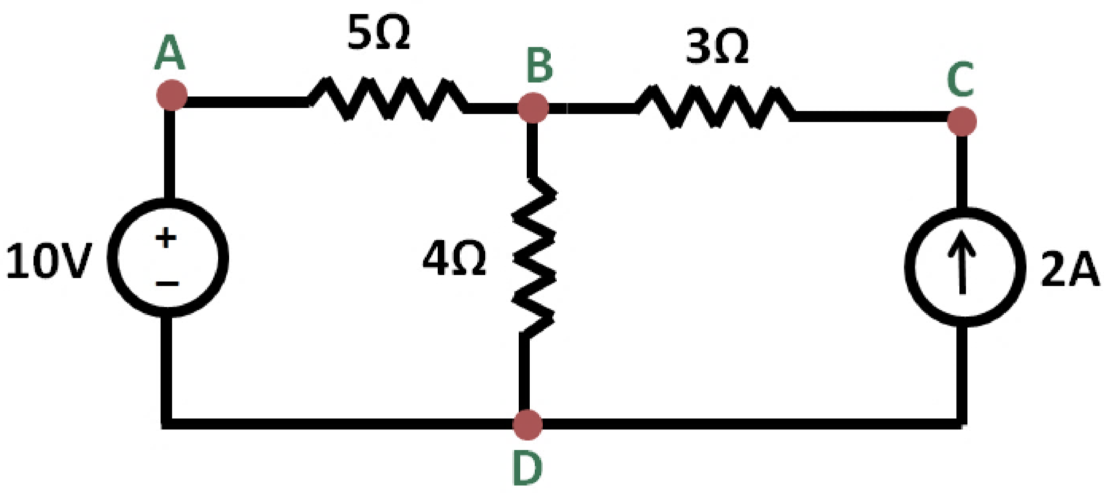

**आकृती 4.0.1.4.1 सर्किटमधील शाखा (Representation of Branch in the Circuit)**

उदाहरणार्थ,

आकृती क्र. 4.0.1.4.1 मध्ये दर्शविलेल्या सर्किटसाठी, पाच शाखा आहेत. एक 10 V व्होल्टेज सोअर्स, 2A करंट सोअर्स, 4 Ω, 5 Ω, आणि 3 Ω रेझिस्टर (Resisters) आहेत.

नोड म्हणजे काय?

नोड हा सर्किटमधील एक बिंदू आहे जिथे दोन किंवा अधिक सर्किट एलेमेंट्स (किंवा शाखा) जोडलेल्या असतात.




**आकृती 4.1.4.2 सर्किटमधील चार नोड्स (Representation of Four Nodes in the Circuit)**

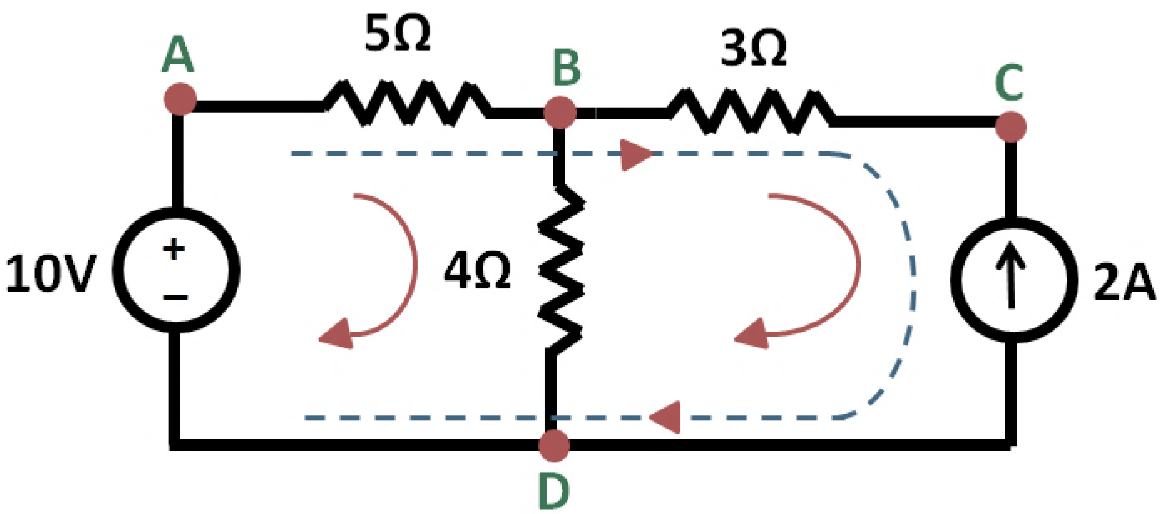
उदाहरणार्थ,

आकृती क्र. 4.1.4.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, वरील सर्किटमध्ये चार नोड्स आहेत. नोड A, B, C आणि D.

**4.0.1.5 लूप म्हणजे काय?**

सर्किटमधील कोणत्याही बंद मार्गाला लूप असे म्हणतात.

लूप हा एक बंद मार्ग आहे जो एका नोडपासून सुरू होऊन, नोड्सच्या सेट मधून जातो आणि एकापेक्षा जास्त वेळा कोणत्याही नोड्सच्या सेट (Sets) मधून न जाता सुरुवातीच्या नोडवर परत येतो.




**आकृती 4.0.1.5.1 सर्किटमधील लूपचे प्रतिनिधित्व (Representation of Four Loop in the Circuit)**

उदाहरणार्थ, आकृती क्र. 4.0.1.5.1 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, सर्किटमध्ये तीन लूप (Loop) आहेत. पहिला लूप A-B-D-A आहे, दुसरा लूप B-C-D-B आहे. आणि तिसरा लूप A-B-C-D-A आहे.

**4.0.1.6 मेश (Mesh) म्हणजे काय?**

मेश हा सर्किटमधील एक बंद मार्ग आहे, ज्यामध्ये त्याच्या आत दुसरा कोणताही बंद मार्ग नसतो.

उदाहरणार्थ, आकृती क्र. 4.0.1.5.1 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, लूप 1(A-B-D-A) आणि लूप 2 (B-C-D-B) मध्ये त्यांच्यामध्ये इतर कोणताही बंद मार्ग नाही. आणि ते मेशचे उदाहरण आहेत. तर लूप 3 (A-B-C-D-A) मध्ये लूप 1 आणि लूप 2 आहे. म्हणून, त्याला मेश (Mesh) म्हणता येणार नाही.

**नोट:** लूप मध्ये मेश असू शकता परंतु मेश मध्ये लूप नसतो.

**4.1 सोअर्स परीवर्तन (Source transformation)**

इलेक्ट्रिकल सर्किट्सच्या क्षेत्रात, तुम्ही अनुभवी अभियंता असो किंवा विद्यार्थी, सोअर्स परीवर्तन (Source transformation) हे एक महत्वाचे साधन आहे. हे एक तंत्र आहे जे जटिल सर्किट्स (Complex Circuits) सुलभ करते, त्यांचे विश्लेषण करणे सोपे करते. तर, सोअर्स परिवर्तनाच्या संकल्पना पूर्णपणे समजून घेउयात.

1. **सोअर्स परीवर्तन (Source transformation) म्हणजे काय?**

सोअर्स परीवर्तन, नावाप्रमाणेच ही एक पद्धत आहे जिथे रेझिस्टरसह सेरीज मधील व्होल्टेज सोअर्स, करंट सोअर्स (current source) यांचे सोअर्स परीवर्तन करू शकता जसे कि रेझिस्टर च्या सिरीज मधील व्होल्टेज सोअर्स हे इक्यूव्हॅलेंट करंट सोअर्स मध्ये बदलून त्याच रेसिस्टर्स च्या पॅरलल (Parallel) मध्ये जोडतात आणि आणि त्याउलटही केले जाऊ शकते.

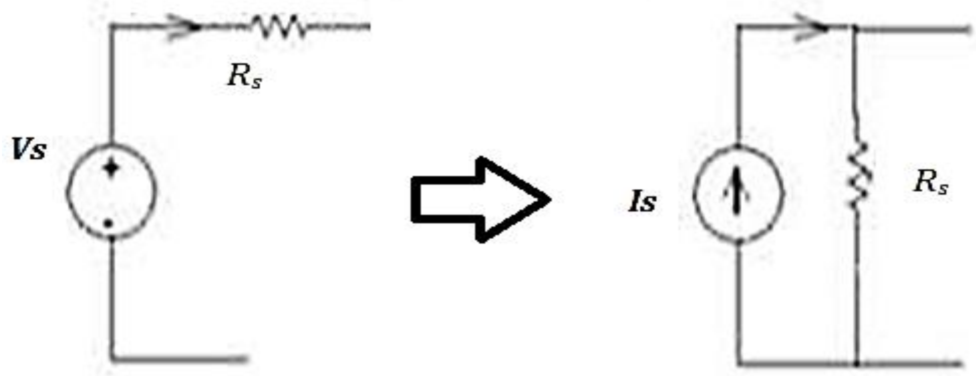
2. **सोअर्स परीवर्तन उपयुक्त का आहे?**

सरलीकरण (Simplification): सोअर्स चे परीवर्तन जटिल सर्किट्सचे विश्लेषण सोपे करू शकते.

व्हर्साबिलिटी (Versatility): हे सर्किट प्रॉब्लेम्स (circuit problems) समजण्यासाठी सरलता (flexibility) प्रदान करते, अभियंत्यांना विशिष्ट विश्लेषणासाठी सर्वात योग्य पद्धत वापरण्याची परवानगी देते.

3. **सोअर्स परीवर्तन (Source transformation) चे बेसिक्स:**

**A) व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) चे करंट सोअर्स (current Source) मध्ये परिवर्तन:** सिरीज रेझिस्टर R सह व्होल्टेज सोअर्स V ला समतुल्य (equivalent) करंट सोअर्स (Current Source) मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते त्या वेळी सेरीज (Series) रेझिस्टर R ला प्यारलल (Parallel) मध्ये बदलणे गरजेचे असेल.



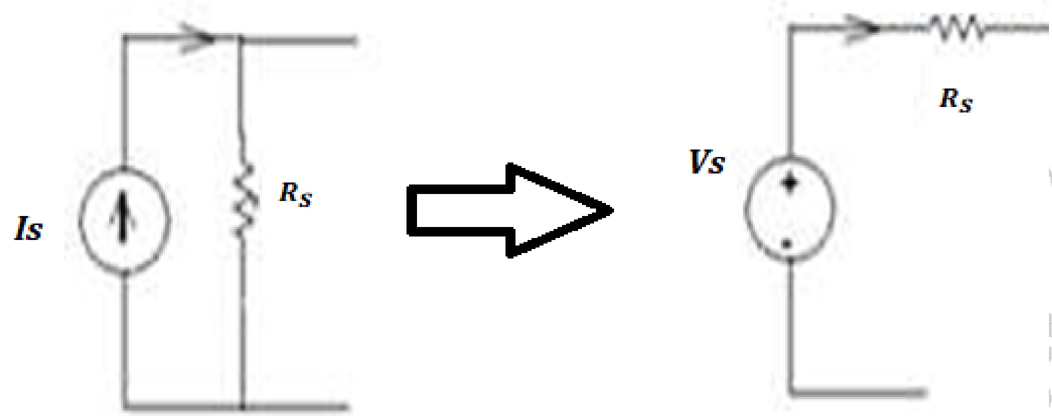
**करंट सोअर्स (current Source):**

$$Is = \frac{Vs}{Rs}$$

द्वार दिलेला आहे.

**नोट:** सोअर्स परीवर्तना साठी (Source transformation) व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) हा करंट सोअर्स (current Source) च्या समतुल्य (equivalent) असणे आवश्यक आहे.

**B) करंट सोअर्स (current Source) चे व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) मध्ये परिवर्तन:** करंट सोअर्स (current Source) रेझिस्टर R ला सिरीज मध्ये असून त्याचे समतुल्य (equivalent) व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते त्या वेळी प्यारलल (Parallel) रेझिस्टर R ला सेरीज (Series) मध्ये बदलणे गरजेचे असेल.




एक प्रॅक्टिकल (Practical) व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) हा करंट सोअर्स (current Source) द्वारे बदलला जाऊ शकतो आणि त्याउलट हि करू शकतो.

परंतु त्यासाठी,

व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) हा करंट सोअर्स (current Source) च्या समतुल्य(equivalent) असणे आवश्यक आहे.

$Vt = Vs - IRs = Vs - ItRs$ since $It = I$

किंवा,

$$It = \frac{Vs - Vt}{Rs} \quad \text{.......................(1)}$$

म्हणून करंट सोअर्स (current Source),

$$Is = It + \frac{Vt}{Rs}$$

किंवा,

$$It = Is - \frac{Vt}{Rs} \quad \text{.........................................(2)}$$

(1) and (2) तुलना (Comparing) केल्यास,

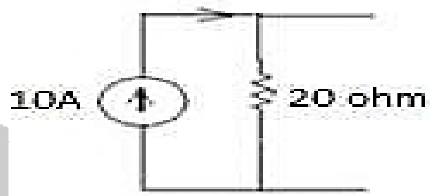
$$Is = \frac{Vs}{Rs}$$

एक व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) $Vs$ ज्याच्या रेझिस्टन्स $Rs$ हा आहे व त्याच्या सेरीज मध्ये समतुल्य (equivalent) करंट सोअर्स $\boldsymbol{Is}$ (current Source) आहे.

$$\boldsymbol{Is = \frac{Vs}{Rs}}$$

रेझिस्टन्स $Rs$ पॅरलल (parallel) असेल.

**प्रॉब्लेम क्र. 1:** आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे करंट सोअर्स (current Source) साठी समतुल्य (equivalent) व्होल्टेज सोअर्स मिळवा.



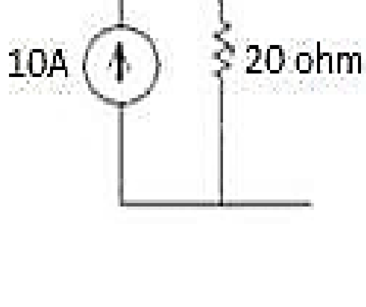

$I_s$ = 10$A$ and $R_s$ = 20Ω, $V_s$ =?

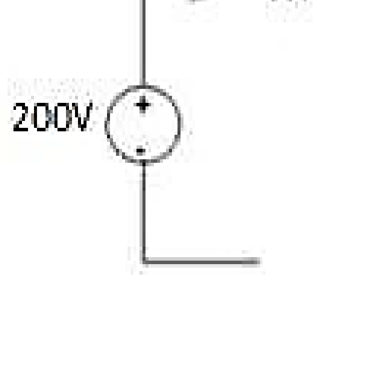
उत्तर (Solution):

$V_s = I_s * R$

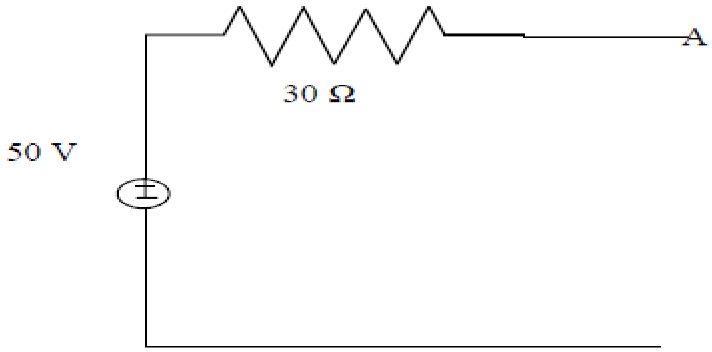
$V_s = 10 * 20$

$V_s$ =*200V*



**प्रॉब्लेम क्र. 2:** आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे व्होल्टेज सोअर्स साठी समतुल्य (equivalent) करंट सोअर्स (current Source) मिळवा.




$V_s$ = 50V **आणि** $R_s$ = 30Ω, $I_s$ =?

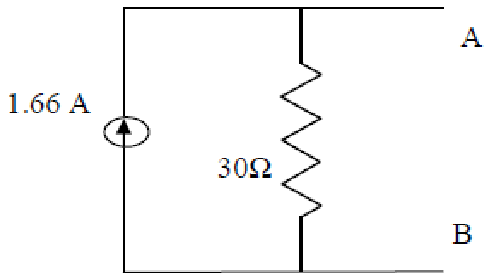
उत्तर (Solution):

व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) चे करंट सोअर्स (current Source) मध्ये परिवर्तन करण्याच्या समीकरण नुसार,

$$Is = \frac{Vs}{Rs}$$

$$Is = \frac{50}{30}$$

$$\boldsymbol{Is = 1.66a}$$




**4. ॲप्लिकेशन्स (Applications):**

- **सर्किट ॲनॅलिसिस (Circuit Analysis):** विशिष्ट परिस्थिती नुसार व्होल्टेज सोअर्स (Voltage Source) किंवा करंट सोअर्स (current Source) द्वारे ॲनॅलिसिस करणे सोपे होते आणि सोअर्स परीवर्तन द्वारे आपण सोअर्स दरम्यान बदल करू शकतो.
- **नोडल आणि मेश ॲनॅलिसिस (Analysis):** काही प्रकरणांमध्ये, सोअर्स रूपांतर नोडल किंवा मेशचे विश्लेषण अधिक सरळ बनवू शकते.

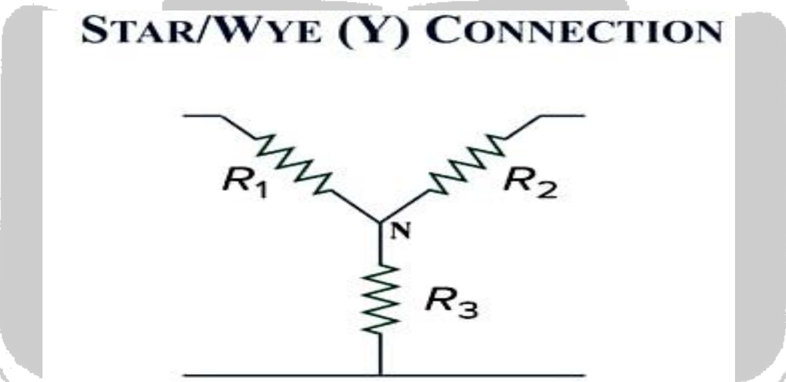
- **थेवेनिन्स आणि नॉर्टनची थेअरम (Theorems):** हे मूलत: सोअर्स परीवर्तननाचे ॲप्लिकेशनस आहेत, जे सर्किटला त्याच्या सर्वात बेसिक समतुल्य (basic equivalent) सर्किट मिळविण्याची पद्धत प्रदान करतात.

**4.2 स्टार / डेल्टा आणि डेल्टा / स्टार परिवर्तन (Star/delta and delta/star transformation):**

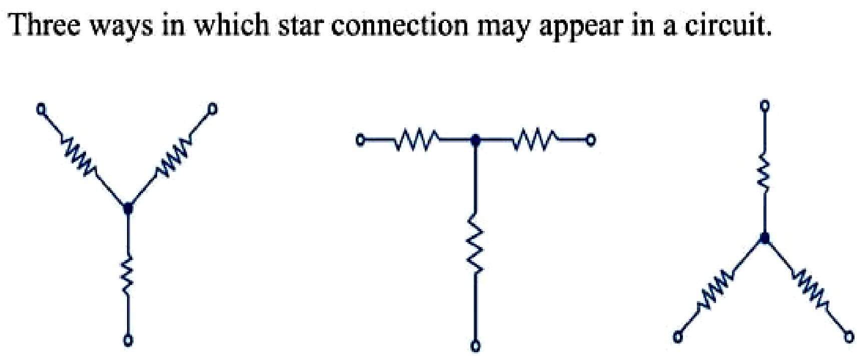
इलेक्ट्रिकल नेटवर्क्सहा एक गुंतागुंती चा विषय म्हणून ओळखला जातो आणि त्याला समजणे अनेकदा त्रासदायक होऊन जाते. तथापि, स्टार-डेल्टा आणि डेल्टा-स्टार ट्रान्सफॉर्मेशन्स यांसारखी टेक्निक (Technique) समजून घेतल्याने हा प्रवास अधिक सुलभ होऊ शकतो. ही टेक्निक समजल्यास आपण ३ फेज कनेक्शनला दोन भिन्न कॉन्फिगरेशनमध्ये (configurations) बदलू शकतो. चला तर मग, या ट्रान्सफॉर्मेशन (transformation) टेक्निक ची माहिती घेऊया.

**1. स्टार कनेक्शन:**

जेव्हा एलेमेंट्स (रेझिस्टर, कपॅसिटर किंवा इन्डक्टर) हे Y किंवा स्टार मध्ये एकमेकांना कनेक्ट केलेले असतात ज्यात मध्य पॉईंट N हयाला त्या कनेक्शन चा न्यूट्रल पॉईंट म्हणतात.

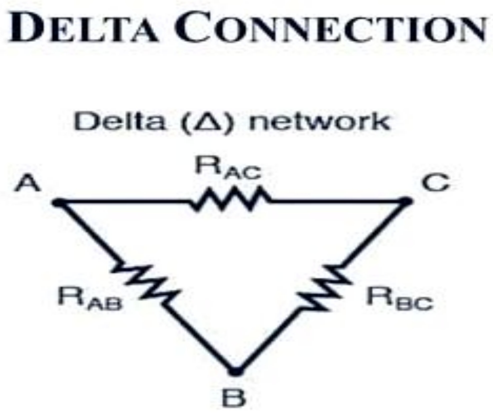



**आकृती क्र. 4.2.1.1 स्टार कनेक्शन (Star Connection)**




**आकृती क्र. 4.2.1.1 स्टार कनेक्शन करण्याच्या विविध पद्धती (Different way to connect circuit by Star Connection)**

2. **डेल्टा कनेक्शन:** जेव्हा एलेमेंट्स (रेझिस्टर, कपॅसिटर किंवा इन्डक्टर) हे आपापसातील कनेक्शन द्वारे एक मेश तयार करतात त्याला डेल्टा कनेक्शन असे म्हणतात. या कनेक्शन मध्ये कनेक्शन पॉईंट नसतो.




**आकृती क्र. 4.2.2.1 डेल्टा कनेक्शन (Delta Connection)**

**3. स्टार-डेल्टा आणि डेल्टा-स्टार ट्रान्सफॉर्मेशन्स म्हणजे काय?**

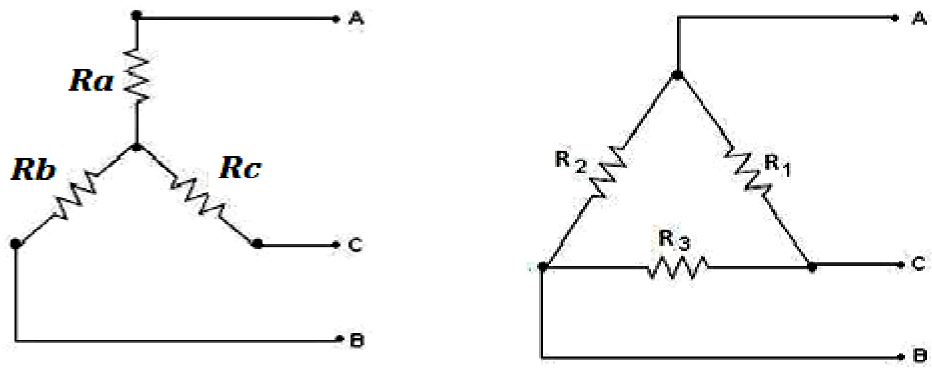
इलेक्ट्रिकल इंजिनीरिंग (Engineering), सर्किट्स अनेकदा विविध कॉन्फिगरेशनमध्ये असतात. स्टार (किंवा वाय) कॉन्फिगरेशन आणि डेल्टा (किंवा ए) कॉन्फिगरेशन हे दोन सर्वात सामान्य आहेत. नेटवर्कचे विद्युत गुणधर्म राखून परिवर्तन टेक्निक द्वारे आपण या कॉन्फिगरेशनमध्ये बदल (Switch) करू शकतो.

**4. स्टार ते डेल्टा परिवर्तन** (**Star to Delta Transformation**):

स्टार-कनेक्ट केलेल्या रेझिस्टर सेटचे त्याच्या समतुल्य डेल्टा-कनेक्टेड सेटमध्ये रूपांतर करण्यासाठी:

- स्टार रेझिस्टर $\boldsymbol{R_a}$, $\boldsymbol{R_b}$ आणि $\boldsymbol{R_c}$ असू द्या. समतुल्य डेल्टा रेझिस्टर $R_1$, $R_2$आणि $R_3$ द्वारे दिलेले आहेत:

दोन पद्धतींमध्ये आपणास समतुल्य सर्किट (Equivalent Circuits) मिळवू शकते.
टर्मिनल्स AB वर काही व्होल्टेज सोअर्स गृहीत धरा.




**आकृती क्र. 4.2.4.1 स्टार ते डेल्टा परिवर्तन (Star to Delta transformation)**

$\boldsymbol{R_{eq} = Ra + R_b}$

$R_{eq}$ = $R_1$ ($R_2$ + $R_3$)/ ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$)

म्हणून,

$R_a$ + $R_b$ = $R_1$ ($R_2$ + $R_3$) / ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$)...................................... (1)

त्याप्रमाणे,

$R_b$ + $R_c$ = $R_3$ ($R_1$ + $R_2$) / ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$) ....................(2)

$R_c$ + $R_a$ = $\boldsymbol{R_2}$ ($\boldsymbol{R_3}$ + R_1) / (R_1 + $\boldsymbol{R_2}$ + $\boldsymbol{R_3}$)............(3)

सब्स्ट्रॅक्टिंग (Subtracting) (2) from (1) and एडिंग (adding) to (3),

$R_a$ = $R_1 R_2$/ ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$) ............... (4)

$R_b$ = $R_1 R_3$/ ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$) ............... (5)

$R_c$ = $R_2 R_3$/ ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$) ............... (6)

$\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$ आणि $\boldsymbol{R_3}$ चे डेल्टा कनेक्शन हे समतुल्य स्टार कनेक्शन च्या समीकरण (4), (5) आणि (6) मध्ये दिलेल्या व्हॅल्यू ने रिप्लेस करू शकतो.

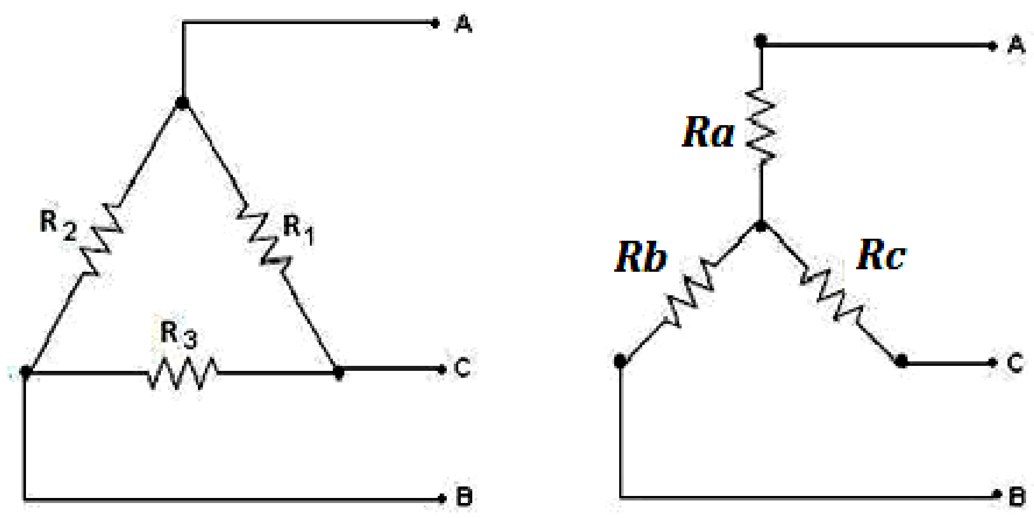
**5. डेल्टा ते स्टार परिवर्तन (Delta to Star transformation)**:

डेल्टा-कनेक्ट केलेल्या रेझिस्टर सेटचे त्याच्या समतुल्य स्टार-कनेक्टेड सेटमध्ये रूपांतर करण्यासाठी: डेल्टा रेझिस्टर $R_1$, $R_2$ आणि $R_3$ असू द्या. समतुल्य स्टार $\boldsymbol{R_a}$, $\boldsymbol{R_b}$ आणि $\boldsymbol{R_c}$ रेझिस्टर द्वारे दिलेले आहेत:
($\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$ आणि $\boldsymbol{R_3}$ चे डेल्टा कनेक्शन समीकरण (4), (5), (6) मधील मूल्यांसह समतुल्य स्टार कनेक्शनद्वारे बदलले जाऊ शकते.)

**Multiply (4)(5); (5)(6); (4)(6) and then adding the three we get,**

$R_a R_b$ + $RbRc$ + $R_c R_a$ = $R_1 R_2 R_3$ / ($R_1$ + $R_2$ + $R_3$)

Dividing LHS by $R_a$ gives $R_3$, by $R_b$ gives $R_2$ by $R_c$ gives $R_1$.




**आकृती क्र. 4.2.3.2 डेल्टा ते स्टार परिवर्तन (Delta to Star Transformation)**

$R_1 = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a) / R_c$

$R_2 = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a) / R_b$

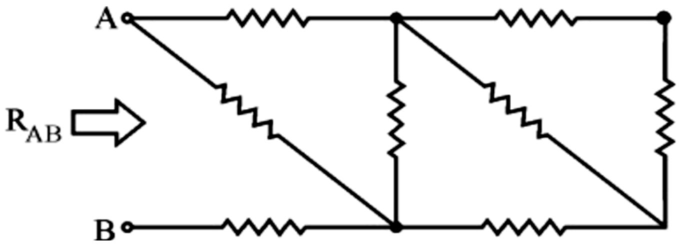
$R_3 = (R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a) / R_a$

**6. अँप्लिकेशन आणि इम्पॉर्टन्स (Applications and Importance):**

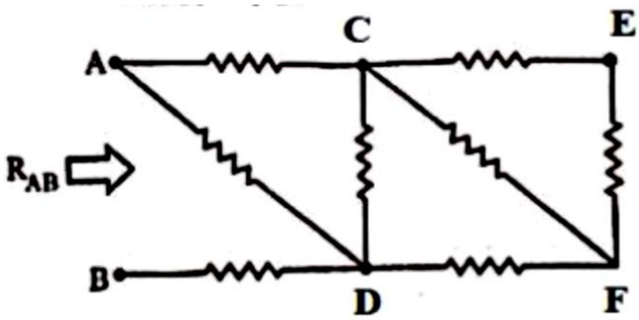
1) **फ्लेक्सिबिलिटी आणि अनॅलिसिस (Flexibility in Analysis):** काही सर्किट अनॅलिसिस एका कॉन्फिगरेशनमध्ये दुसऱ्यापेक्षा अधिक सरळ (straightforward) असतात. कॉन्फिगरेशन दरम्यान बदल करण्याची फ्लेक्सिबिलिटी (Flexibility) आणि अनॅलिसिस (Analysis) करण्याची प्रक्रिया सुलभ करण्यास मदत करतात.
2) **अडॉपटींग सर्किट डिझाईन (Adapting Circuit Design):** आवश्यकतेनुसार, अभियंत्यांना डिझाईननंतर सर्किट्स मध्ये अनुकूल बदल करणे आवश्यक असू शकते, ज्यामुळे हे अडॉपशन (Adoption) महत्त्वपूर्ण बनतात.
3) **इंटरकनेक्टिंग सिस्टम्स (Interconnecting Systems):** अनेकदा, वेगवेगळ्या कॉन्फिगरेशनमध्ये डिझाइन केलेल्या सिस्टमला एकमेकांशी जोडणे आवश्यक असते. हे ट्रान्सफॉर्मेशन्स (Transformation) सर्किटची कॉम्पॅटिबिलिटी (compatibility) न बदलता सुसंगतता सुनिश्चित करते.

**प्रॉब्लेम क्र. 1: स्टार/डेल्टा किंवा डेल्टा/स्टार ट्रान्सफॉर्मेशन लागू करून आकृती मध्ये दाखवलेले नेटवर्क सोपा करून समतुल्य (equivalent) $R_{AB}$ शोधा.**

**नोट: आकृतीतील सर्व रेझिस्टर हे 1Ω चे आहेत**




**उत्तर (Solution):**




दिलेले रे रेझिस्टर $R_{CE}$ आणि $R_{EF}$ हे सेरीज मध्ये आहेत

$\therefore R_{CF1} = 1 + 1 = 2$

या व्यतिरिक्त C ते F हा हि 1Ω रेस्टर ने जोडला आहे

$\therefore R_{CF2} = 1$

C ते F हे दोन पॅरलल पाथ ने जोडले आहेत म्हणून,

$$R_{CF} = R_{CF1} \parallel R_{CF2} = 2 \parallel 1 = \frac{(2)(1)}{(2+1)} = \frac{2}{3} = 0.667\ \Omega$$

आता,

$R_{CF}$ हे $R_{FD}$ च्या सेरीज मध्ये आले म्हणून,

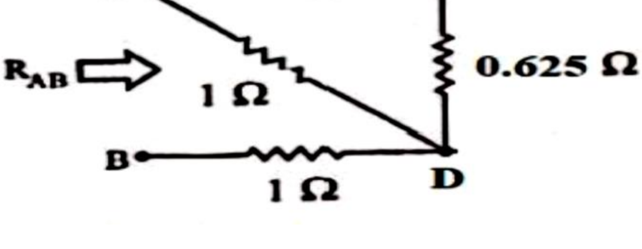
$R_{CD1} = R_{CF} + R_{DF} = 0.667 + 1 = 1.667\Omega$

आता C व D पाथ हि १ 1Ω रेस्टर ने जोडला आहे

$\therefore R_{CD2} = 1$

आता C व D हे दोन पॅरलल पाथ ने जोडले आहेत म्हणून,

$$R_{CD} = R_{CD1} \parallel R_{CD2} = 1.667 \parallel 1 = \frac{(1.667)(1)}{(1.667+1)} = \frac{1.667}{2.667} = 0.625\ \Omega$$



आता ACD डेल्टा चे समतुल्य स्टार मध्ये परिवर्तन करू

$= \frac{(R_{AC})(R_{CD})}{(R_{AC}+R_{CD}+R_{DA})} \|$

$= \frac{(1)(0.625)}{(1 + 0.625 + 1)} = \frac{0.625}{2.625}$

$\therefore \boldsymbol{R_C = 0.238}\,\Omega$

$= \frac{(R_{AC})(R_{DA})}{(R_{AC} + R_{CD} + R_{DA})}$

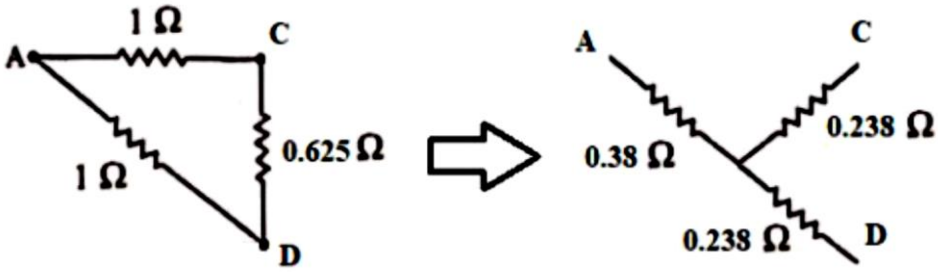
$= \frac{(1)(1)}{(1 + 0.625 + 1)} = \frac{1}{2.625}$

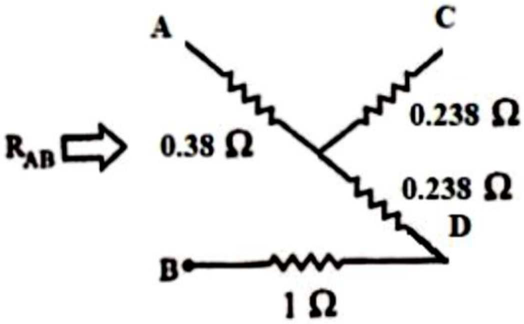
$\therefore \boldsymbol{R_A = 0.38}\,\Omega$

$= \frac{(R_{CD})(R_{DA})}{(R_{AC} + R_{CD} + R_{DA})}$

$= \frac{(0.625)(1)}{(1 + 0.625 + 1)} = \frac{0.625}{2.625}$

$\therefore \boldsymbol{R_D = 0.238}\,\Omega$

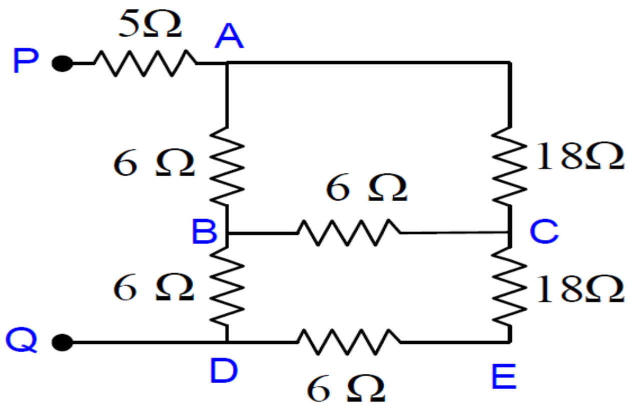



$R_{AB} = R_A + R_D + R_{DB} \; = 0.38 + 0.238 + 1$

$\therefore R_{AB} = 1.618\,\Omega$

**प्रॉब्लेम क्र. 2: स्टार/डेल्टा किंवा डेल्टा/स्टार ट्रान्सफॉर्मेशन लागू करून आकृती मध्ये दाखवलेले नेटवर्क सोपा करून समतुल्य (equivalent) $R_{PQ}$ शोधा.**




**उत्तर (Solution):**

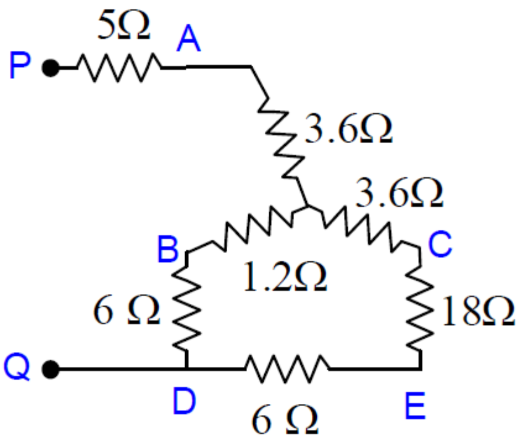
वारील आकृतीत दर्शविल्या प्रमाणे A, B आणि C मधील 6 Ω,6 Ω आणि 18 Ω हे रेजिस्टरस डेल्टा कनेक्शन द्वारे कनेक्ट केले गेले आहेत म्हून त्यांना स्टार मध्ये बदलू

$$R_A = \frac{R_{AB} * R_{AC}}{\Sigma R_{AB}}$$

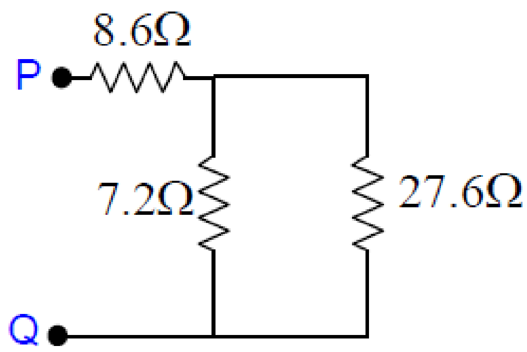
$$R_A = \frac{6 * 18}{30} = 3.6\,\Omega$$

$$R_B = \frac{6 * 6}{30} = 1.2\,\Omega$$

$$R_C = \frac{6 * 18}{30} = 3.6\,\Omega$$




आता वरील आकृतीतील 5 Ω आणि 3.6 Ω, तसेच 6 Ω आणि 1.2 Ω, तसेच 3.6 Ω, 18 Ω आणि 6 Ω हे सेरीज मध्ये आहेत त्यांची बेरीज करू,




वरील आकृती प्रमाणे 7.2 Ω 27.6 Ω हे एकमेकांस प्यारलल व 8.6 Ω ला सिरीज मध्ये आहेत म्हणून,

$$R_{PQ} = 8.6 + \frac{7.2 * 27.6}{7.2 + 27.6} = 14.31\,\Omega$$

$$\boldsymbol{R_{PQ} = 14.31\,\Omega}$$

**4.3 मेश अनॅलिसिस (Mesh Analysis):**

इलेक्ट्रिकल सर्किट्स हे इलेकट्रीकल नेटवर्क चा महत्वाचा भाग असतो, विशेषत: जेव्हा क्लिष्ट लूप एकमेकांत गुंफतात. अशा परिस्थितीत, सर्किट अनॅलिसिस तंत्र, जसे की मेश अनॅलिसिस महत्वाची भूमिका पार पडतात. ही पद्धत जटिल सर्किट्स ला सुलभ करते, त्यांचे वर्तन अधिक व्यापकपणे समजून घेण्यास मदत करते. चला मेश ॲनालिसिसच्या मनमोहक जगाचा शोध घेऊया.

**1. मेश अनॅलिसिस (Mesh Analysis) समजून घेणे:**

मेश ॲनालिसिस, ज्याला लूप करंट ॲनालिसिस असे म्हणतात, ही सर्किटच्या प्रत्येक मेश किंवा लूप मधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह निर्धारित करण्यासाठी वापरण्यात येणारी एक पद्धत आहे. एक "मेश" मूलत: सर्किटमधील एक लूप आहे ज्यामध्ये इतर कोणतेही लूप नसतात.

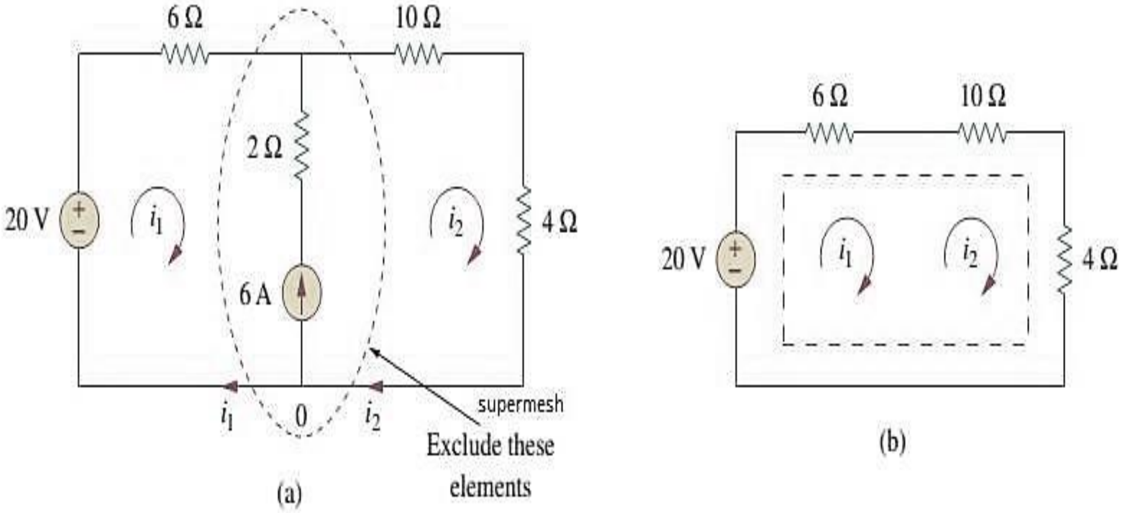
**2. मेश अनॅलिसिसची बेसिक (Basic) माहिती:**

A. मूलभूत तत्त्व: मेश अनॅलिसिस स्थापना किर्चॉफचा व्होलटेज लॉ (KVL) वर केली जाते, जे सांगते की लूपमधील सर्व व्होल्टेजची अल्जेब्रिक सम (Algebraic Sum) शून्य असते.

B. मेश अनॅलिसिस करण्यासाठी स्टेप्स (Steps):

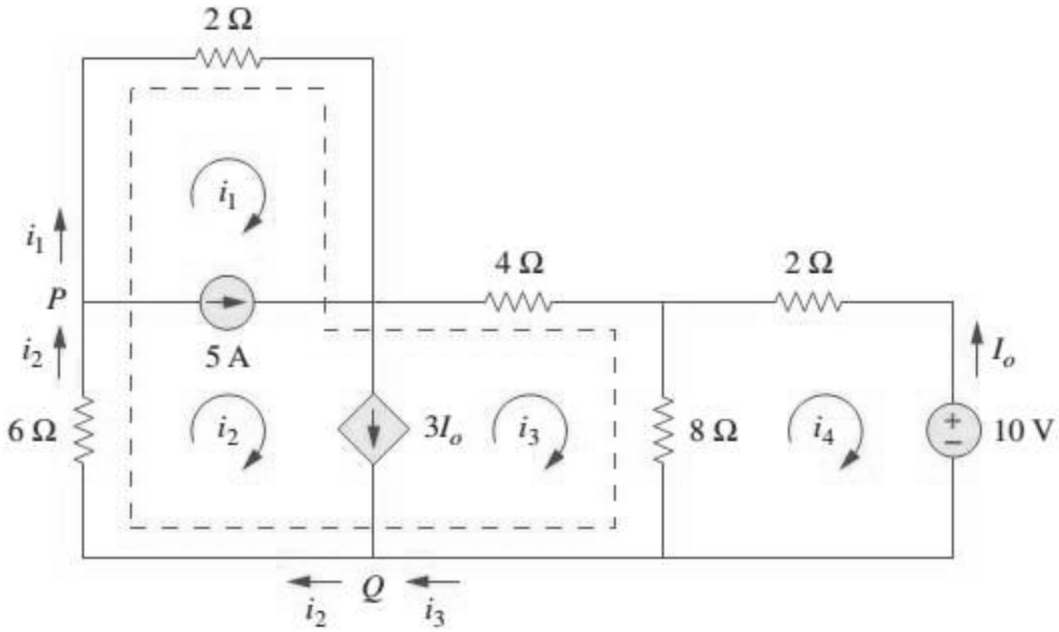
1. मेषेस ओळखा: सर्किटमधील सर्व मेश ओळखून प्रारंभ करा.
2. लूप करंट्स नियुक्त करा: प्रत्येक मेश ला एक स्वतंत्र करंट ने नियुक्त करा.
3. KVL लागू करा: प्रत्येक मेशसाठी, सर्व व्होल्टेज ड्रॉप (Drops) आणि राईज (Rises) लक्षात घेऊन KVL समीकरण (Equation) लिहा.
4. समीकरण एक एक करून सोडवा: सायमल्टेनिअस समीकरण (Simultaneous Equations) वापरून, मेशचा करंट (current) शोधा.

**3. सुपरमेश (Supermesh):** जेव्हा दोन विभिन्न मेश (Dependent or Independent) हे एकच करंट सोअर्स (Current Source) ने चलीत (Connected) असतात तेव्हा सुपरमेश तयार होतो.




(a) Two meshes having a current source in common, (b) a supermesh, created by excluding the current source.

**प्रॉब्लेम क्र. 1: आकृती मधील करंट $i_1, i_2, i_3$ आणि $i_4$ शोधा**




**सोल्युशन (Solution):**

नोट: मेष क्र. 1 आणि 2 हे एकाच कॉमन स्वतंत्र करंट सोअर्स वापरत असल्याने त्याच्यात एक सुपरमेश तयार होत आहे,

तसेच मेश क्र. 2 आणि 3 हे एक कॉमन डिपेंडेंट करंट सोअर्स वापरत असल्याने त्याच्यातही एक सुपरमेश तयार होईल.

तसेच हे दोन सुपरमेश एकमेकांना कनेक्ट असल्याने त्यांच्या मध्ये एक लार्जर सुपरमेश तयार होईल .
ह्या लार्जर सुपरमेश KVL वापरल्यास,

$2i_1 + 4i_3 + 8(i_3 - i_4) + 6i_2 = 0$

किंवा,
$i_1 + 3i_2 + 6i_3 - 4i_4 = 0$ ..........................................................(1)

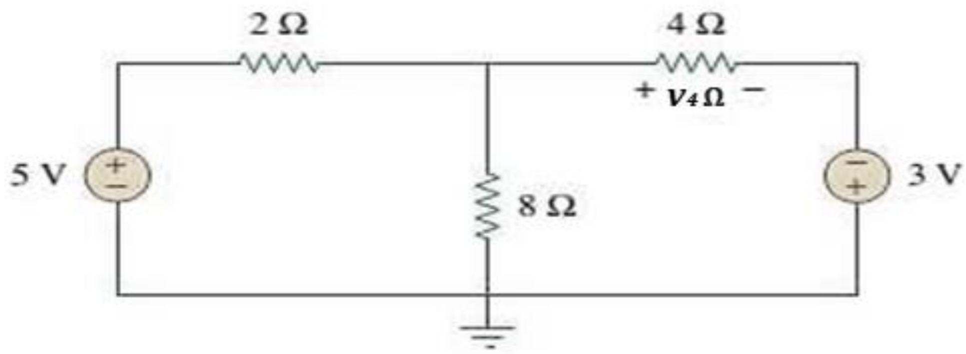
स्वतंत्र करंट सोअर्स असल्याने नोड P ला KCL वापरू,

$i_2 = i_1 + 5$ ..........................................................(2)

डिपेंडेंट करंट सोअर्स असल्याने नोड Q ला KCL वापरू,

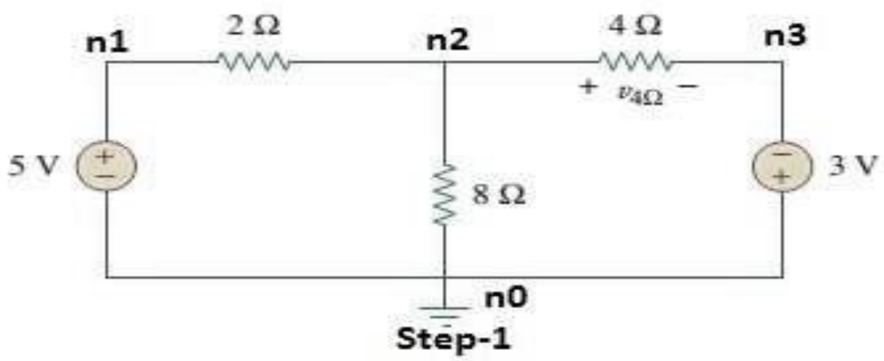
$i_2 = i_3 + 3i_0$
परंतु,
$i_0 = -i_4$
म्हणून
$i_2 = i_3 - 3i_4$ ..........................................................(3)
मेश क्र. 4 साठी KVL वापरू,
$2i_4 + 8(i_4 - i_3) + 10 = 0$
किंवा,
$5i_4 - 4i_3 = -5$ ..........................................................(4)
वरील समीकरण (1), (2), (3), आणि (4) नुसार,
$\boldsymbol{i_1 = -7.5A \quad i_2 = -2.5A \quad i_3 = 3.93A \quad i_4 = 2.143A}$

**प्रॉब्लेम क्र. 2:**
खालील सर्किटमध्ये V4 चे मूल्य शोधा.



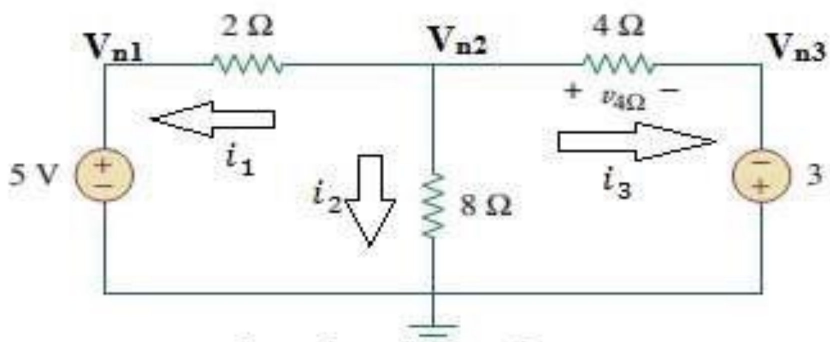

**सोल्युशन (Solution):**

**स्टेप 1: एकूण नोड (Total number of nodes) आणि ते 4 नोड n0, n1, n2 and n3.**




**स्टेप 2: नोड $n_0$ ला रेफरंन्स नोड (reference node) म्हणून निवड. रेफरंन्स नोड $V_{n0} = 0$ आणि इतर नोड व्होल्टेज $V_{n1}, V_{n2}$ and $V_{n3}$.**

**स्टेप 3: गृहीत धरा कि, $n_2$ चे नोड व्होल्टेज हे इतर नोड व्होल्टेज पेक्षा जास्त आहे.**




**सर्व नोड कडून करंट बाहेर जात आहे तर,**

$$i_1 = \frac{V_{n2} - V_{n1}}{2} = \frac{V_{n2} - 5}{2}$$

$$i_2 = \frac{V_{n2} - V_{n0}}{8} = \frac{V_{n2} - 0}{8}$$

$$i_3 = \frac{V_{n2} - V_{n3}}{4} = \frac{V_{n2} - (-3)}{4}$$

**नोड $n_2$ ला $KCL$ वापरून,**

$i_1 + i_2 + i_3 = 0$

$$\frac{V_{n2} - 5}{2} + \frac{V_{n2} - 0}{8} + \frac{V_{n2} - (-3)}{4} = 0$$

**वरील समीकरण सोडविल्यास,**

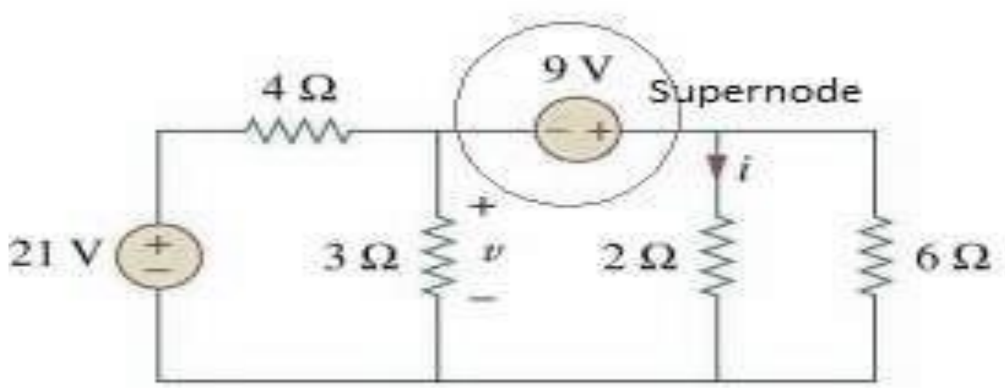
$V_{n2} = 2\ V$

**करंट** $i_3 = \frac{V_{n2} - (-3)}{4} = \frac{5}{4} = 1.25A$

*Ohm's law* **प्रमाणे,**

$V_4 = i_3 * 4 = 1.25 * 4 = 5\ volts$

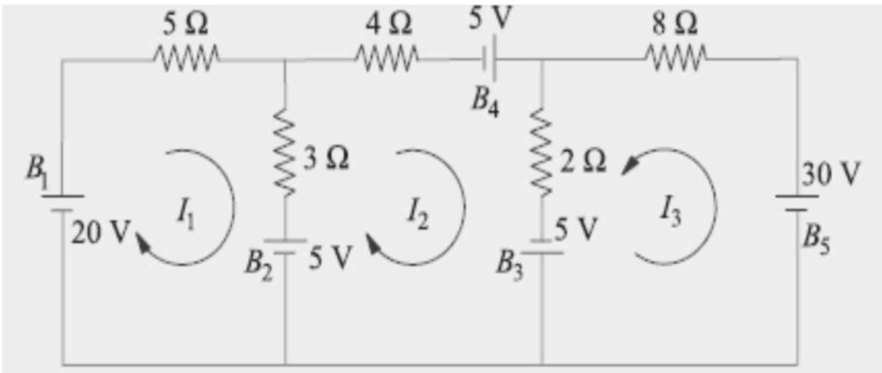
**सुपर नोड(Super node): एक-दोन रेफरंन्स नसलेल्या नोड्स( non-reference nodes) आणि त्याच्याशी समांतर जोडलेले कोणतेही घटक यांच्यामध्ये जोडलेले अवलंबित किंवा स्वतंत्र व्होल्टेज सोअर्स संलग्न करून सुपरनोड तयार होतो.**




A circuit with supernode

**प्रॉब्लेम क्र. 3:**

**सर्किट मधील प्रत्येक बॅटरी द्वारे दिलेला करंट शोधा**




**सोल्युशन (Solution):**

लूप क्र.1 साठी

$20 - 5I1 - 3(I1 - I2) - 5 = 0$

किंवा,

$8I1 - 3I2 = 15$ --------------------(1)

लूप क्र.2 साठी

$-4I2 + 5 - 2(I2 - I3) + 5 + 5 - 3(I2 - I1) = 0$

किंवा,

$3I1 - 9I2 + 2I3 = -15$--------------------(2)

लूप क्र.3 साठी

$-8I3 - 30 - 5 - 2(I3 - I2) = 0$

किंवा,

$2I2 - 10I3 = 35$--------------------(3)

On solving, we get

$I1 = \frac{765}{299}A,$

$I2 = \frac{542}{299}A$

आणि,

$I3 = -\frac{1875}{598}A$

वरील समीकरण (1), (2), आणि (3) सोडविल्यास,

$B1 = \frac{765}{299}A$

$B3 = I2 + I3 = \frac{2965}{598}A$

$B5 = \frac{1875}{598}A$

$$B2 = I1 - I2 = \frac{220}{299} A$$
$$B4 = I2 = \frac{545}{299} A$$

**4. मेश अनॅलिसिसचे फायदे (Advantages):**

• सिस्टिमॅटिक (Systematic) दृष्टीकोन: मेश अनॅलिसिस एक संरचित कार्यपद्धती (structured methodology) प्रदान करते, सुसंगत परिणाम सुनिश्चित करते (consistent results).
• कमीत कमी समीकरणे: काही सर्किट्ससाठी नोडल अनॅलिसिसच्या तुलनेत, मेश अनॅलिसिस साठी कमी समीकरणे आवश्यक असतात, व त्यामुळे प्रक्रिया सुलभ करते.
• सामान्य प्रयोज्यता(General Applicability): हे AC आणि DC दोन्ही सर्किट्स साठी वापरले जाऊ शकते.

**5. ॲप्लिकेशन्स (Applications):**

1) **शैक्षणिक टूल्स (Tools):** मेश ॲनालिसिस हे जगभरातील इलेक्ट्रिकल इंजिनीअरिंग अभ्यासक्रमांमध्ये शिकवले जाणारे मूलभूत तंत्र आहे.
2) **सर्किट डिझाइन आणि डीबगिंग (Circuit Design & Debugging):** अभियंते डिझाइन टप्प्यात सर्किटच्या वर्तनाचा अंदाज घेण्यासाठी आणि चाचणी टप्प्यातील समस्यांचे निवारण करण्यासाठी ही पद्धत वापरतात.
3) **कॉम्प्लेक्स सर्किट ऍनॅलिसिस (Complex Circuit Analysis):** इलेक्ट्रॉनिक्सच्या क्षेत्रात, विशेषत: एकात्मिक सर्किट्समध्ये, वैयक्तिक लूप वर्तन समजून घेणे महत्त्वपूर्ण आहे आणि मेश ऍनॅलिसिस येथे महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावते.

**4.4 नोड अनॅलिसिस (Node Analysis)**

इलेक्ट्रिकल कंपोनंन्ट (components) जटिल नेटवर्कचा सामना करताना, विविध इंटरसेक्शन किंवा जंक्शन्सवरील (intersections or junctions) वर्तन (behavior) कसे ठरवायचे? उत्तर नोड अनॅलिसिस नावाच्या शक्तिशाली तंत्रात आहे. गोंधळात स्पष्टता प्रदान करून, नोड अनॅलिसिस इलेक्ट्रिकल सर्किट्सची गुंतागुंत समजून घेण्यास मदत करते. चला या विश्लेषणात्मक पद्धतीद्वारे एक अभ्यासपूर्ण प्रवास सुरू करूया.

**1. नोड अनॅलिसिस समजून घेणे (Understanding Node Analysis):**

नोड अनॅलिसिस, ज्याला नोडल व्होल्टेज अनॅलिसिस (Nodal Voltage Analysis) असेही म्हटले जाते, एक पद्धतशीर दृष्टीकोन आहे जो सर्किटमधील विशिष्ट बिंदू किंवा 'नोड्स' वर व्होल्टेज (आणि त्यानंतर, करंट) निर्धारित करण्यासाठी वापरला जातो. "नोड" हा एक बिंदू आहे जिथे दोन किंवा अधिक सर्किट इलेमेंट्स (elements) जोडलेले असतात.

**2. नोड अनॅलिसिसचा पाया (Foundations of Node Analysis:):**

**A. मुख्य प्रिन्सिपल् (Core Principle):**

नोड अनॅलिसिस किर्चॉफच्या करंट लॉ (केसीएल) द्वारे तयार केले गेले आहे, जे सांगते की नोडमध्ये प्रवेश करणाऱ्या आणि सोडणाऱ्या सर्व करंटची अल्जेब्रिक सम (algebraic sum) शून्य असते.

**B. नोड अनॅलिसिस करण्यासाठी स्टेप्स:**

**स्टेप्स1**. नोड्स ओळखा: टोटल नोड्स ची संख्या निश्चित करा.

**स्टेप्स2:** रेफरंन्स नोड (ग्राउंड नोड) म्हणून नोड निवडा. उर्वरित n-1 नोड्सना व्होल्टेज V1, V2, ......Vn-1 नियुक्त करा. व्होल्टेज हे रेफरंन्स नोडशी संदर्भित असतात.

ग्राउंड नोडमध्ये 0 (शून्य) पोटेन्शियल (Potential) आहे असे गृहीत धरले जाते.

**स्टेप्स3:** प्रत्येक n-1 नॉन रेफरंन्स (non-reference) नोड्सवर KCL लागू करा. नोड व्होल्टेजच्या संदर्भात ब्रांच करंट शोधण्या साठी ओहमचा नियम (Ohm's law) वापरा.

**स्टेप्स 4:** अक्नोणं नोडचे (un-known node) व्होल्टेज मिळविण्यासाठी परिणामी समीकरणे (simultaneous equations) सोडवा.

a) विद्युत् करंट उच्च क्षमतेपासून प्रतिरोधकातील कमी क्षमतेकडे जातो.

b) जर संदर्भ नोड आणि नॉन-रेफरंन्स नोड यांच्यामध्ये व्होल्टेज सोअर्स जोडलेला असेल, तर सोअर्स व्होल्टेजच्या बरोबरीने नॉन-रेफरंन्स नोडवर व्होल्टेज सेट करा.

c) स्टेप्स 4 मधील एकाचवेळी समीकरणे सोडवण्यासाठी खालील पद्धती वापरता येतील.

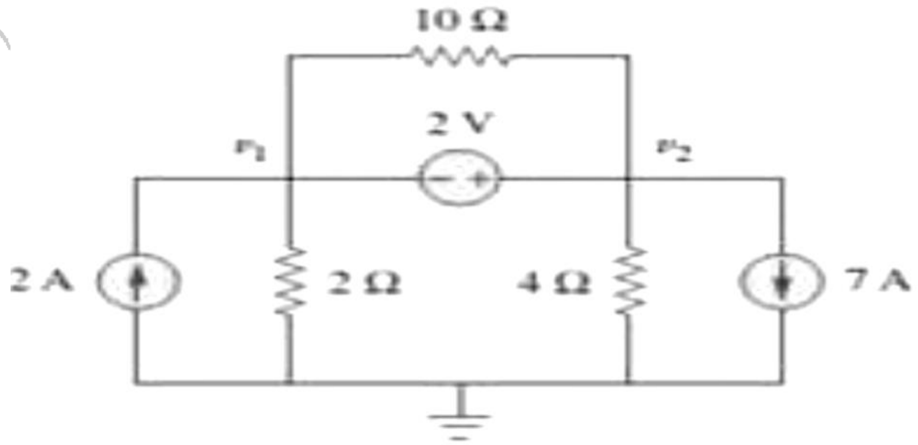
1) पद्धत 1: निर्मूलन तंत्र (Elimination technique) (कमी व्हेरिएबल्ससाठी चांगले)

2) पद्धत 2: मॅट्रिक्स आणि व्हेक्टरच्या संदर्भात (Ax=b) लिहा नंतर क्रेमरचा नियम (Cramer's rule) वापरा.

3) पद्धत 3: संगणक किंवा कॅल्क्युलेटर वापरा (Use computer or calculators).

**प्रॉब्लेम क्र. 1:**

आकृती मध्ये दाखवलेल्या सर्किट मध्ये नोड वोल्टेज शोधा




**सोल्युशन (Solution):**

दिलेल्या सुपर नोड (supenode) मध्ये 2-V सोअर्स, नोड 1 आणि 2, तसेच 10Ω रेजीस्टर आहे. असून वरील आकृती मध्ये सुपर नोड (supenode) साठी KCL वापरू,

$2 = i_1 + i_2 + 7$
Expressing $i_1$ and $i_2$ in terms of the node voltages

$$2 = \frac{v_1 - 0}{2} + \frac{v_2 - 0}{4} + 7$$

$8 = 2v_1 + v_2 + 28$

Or
$v_2 = -20 - 2v_1$---------------------(1)

$v_1$ आणि $v_2$ मधील रिलेशन शोधण्या साठी KCL वापरून आकृती प्रमाणे
तसेच
$v_1$ आणि $v_2$ मधील संबंध मिळविण्यासाठी आकृती मधील सर्किटला KVL लागू करून लूप वर अप्लाय (Apply) केल्यास,

-$v_1 - 2 - v_2 = 0$

$v_2 = v_1 + 2$ (2) ---------------------(2)
वरील समीकरण 1 आणि 2 द्वारे आपण समीकरण 3 खालील प्रमाणे लिहू शकतो

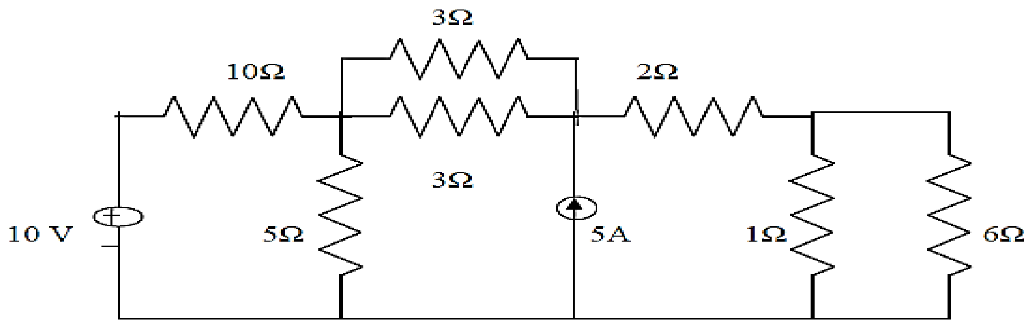
$v_2 = v_1 + 2 = = -20 - 2v_1$
Or
$3v_1 = -22$

$v_1 = -7.333\,V$

आणि $v_2 = v_1 + 2 = -5.333\,V$. लक्षात ठेवा की 10 Ω रेझिस्टर मुळे कोणताही फरक पडणार नाही कारण ते सुपरमोडमध्ये जोडलेले आहे

**प्रॉब्लेम क्र. 2:**

**आकृती मध्ये दाखवलेल्या सर्किट मध्ये सर्व नोडचे वोल्टेज शोधा**




**सोल्युशन (Solution):**

असे गृहीत धरा कि नोड 1 पासून सर्व करंट बाहेर जात आहेत

$$\frac{(V_1 - 10)}{10} + \frac{(V_1 - V2)}{3} + \frac{V_1}{5} + \frac{(V_1 - V2)}{3} = 0$$

$$Or\ V_1[\frac{1}{10} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}] - V2[\frac{1}{3} + \frac{1}{3}] = 1$$

$0.96V_1 - 0.66V2 = 1\ (3.36)$

असे गृहीत धरा कि नोड 2 पासून सोअर्स करंट व्यतिरिक्त सर्व करंट बाहेर जात आहेत,

$$\frac{(V2 - V_1)}{3} + \frac{(V2 - V_1)}{3} + \frac{(V2 - V_3)}{2} = 5$$

$$-v_1[\frac{2}{3}] + V2[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}] - V3(\frac{1}{2}) = 5$$

$$-0.66V1 + 1.16V2 - 0.5V3 = 5$$

असे गृहीत धरा कि नोड 3 पासून सर्व करंट बाहेर जात आहेत

$$\frac{(V3 - V_2)}{2} + \frac{V3}{1} + \frac{V3}{6} = 0$$

$$-0.5V2 + 1.66V3 = 0$$

क्रेमरचा चा नियम (Cramer’s rule) वापरून,

$$V_1 = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -0.66 & 0 \\ 5 & 1.16 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.66 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.96 & -0.66 & 0 \\ -0.66 & 1.16 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.66 \end{bmatrix}} = \frac{7.154}{0.887} = 8.06$$

तसेच,

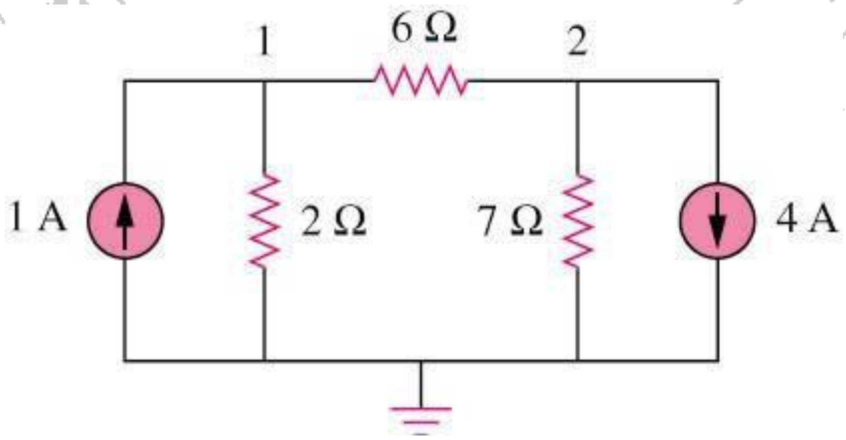
$$V_2 = \frac{\begin{bmatrix} 0.96 & 1 & 0 \\ -0.66 & 5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1.66 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.96 & -0.66 & 0 \\ -0.66 & 1.16 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.66 \end{bmatrix}} = \frac{9.06}{0.887} = 10.2$$

$$V_3 = \frac{\begin{bmatrix} 0.96 & -0.66 & 1 \\ -0.66 & 1.16 & 5 \\ 0 & -0.5 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.96 & -0.66 & 0 \\ -0.66 & 1.16 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.66 \end{bmatrix}} = \frac{2.73}{0.887} = 3.07$$

$v_1 = 8.06 \quad v_2 = 10.2 \quad v_3 = 3.07$

**प्रॉब्लेम क्र. 3:**

**आकृती मध्ये दाखवलेल्या सर्किट मध्ये सर्व नोडचे वोल्टेज शोधा**




**सोल्युशन (Solution):**

नोड 1 ला KCL वापरू,

$1A = \frac{V1}{2} + \frac{V1 - V2}{6}$

किंवा,

$0.66V1 - 0.166V2 = 1A$ --------------------(1)

नोड 2,

$\frac{V1 - V2}{6} = \frac{V2}{7} + 4A$

किंवा,

$0.166V1 - 0.309V2 = 4A$ --------------------(2)

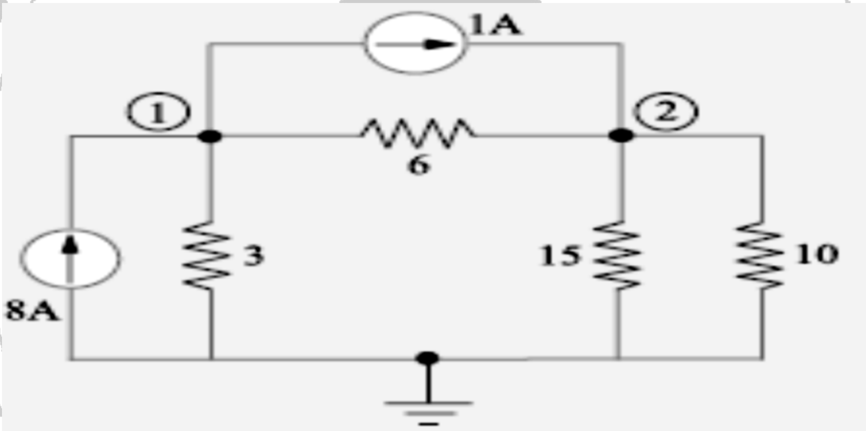
**वरील समीकरण (1) व (2) सोडविल्यास,**

$\boldsymbol{V1 = -2.01V}$

$\boldsymbol{V2 = -14.02V}$

**प्रॉब्लेम क्र. 4:**

**आकृती मध्ये दाखवलेल्या सर्किट मध्ये सर्व नोडचे वोल्टेज शोधा**




**सोल्युशन (Solution):**

नोड 1 ला KCL वापरू,

$8 - 1 - \frac{V1}{3} - \frac{V1 - V2}{6} = 0$

किंवा,

$3V1 - V2 = 42$ --------------------(1)

नोड 2,

$1 + \frac{V1 - V2}{6} - \frac{V2}{15} - \frac{V2}{10} = 0$

किंवा,

$V1 - 2V2 = -6$--------------------(2)

**वरील समीकरण (1) व (2) सोडविल्यास,**

$V1 = 18V$

$V2 = 12V$

**3. नोड अनॅलिसिसचे फायदे (Advantages):**

• **संरचित पद्धती (Structured Methodology):** नोड अनॅलिसिस एक स्पष्ट (clear) आणि पद्धतशीर(systematic) प्रक्रिया प्रदान करते ज्याचे अनुसरण करणे सोपे आहे.

• **इफिशिअन्सी (Efficiency):** असंख्य नोड्स आणि कमी मेश असलेल्या सर्किट्ससाठी, हे तंत्र अनेकदा मेश अनॅलिसिस पेक्षा अधिक कार्यक्षम असू शकते.

• **सर्वत्र लागू (Universally Applicable):** नोड अनॅलिसिस AC आणि DC दोन्ही सर्किट्सवर लागू केले जाऊ शकते, ज्यामुळे ते युनिव्हर्सल (Universal)होते.

**4. महत्त्वाच्या बाबी (Important Considerations):**

• **KCL वर अवलंबून:** नोड अनॅलिसिसची अचूकता KCL च्या योग्य वापरावर अवलंबून असते. या चरणातील चुकांमुळे चुकीचे परिणाम (results) होऊ शकतात.

• **व्होल्टेज सोअर्स व्यवस्थापन करणे (Managing Voltage Sources):** दोन नॉन-रेफरंन्स नोड्समधील व्होल्टेज सोअर्स असलेल्या सर्किट्सना नोड अनॅलिसिसची प्रभावीपणे लागू करण्यासाठी "सुपरनोड्स" वापरणे आवश्यक आहे.

• **मोठ्या सर्किट्समधील गुंतागुंत (Complexity in Larger Circuits):** सर्किट्स जसजशी जटिलतेत वाढतात तसतसे निराकरण करण्यासाठी समीकरणांची संख्या वाढू शकते, अधिक काळजीपूर्वक बघण्याची (meticulous approach) गरज वाढते.

**5. अँप्लिकेशन्स (Applications):**

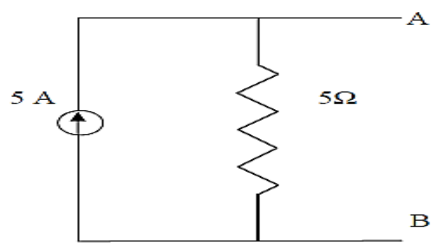
• **शैक्षणिक क्षेत्र (Educational Arena):** नोड अनॅलिसिस हा जगभरातील इलेक्ट्रिकल अभियांत्रिकी अभ्यासक्रमाचा अविभाज्य भाग आहे.

• **इलेक्ट्रॉनिक सर्किट अनॅलिसिस (Electronic Circuit Analysis):** विशेषत: एकात्मिक सर्किट्सच्या क्षेत्रात, इलेक्ट्रॉनिक सर्किट्स डिझाइन किंवा समस्यानिवारण करणाऱ्या अभियंत्यांसाठी ही एक गो-टू मेथड (go-to method) आहे.

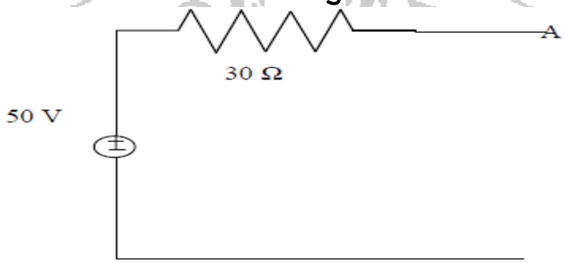
• **सिम्युलेशन आणि मॉडेलिंग (Simulations & Modelling):** आधुनिक सर्किट सिम्युलेशन सॉफ्टवेअर अनेकदा सर्किट वर्तनाचा अंदाज घेण्यासाठी नोड अनॅलिसिस अल्गोरिदम (algorithms) वापरतात.

**स्व-अध्ययन (Exercise):**

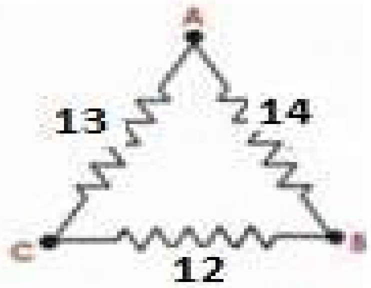
**1. आकृती मध्ये दाखवलेलया करंट सोअर्सचा समतुल्य व्होल्टेज सोअर्स शोधा.**



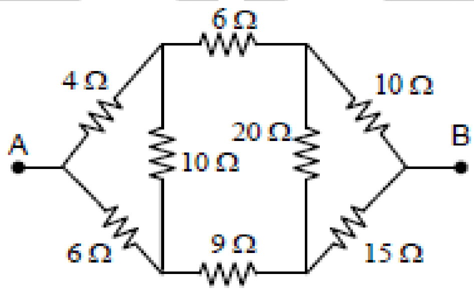

2. **आकृती मध्ये दाखवलेल्या व्होल्टेज सोअर्सचा समतुल्य करंट सोअर्स शोधा.**



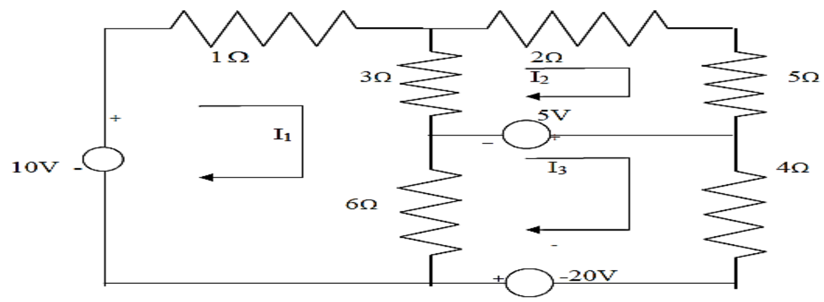

3. **आकृतीत दिलेल्या डेल्टा सर्किटला समतुल्य स्टार सर्किट मध्ये रूपांतरित करा**



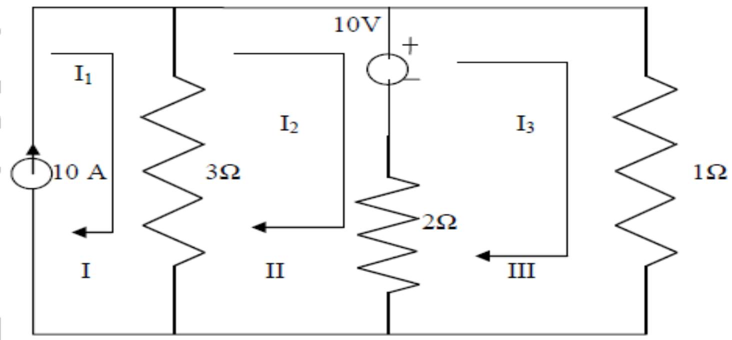

4. **स्टार/डेल्टा किंवा डेल्टा/स्टार ट्रान्सफॉर्मेशन लागू करून आकृती मध्ये दाखवलेले नेटवर्क सोपा करून A व B समतुल्य रेजिस्टन्स शोधा.**



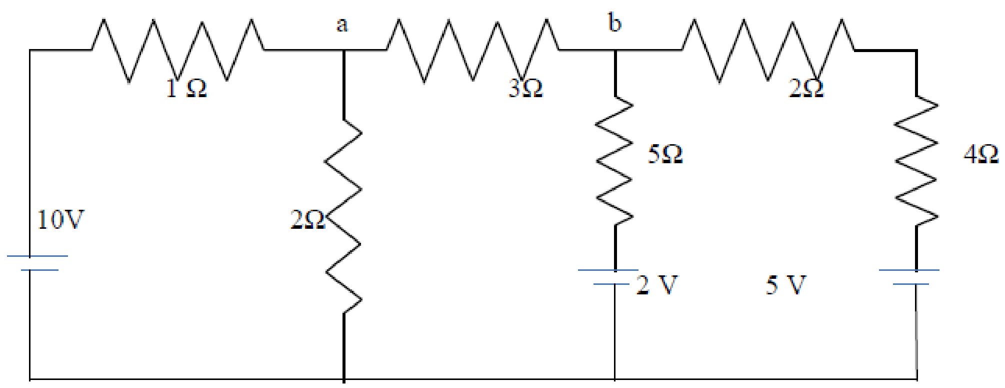

5. **दिल्या सर्किट साठी मेश अनॅलिसिस चे समीकरणे लिहा**



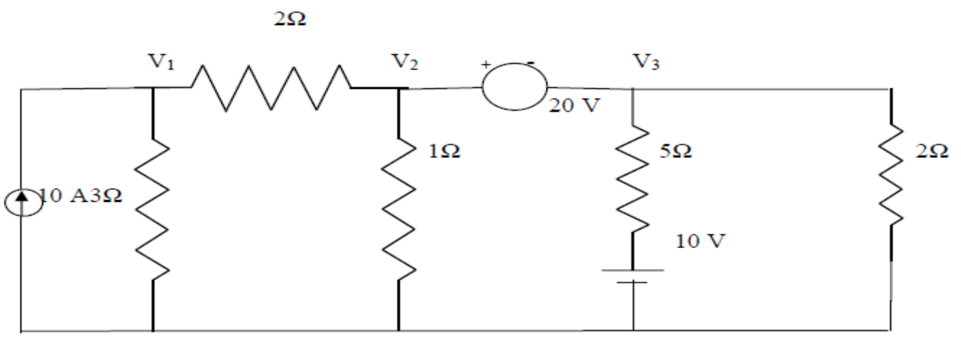

**6. आकृती मधील करंट $i_1, i_2,$ आणि $i_3$ शोधा**




**7. दिल्या सर्किट साठी नोड अनॅलिसिस चे समीकरणे लिहा**




**8. आकृती मधील 5 Ω रेजिस्टन्स दरम्यानचा करंट शोधा**




**संदर्भग्रंथ (Bibliography):**


1. Gupta, B. R. Singhal, Vandana Fundamentals of Electrical Networks S. Chand and Co., New Delhi, 2005 ISBN: 978-81-219-2318-7
2. Theraja, B. L.; Theraja, A. K. A Text Book of Electrical Technology Vol-I S. Chand and Co. Ramnagar, New Delhi, 2012; ISBN: 9788121924405
3. Saxena, S.B lal; Dasgupta, K. Fundamentals of Electrical Engineering Cambridge university press pvt. Ltd., New Delhi, 2016, ISBN: 978-11- 0746-435-3
4. Mittle, V.N.; Mittle, Arvind Basic Electrical Engineering McGraw Hill Education, Noida, 2005 ISBN: 978-00-705-9357-2


**माहिती संकेतस्थळ (Information Websites):**

1. www.cesim.com/simulations
2. https://ndl.iitkgp.ac.in/NeworkTheorems
3. https://nptel.ac.in/
4. http://vlabs.iitkgp.ac.in/asnm/
5. https://vlab.amrita.edu
6. www.dreamtechpress.com/ebooks
7. www.nptelvideos.in

# युनिट - 5

# नेटवर्क प्रमेय

# (Network Theorems)

विषय निष्पत्ती (**Course Outcome):**

मूलभूत इलेक्ट्रिकल सर्किट्स सोडवण्यासाठी नेटवर्क प्रमेये लागू करा.

(Apply network theorems to solve basic electrical circuits).

**घटक निष्पत्ती (Unit Outcomes) :**

5.1 सर्किटच्या दिलेल्या ब्रांचमध्ये विद्युत प्रवाह निश्चित करण्यासाठी सुपरपोझिशन प्रमेय वापरा.

(Apply superposition theorem to determine the current in the given branch of a circuit).

5.2 थेविनिनचे समतुल्य सर्किट काढा आणि सर्किटच्या दिलेल्या ब्रांचमधील लोड करंट शोधा.

(Draw Thevenin's equivalent circuit and determine load current in the given branch of a circuit).

5.3 नॉर्टनचे समतुल्य सर्किट काढा आणि सर्किटच्या दिलेल्या ब्रांचमधील लोड करंट शोधा.

(Draw Norton's equivalent circuit and determine load current in the given branch of a circuit).

5.4 दिलेल्या नेटवर्कमध्ये मॅक्झिमम पॉवर शोधण्यासाठी मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय लागू करा.

(Apply maximum power transfer theorem to determine the maximum power in the given network).

5.5 दिलेल्या नेटवर्कसाठी रेसिप्रोसिटी प्रमेय लागू करा.

(Apply Reciprocity theorem for the given network).

5.6 AC नेटवर्क प्रमेय सोडवण्याच्या प्रक्रियेचे वर्णन करा.

(Describe the procedure to solve the AC network theorem).

**5.1 सुपरपोझिशन प्रमेय (Superposition Theorem)**

**5.1.1** विधान **(statement)** :

सुपरपोझिशन प्रमेय असे सांगते की एकापेक्षा अधिक स्त्रोत (source) असलेल्या कोणत्याही लिनीयर (linear) नेटवर्कमध्ये, कोणत्याही बिंदूवरील एकूण प्रवाहित होणारा करंट हा प्रत्येक स्त्रोताने एकट्याने कार्य करत असतांना प्रवाहित होणाऱ्या करंटच्या बेरजेइतका असतो.

हे प्रमेय एखाद्या एकापेक्षा अधिक स्त्रोत असलेल्या जटिल (कॉम्प्लेक्स) (complex) नेटवर्कमधील प्रत्येक स्वतंत्र स्त्रोतमधील करंटची माहिती स्वतंत्रपणे काढून, नंतर सर्व करंटची बेरीज करून परिणामी

येणारा करंट काढण्यास मदत करते.

**5.1.2 हे प्रमेय सोडवण्यासाठी खालील स्टेप्स (Steps) आहेत**

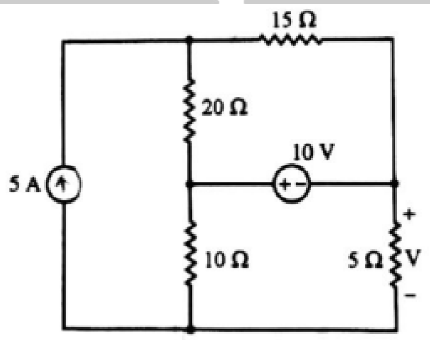
1. सर्किटमध्ये उपस्थित स्त्रोतांची (व्होल्टेज स्त्रोत आणि करंट स्त्रोत) (Voltage Source and Current Source) संख्या ओळखा.
2. सर्किटमध्ये कोणताही एक स्रोत ठेवा.
3. इतर सर्व स्त्रोत काढून टाका आणि त्यांच्याऐवजी अंतर्गत रजिस्टन्स (Internal Resistance) ठेवा. करंट स्त्रोतासाठी ओपन सर्किट आणि व्होल्टेज स्त्रोतासाठी शॉर्ट सर्किट करा.
4. पुन्हा सर्किट ड्रॉ (draw) करा आणि त्यातील लोड रेझिस्टन्स काढून टाका आणि उर्वरित सर्किटचा प्रभावी (effective) रेझिस्टन्स शोधा.
5. लोड रेझिस्टन्सद्वारे विद्युत करंट शोधा, त्याला I' असे नाव द्या.
6. आता दुसरा स्त्रोत काढून टाका आणि वरीलप्रमाणे स्टेप्स 2 ते 5 मधील कृतीचा अवलंब करून प्रत्येक स्त्रोतासाठी I'', I''' इत्यादी शोधा.
7. आता एकूण करंट ही वैयक्तिक स्रोत करंटांची बीजगणितीय बेरीज असते.

   म्हणजे $I = I' + I'' + I'''$.......

**5.1.3 मर्यादा :**

हे प्रमेय फक्त ज्या सर्किट्सवर ओहमचा नियम लागू आहे, त्या लिनियर सर्किटवरच वापरला जाऊ शकतो.

**उदा. 5.1.1) सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून खाली दर्शविलेल्या नेटवर्कमधील 5 Ω रेझिस्टरमधील व्होल्टेज "V" शोधा.**




**उत्तर:-**

(A) केवळ 5 A करंट स्त्रोत विचारात घ्या.

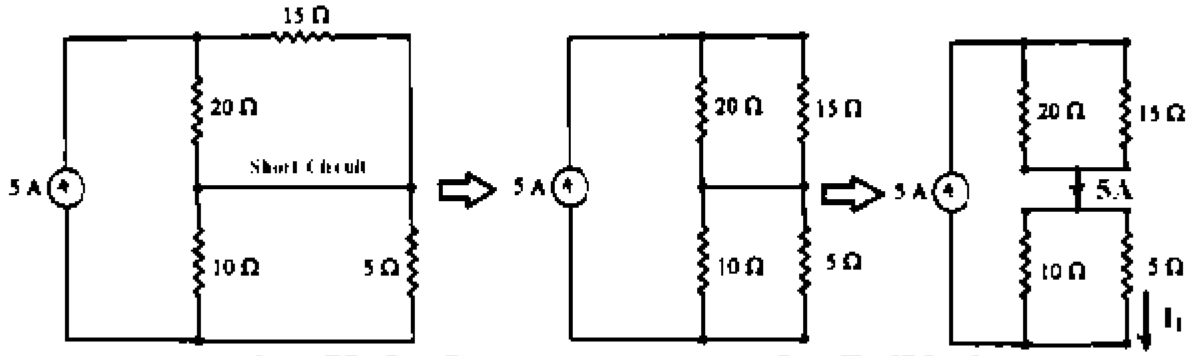
आता 10 V स्त्रोत काढून त्या टर्मिनल्सला शॉर्ट-सर्किट (SC) करा.

5 A स्त्रोतचा एकूण करंट विभागला जातो आणि नंतर 5 Ω आणि 10 Ω मधून वाहतो.

म्हणून 5 Ω मधून वाहणारा करंट हा करंट डिविजन सूत्राने (Current Division Theorem) खालीलप्रमाणे दिला आहे,

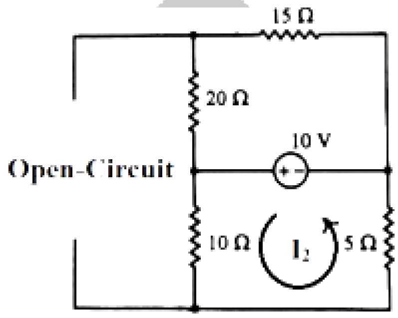
$I_1 = 5\times\{10/(10+5)\} = 3.33$ A (खाली)

**$I_1$ = 3.33 A (खाली ↓)**




**(a)**

(b) एकट्या 10 V च्या व्होल्टेज स्त्रोताचा विचार करा:




**(b)**

5 A स्त्रोत हा ओपन-सर्किट (O.C.) ने बदलला आहे.

म्हणून एकूण रेझिस्टन्स = (20+15) || (10+5) = 10.5 Ω

म्हणून एकूण करंट = 10/10.5 = 0.95 A

म्हणून 5 Ω मधील करंट = 0.95 ∗ (35/35+15)

= 0.67 A

खालच्या मेशमधील व 5 Ω मधून वाहणारा करंट -,

**$I_1$ = 0 .67 A (वरच्या बाजूला ↑ )**

(c) 5 Ω रेझिस्टरमधील एकूण करंट :

सुपरपोझिशन प्रमेयानुसार, दोन्ही स्त्रोतांमुळे 5 Ω द्वारे करंट शोधण्यासाठी -

खाली जाणारा करंट पॉजिटिव आणि वर जाणारा करंट निगेटिव असे गृहीत धरून, खालिलप्रमाणे दिले आहे,

$I = I_1 - I_2$= (3.33 - 0.67) = 2.66 A (खाली ↓)

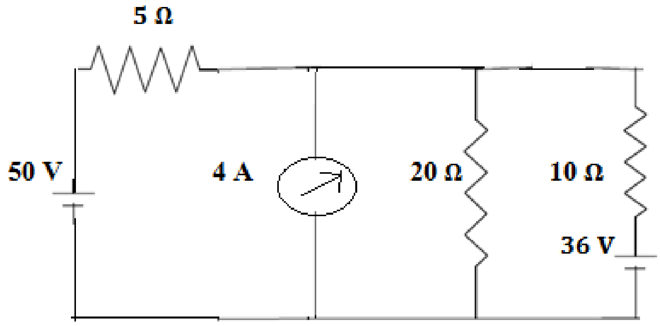
**I = 2.66 A (खाली ↓)**

5 Ω रेझिस्टरमध्ये व्होल्टेज :

V = 5(I) = 5(2.66) = 13.3 व्होल्ट

**V = 13.3 व्होल्ट**

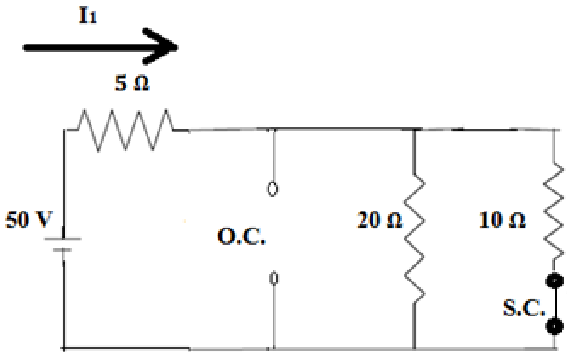
**उदा. 5.1.2) सुपरपोझिशन प्रमेयद्वारे खालील नेटवर्कमधील 5 Ω रेझिस्टरमधील करंट शोधा.**




**उत्तर :**

**(a) एकट्या 50 V च्या व्होल्टेज स्त्रोताचा विचार करा:**

36 V स्त्रोत शॉर्ट-सर्किट (S.C.) ने बदलला आहे आणि 4 A स्त्रोत ओपन-सर्किटद्वारे (O.C.) बदलला आहे



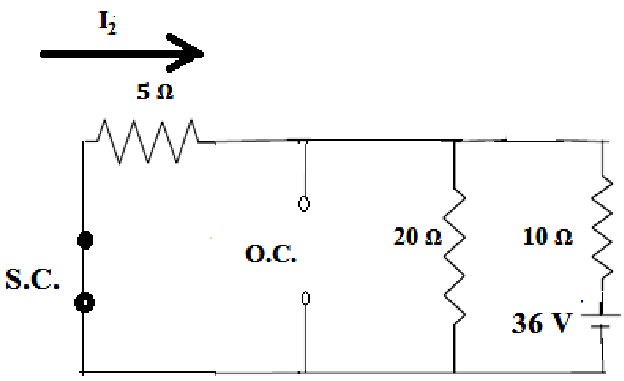

(a)

आता 50 V स्त्रोतामध्ये दिसणारा एकूण रेझिस्टर, R = 5 + (20||10)

R = 5 + (200/30) = **11.67 Ω**

5 Ω रेझिस्टरमधील करंट खालीलप्रमाणे आहे, $I_1$ = 50/11.67 = **4.29 A**

**(b) आता एकट्या 36 V च्या व्होल्टेज स्त्रोताचा विचार करा:**




(b)

50 V स्त्रोत शॉर्ट-सर्किट (S.C.) केला आहे आणि 4 A स्त्रोत ओपन-सर्किट (O.C.) केला आहे.

36 V स्त्रोतामध्ये दिसणारा एकूण रेझिस्टन्स असा दिला आहे,

= 10 + {5||20} = 10 + (100/25) = 14 Ω

36 V स्त्रोतद्वारे पुरविला जाणारा करंट - **I** = 36/14 = **2.57A**

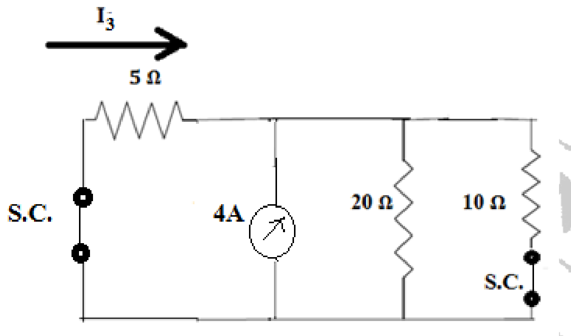
केवळ 36 V स्त्रोतामुळे 5 Ω पर्यंतचा करंट हा करंट डिवीजन सूत्राद्वारे असा दिला जातो की,

$I_2$ = - I (20)/(20+5) = (- 2.57) (20/25) = - 2.056 A

**$I_2$ = - 2.056 A**

**(c) केवळ 4 A करंटच्या स्त्रोताचा विचार करा:**

36 V आणि 50 V व्होल्टेज स्त्रोतांची जागा शॉर्ट-सर्किट (SC) ने घेतली आहे.




(c)

4 A स्त्रोताच्या समांतर दिसणारे रेझिस्टन्स (10 Ω आणि 20 Ω) एक मार्ग म्हणून आणि 5 Ω रेझिस्टर करंटासाठी दुसरा मार्ग प्रदान करतो.

समांतर कनेक्शनचा समतुल्य रेझिस्टन्स म्हणजे, 10||20 = 200/30 = 6.67 Ω

आता करंटच्या विभाजन सूत्रानुसार,

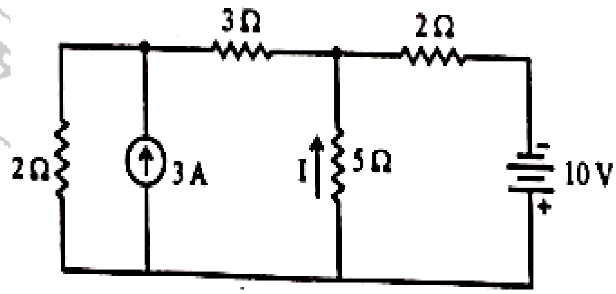
करंट $I_3$ = (- 4) (6.67) / (5 + 6.67) = - 2.29A

सुपरपोझिशन प्रमेयानुसार, तिन्ही स्त्रोतांमुळे 5 Ω मधील करंट असा दिला आहे,

I = $I_1$ + $I_2$ + $I_3$= (4.29 - 2.056 - 2.29) = - 0.056A

**I = - 0.056 A**

**उदा. 5.1.3 खाली दर्शविलेल्या नेटवर्कमध्ये करंट I ची गणना (Calculate) करण्यासाठी सुपरपोझिशन प्रमेयचा वापर करा.**



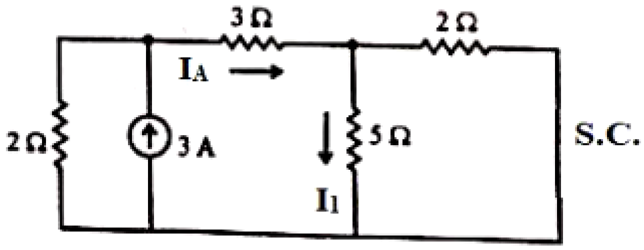

**उत्तर :**

**(a) केवळ 3 A करंट स्त्रोताचा विचार करा:**

10 V स्त्रोताची जागा शॉर्ट-सर्किट (SC) ने घेतली आहे.

करंट स्त्रोतच्या एका बाजुला दिसणारा एकूण रेझिस्टन्स -

= 3 + {5||2} = 3 + (10/7) = 31/7 = 4.43 Ω




(a)

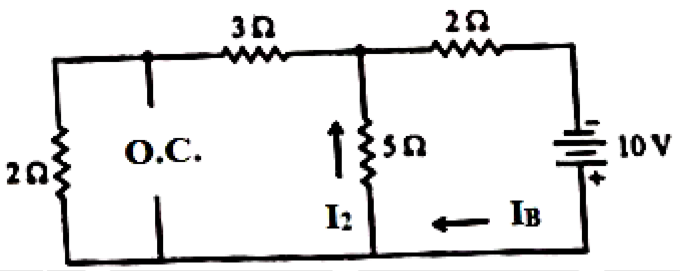
म्हणून करंट $I_A$= 3 × {2 / (2 + 4.43)} = 0.933 A

केवळ 3 A स्त्रोतामुळे 5 Ω पर्यंतचा करंट हा करंटच्या विभाजन सूत्राद्वारे असा दिला जातो की,

$I_1$ = IA (2) / (2 + 5) = 0.933 (2/7) = **0.2666 A (खाली)**

**(b) एकट्या 10 V च्या व्होल्टेज स्त्रोताचा विचार करा :**

3 A स्त्रोत ओपन-सर्किट (O.C.) ने बदलला आहे.




(b)

5 Ω च्या समांतर दिसणारा एकूण रेझिस्टन्स खालीलप्रमाणे आहे,

= 3+2 = 5

10 V स्त्रोतामध्ये दिसणारा एकूण रेझिस्टन्स म्हणजे,

R = 2 + (5||5) = 2 + (25/10) = 2 + 2.5 = 4.5 Ω

करंटचा $I_B$ = V/R = 10/4.5 = 2.22 A

केवळ 10 V स्त्रोतामुळे 5 Ω पर्यंतचा करंट खालीलप्रमाणे दिला आहे,

$I_2$ = IB ∗ (5) / (5 + 5) = 2.22 (0.5) = **1.11 A (वर)**

सुपरपोझिशन प्रमेयानुसार, दोन्ही स्त्रोतामुळे 5 Ω मधून वर जाणारा करंट खालिलप्रमाणे दिला आहे,

I = - $I_1$ + $I_2$ = (- 0.2666 + 1.11) = **0.8434 A**

**I = 0.8434 A**

**5.2 थेविनिनचे प्रमेय (Thevenin's Theorem)**

या प्रमेयाचा शोध लिओन चार्ल्स थेविनिन (Leon Charles Thevenin) नावाच्या फ्रेंच अभियंत्याने 1883 मध्ये लावला. हे प्रमेय जटिल (कॉम्प्लेक्स) (Complex) इलेक्ट्रिक सर्किटला (Electric Circuit) सुलभ करण्यासाठी आणि त्याचे एका साध्या सर्किटमध्ये रूपांतर करण्यासाठी उपयुक्त आहे, जेणेकरून लोड

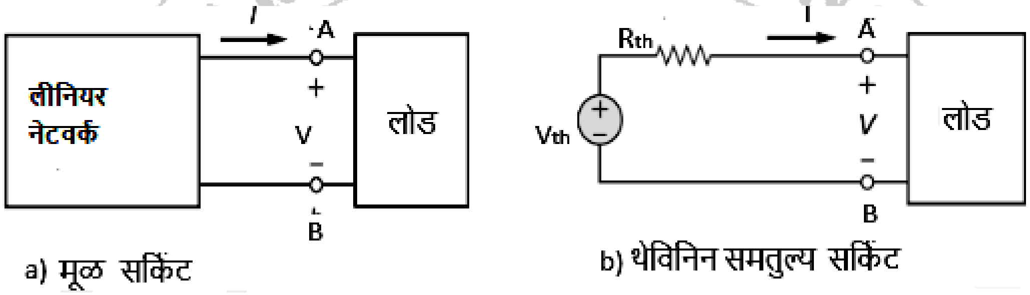
करंट सहजपणे मोजता येईल.

**5.2.1 विधान (statement)**

त्यात असे म्हटले आहे की -

ऊर्जा स्त्रोत (व्होल्टेज स्त्रोत किंवा करंट स्त्रोत) आणि रेझिस्टन्स असलेले कोणतेही लिनियर नेटवर्क हे अशा सोप्या सर्किटमध्ये बदलले जाऊ शकते, ज्यामध्ये स्वतंत्र व्होल्टेज स्त्रोत (ज्याला थेविनिन्स वोल्टेज असेदेखील म्हणतात) आणि सिरिजमध्ये जोडलेला अंतर्गत रेझिस्टन्स (ज्याला थेविनिन्स रेझिस्टन्स असेदेखील म्हणतात) यांचा समावेश असतो.

व्होल्टेज स्त्रोताला थेविनिनचे व्होल्टेज (Vth) म्हणतात तर संबंधित रेझिस्टन्सला थेविनिन्स समतुल्य (equivalent) रेझिस्टन्स (Rth) म्हणतात आणि सर्किटला थेविनिन्स समतुल्य सर्किट म्हणतात. ते खालील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे आहे -




**आकृती 5.1 थेविनिनचे समतुल्य सर्किट**

**5.2.2 थेविनिनचे समतुल्य सर्किट (Thevenin's equivalent Circuits) शोधण्यासाठी स्टेप्स**

**A. थेविनिनचा समतुल्य रेझिस्टन्स (Thevenin's equivalent resistance) (Rth) शोधणे**

- ज्या a-b टर्मिनल्सच्या ठिकाणी थेविनिन समतुल्य रेझिस्टन्स काढायचा आहे, तेथील लोड रेझिस्टर $R_L$ किंवा टर्मिनल्स a-b वर कनेक्ट असलेले इतर कोणतेही घटक (elements) काढून टाका.
- सर्व उर्जा स्त्रोत काढून टाका, त्यासाठी व्होल्टेज स्त्रोतच्या जागी शॉर्ट सर्किट करा आणि करंट स्त्रोतच्या जागी ओपन सर्किट करा.
- ओपन टर्मिनल्स a-b च्या बाजूने पाहिल्याप्रमाणे सर्किटच्या एकूण रेझिस्टन्सची गणना करून Rth ची किंमत निश्चित करा.

**B. थेविनिनचे समतुल्य व्होल्टेज (Thevenin's equivalent voltage) (Vth) शोधणे**

- ज्या a-b टर्मिनल्सच्या जागी थेविनिनचे समतुल्य वोल्टेज काढायचे आहे, तेथे कनेक्ट असलेले लोड रेझिस्टर $R_L$ किंवा इतर कोणतेही घटक (elements) काढून टाका आणि ते टर्मिनल्स ओपन ठेवा.
- खुल्या (open) टर्मिनल्स a-b मधील व्होल्टेजची गणना करून नोडल विश्लेषण पद्धतीद्वारे (Nodal Analysis) किंवा मेश विश्लेषण पद्धतीद्वारे (Mesh Analysis) Vth ची किंमत शोधा.

**C. थेविनिनचे समतुल्य सर्किट (Thevenin's equivalent circuit) काढा**

- स्टेप 1 आणि स्टेप 2 मधून अनुक्रमे Rth आणि Vth शोधल्यानंतर, थेविनिनचे समतुल्य सर्किट काढण्यासाठी Vth आणि Rth सिरीजमध्ये कनेक्ट करा आणि त्याच्याशी लोड रेझिस्टन्स सिरिजमध्ये कनेक्ट करा.

**D. लोड करंट शोधा: -**

नंतर खालील फॉर्म्युलानुसार लोड करंट शोधा

$I_L = Vth * R_L / (Rth + R_L)$

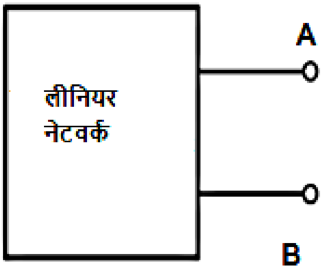
**5.3 नॉर्टनचे प्रमेय (Norton's Theorem) :**

एडवर्ड लॉरी नॉर्टन यांनी 1926 मध्ये या प्रमेयाचा शोध लावला होता. थेविनिनच्या प्रमेयाप्रमाणेच, नॉर्टनचे प्रमेयदेखिल जटिल (कॉम्प्लेक्स) इलेक्ट्रिक सर्किट सुलभ करण्यासाठी वापरले जाते. कठीण अशा सर्किटचे एका साध्या सर्किटमध्ये रूपांतरण करून लोड करंट सहजपणे मोजता येतो.

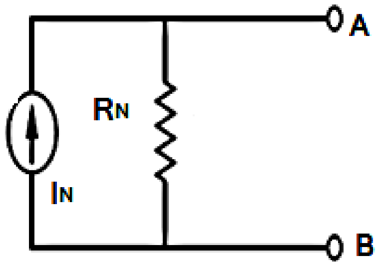
**5.3.1 विधान (statement):-** हे प्रमेय असे सांगते की -

ऊर्जा स्त्रोत (व्होल्टेज स्त्रोत किंवा करंट स्त्रोत) आणि रेझिस्टन्स असलेले कोणतेही लिनियर नेटवर्क हे अशा सर्किटमध्ये बदलले जाऊ शकते, ज्यामध्ये स्वतंत्र करंट स्त्रोत (ज्याला नॉर्टनचा करंट असे देखील म्हणतात) आणि त्याच्या समांतर (parallel) जोडलेला अंतर्गत (internal) रेझिस्टन्स (ज्याला नॉर्टनचा रेझिस्टन्स असेदेखील म्हणतात) यांचा समावेश असतो.

या करंट स्त्रोताला नॉर्टनचा समतुल्य करंट स्त्रोत (Norton's Equivalent Current Source) ($I_N$) म्हणतात तर संबंधित रेझिस्टन्सनला नॉर्टनचा समतुल्य रेझिस्टन्स (Norton's Equivalent Resistance) ($R_N$) म्हणतात. सर्किटला नॉर्टनचे समतुल्य सर्किट (Norton's Equivalent Circuit) असे म्हणतात. ते खालील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे आहे -




**आकृती - (a) मूळ आकृती**




**आकृती - (b) नॉर्टनचे समतुल्य सर्किट**

**आकृती 5.2: नॉर्टनचे समतुल्य सर्किट**

**5.3.2 नॉर्टनचा समतुल्य रेझिस्टन्स ($R_N$) आणि करंट ($I_N$) शोधण्यासाठी स्टेप्स :**

**a) नॉर्टनचा समतुल्य रेझिस्टन्स ($R_N$) शोधणे :-**

- ज्या a-b टर्मिनल्सच्या ठिकाणी नॉर्टन समतुल्य रेझिस्टन्स काढायचा आहे, तेथील लोड रेझिस्टर $R_L$ किंवा टर्मिनल्स a-b वर कनेक्ट असलेले इतर कोणतेही घटक काढून टाका.
- सर्व उर्जा स्त्रोत काढून टाका (त्यासाठी व्होल्टेज स्त्रोतच्या जागी शॉर्ट सर्किट करा आणि करंट स्त्रोतच्या जागी ओपन सर्किट करा).
- ओपन टर्मिनल्स a-b च्या बाजूने पाहिल्याप्रमाणे सर्किटच्या एकूण रेझिस्टन्सची गणना करून Rth ची किंमत शोधा.

**b) नॉर्टनचा समतुल्य करंट (Norton's Equivalent Current Source) किंवा शॉर्ट सर्किट (Short Circuit) करंट ($I_N$ किंवा Isc) शोधणे: -**

- ज्या a-b टर्मिनल्सच्या जागी नॉर्टन समतुल्य करंट काढायचा आहे, तेथे कनेक्ट असलेले लोड रेझिस्टर $R_L$ किंवा इतर कोणतेही घटक काढून टाका व ते टर्मिनल्स शॉर्ट सर्किट करा.
- आता टर्मिनल्स a-b मधील करंटची गणना करून नोडल विश्लेषण पद्धतीद्वारे (Nodal Analysis) किंवा मेश विश्लेषण (Mesh Analysis) पद्धतीद्वारे $I_N$ निश्चित करा.

**c) नॉर्टनचे समतुल्य सर्किट (Norton's Equivalent Circuit) काढा:**

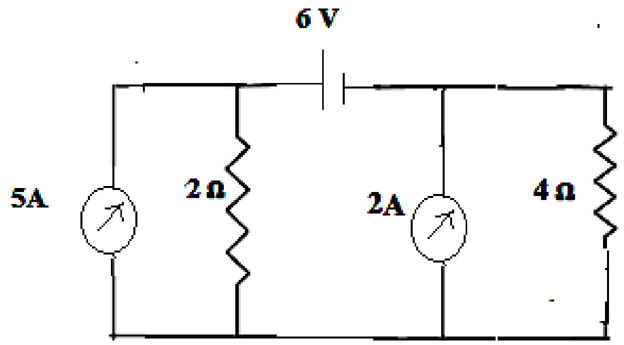
स्टेप 1 आणि स्टेप 2 मधून अनुक्रमे $R_N$ आणि $I_N$ शोधल्यानंतर, नॉर्टनचे समतुल्य सर्किट काढण्यासाठी नॉर्टनचा समतुल्य करंट ($I_N$) आणि त्याच्या समांतरमध्ये नॉर्टन समतुल्य रेझिस्टन्स ($R_N$) कनेक्ट करा आणि त्याच्याशी समांतरमध्ये लोड रेझिस्टन्स कनेक्ट करा.

**d) लोड करंट शोधा:**

नंतर खालील फॉर्म्युलानुसार लोड करंट शोधा .

$$I_L = I_N * R_N / (R_N + R_L)$$

**उदा. 5.3.1) नॉर्टनचे प्रमेय वापरून खालील आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कमधील 4 Ω रेझिस्टरमधील विद्युत् करंट शोधा.**



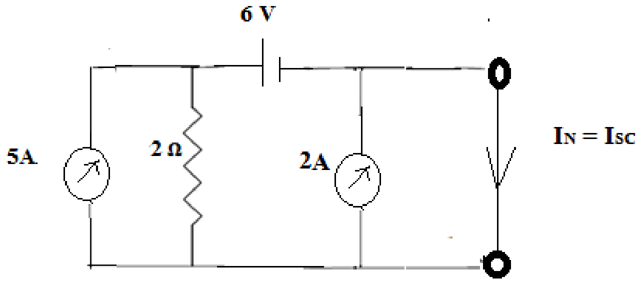

**उत्तर : -**

**नॉर्टनच्या प्रमेयानुसार:**

नॉर्टनच्या प्रमेयानुसार, दिलेल्या सर्किटमधील लोड रेझिस्टर (येथे 4Ω) काढून उर्वरित सर्किट खालील आकृतीमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे येते आणि त्याचे रूपांतर हे रेझिस्टर RN आणि त्याच्या समांतर करंट स्त्रोत IN असलेल्या अशा साध्या सर्किटद्वारे प्रस्तुत केले जाऊ शकते.

**a) नॉर्टनच्या समतुल्य करंट स्त्रोताची किंमत ($I_N$):**

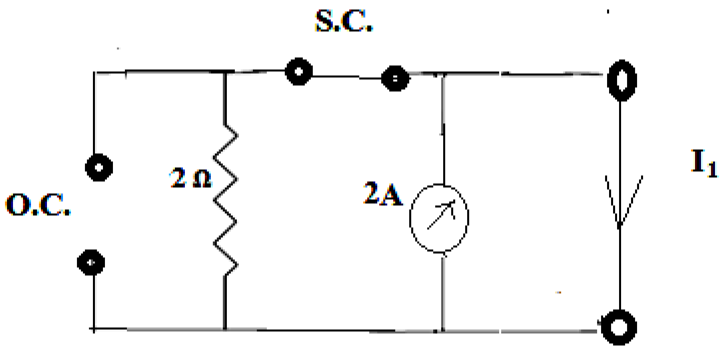
आकृती (a) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे नॉर्टनचा समतुल्य करंट स्रोत $I_N$ ची किंमत ही अंतर्गत (internal) स्त्रोतांमुळे लोड टर्मिनल्स शॉर्ट-सर्किट असतांना त्यामधून वाहणारा विद्युत् करंटच्या इतकी असते.




(a)

तीन स्त्रोत असल्याने, सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून शॉर्ट-सर्किट करंटची गणना करण्यास प्राधान्य दिले जाते. एकूण शॉर्ट-सर्किट सर्किट करंट $I_N = I_{SC}$ ही एकट्या वैयक्तिक स्त्रोतांमुळे (इतर स्त्रोत त्यांच्या अंतर्गत रेझिस्टरांद्वारे (internal resistors) बदलताना) निर्माण होणाऱ्या करंटची बीजगणितीय बेरीज आहे,

**i) 2A स्त्रोत एकट्याने कार्य करत आहे याचा विचार करा:**

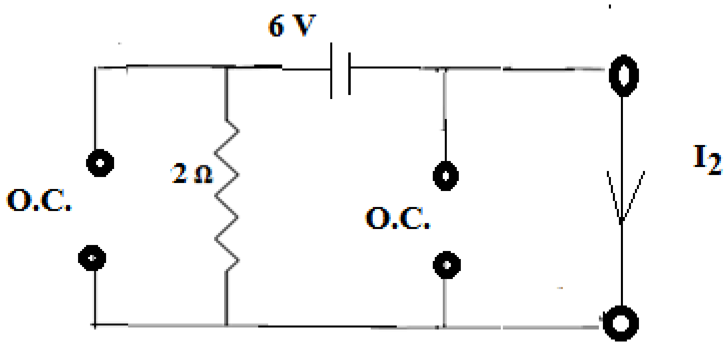



(b)

Fig. (b) चा संदर्भ देताना, करंट डिविजन सूत्रानुसार, विद्युत् करंट हा नेहमी कमी रेझिस्टराचा (low resistor) मार्ग पसंत करतो.

$I_1$ = (2) (2 / [2 + 0]) = **2A**

**ii) 6V स्त्रोत एकट्याने कार्य करत आहे याचा विचार करा:**

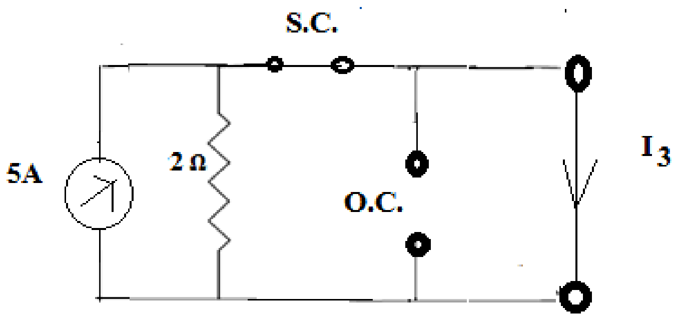



(c)

Fig. (c) चा संदर्भ देत, 6V स्त्रोतामुळे प्रवाहित होणारा शॉर्ट सर्किट (S.C.) करंट -

$I_2$ = (- 6) / 2 = **- 3 A (वर ↑)**

**iii) 5A स्त्रोत एकट्याने कार्य करत आहे याचा विचार करा:**




(d)

Fig. (d) चा संदर्भ देत, करंट डिविजन सूत्रानुसार, विद्युत् करंट हा नेहमी कमी रेझिस्टराचा मार्ग पसंत करतो.

$I_3 = (5) * (2 / [2 + 0]) =$ **5A**

सुपरपोझिशन प्रमेयानुसार, $I_N = I_{SC} = I_1 + I_2 + I_3 = 2 + (-3) + 5 = 4$ A

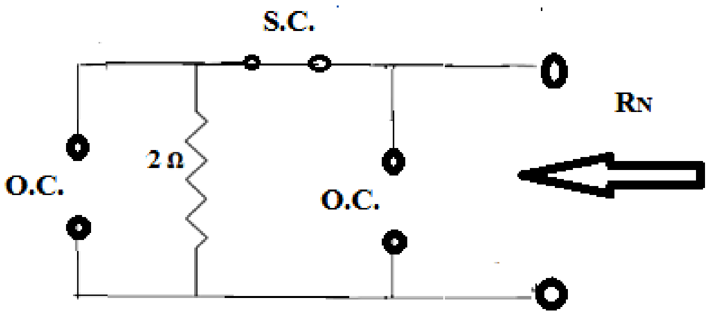
**नॉर्टनचा समतुल्य करंट, $I_N$ = 4A**

**b) नॉर्टनचा समतुल्य रेझिस्टर (Equivalent Resistance) ($R_N$) शोधा:**

नॉर्टनचा समतुल्य रेझिस्टर हा नेटवर्कमध्ये लोड टर्मिनल्सकडून मागे वळून पाहताना दिसणारा अंतर्गत रेझिस्टर आहे (त्यावेळी अंतर्गत व्होल्टेज स्त्रोतच्या जागी शॉर्ट-सर्किट केलेले असते आणि करंट स्रोतच्या जागी ओपन-सर्किट केलेले असते).

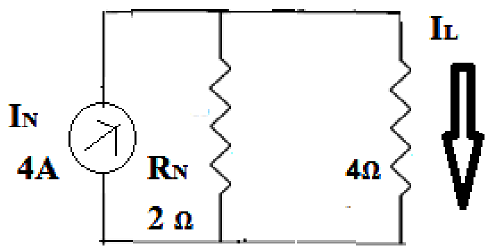
आकृती (e) नुसार

**$R_N = 2\ \Omega$**




(e)

**c) आता लोड करंटची किंमत शोधा ($I_L$):**




(f)

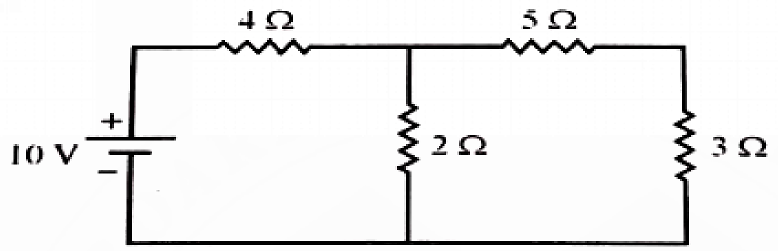
आकृती (f) नुसार, लोड करंट -

$I_L = I_N * R_N / (R_N + R_L) =$

$= 4 * 2 / (2 + 4)$

$\mathbf{I_L = 1.33\ A}$

**5.3.2) खाली दाखविलेल्या सर्किटसाठी नॉर्टनच्या प्रमेयाचा वापर करून 3Ω रेझिस्टन्समधील विद्युत् करंट शोधा,**




**उत्तर :**

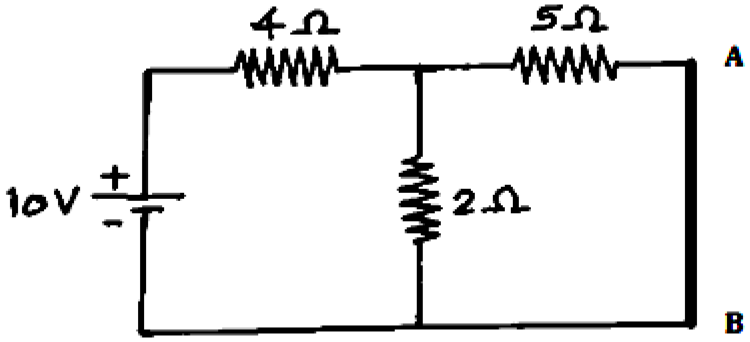
**नॉर्टनच्या प्रमेयानुसार**

नॉर्टनच्या प्रमेयानुसार, दिलेल्या सर्किटमधील लोड रेझिस्टर (येथे 4Ω) काढून उर्वरित सर्किट खालील आकृतीमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे येते आणि त्याचे रूपांतर हे रेझिस्टर RN आणि त्याच्या समांतर करंट स्त्रोत IN असलेल्या अशा साध्या सर्किटद्वारे प्रस्तुत केले जाऊ शकते.

**(a) नॉर्टनच्या समतुल्य करंट स्त्रोत ($I_N$) ची किंमत शोधा :**

नॉर्टनचा समतुल्य करंट स्त्रोत $I_N$ म्हणजे आकृतीमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे अंतर्गत स्त्रोतांद्वारे लोड टर्मिनल्समध्ये शॉर्ट-सर्किटमुळे वाहणारा करंट होय.

आकृती (a) नुसार लोड रेझिस्टर 3Ω काढून तेथे (A - B) शॉर्ट सर्किट करा.




(a)

(a) 10 V स्त्रोतातील एकूण रेझिस्टन्स म्हणजे,

$$R = 4 + (5||2) = 4 + \frac{5\times2}{5+2} = 5.43\,\Omega$$

त्यामुळे स्त्रोताद्वारे पुरविला जाणारा करंट,

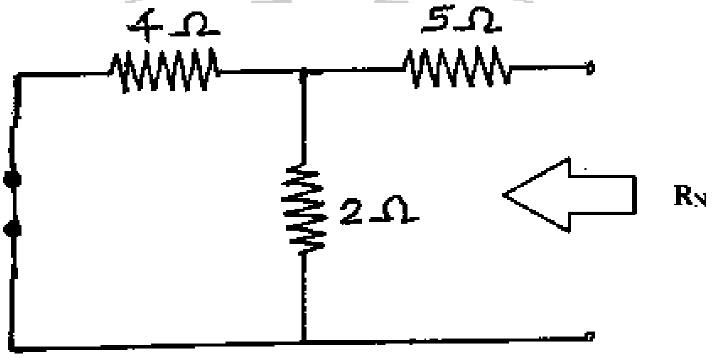
$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{5.43} = 1.84\ A$$

रेझिस्टन्स 2 Ω आणि 5 Ω समांतर आहेत. करंटच्या विभागणीनुसार, 5 Ω मधून वाहणारा करंट $I_N$ इतकाच आहे

$$I_N = I\frac{2}{2+5} = (1.84)\frac{2}{7} = \mathbf{0.526\ A}$$

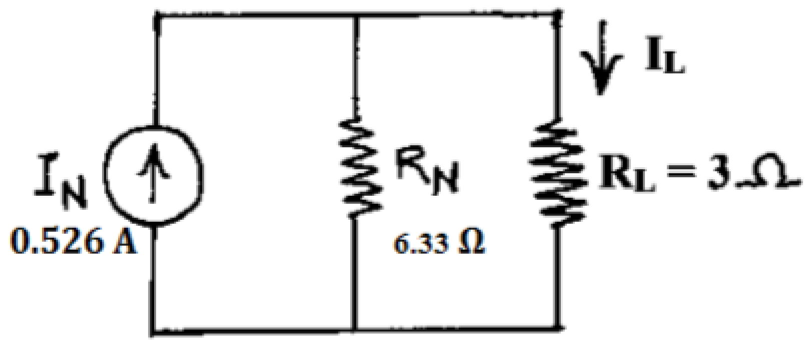
**b) नॉर्टनच्या समतुल्य रेझिस्टन्स Norton's equivalent Resistance ($R_N$) ची किंमत शोधा:**

नॉर्टनचा समतुल्य रेझिस्टर ($R_N$) हा नेटवर्कमध्ये लोड टर्मिनल्सकडून मागे वळून पाहताना दिसणारा अंतर्गत रेझिस्टर आहे (त्यावेळी अंतर्गत व्होल्टेज स्त्रोतच्या जागी शॉर्ट-सर्किट केलेले असते आणि करंट स्रोतच्या जागी ओपन-सर्किट केलेले असते).




(b)

$$R_N = 5 + (2||4) = 5 + \frac{2\times 4}{2+4} = \mathbf{6.33\ \Omega}$$




(c)

**c) लोड करंट ($I_L$) शोधा:**

Fig. (c) नुसार लोड करंट -

$$I_L = I_N\frac{R_N}{R_N + R_L} = 0.526\frac{6.33}{6.33+3} = \mathbf{0.357\ A}$$

म्हणून

**$I_L$ = 0.357 A**

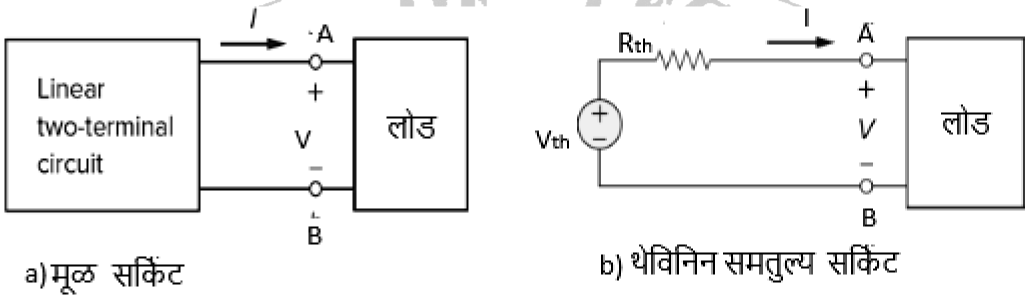
**5.4 मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय (Maximum Power Transfer Theorem):** मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय असे सांगते की जर लोड रेझिस्टन्स ($R_L$) हा सोर्स रेझिस्टन्स ($R_{TH}$) (सर्किटचा अंतर्गत रेझिस्टन्स) इतका असेल म्हणजेच $R_{TH} = R_L$ असेल, त्यावेळी सर्किटमध्ये जोडलेल्या रेझिस्टिव्ह लोडला

व्होल्टेज स्त्रोताद्वारे दिलेली पॉवर ही मॅक्झिमम असते.

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय लागू करून, आपण कम्युनिकेशन सिस्टममधील सिग्नलची ताकद वाढवू शकतो.

**5.4.1 मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेयाची सिद्धता (Verification) :**

यासाठी खालील सर्किट विचारात घ्या की ज्यामध्ये डीसी (d.c.) स्त्रोत हा लोड रेझिस्टन्ससोबत जोडलेला आहे (आकृती (a). आता आपल्याला थेविनिन व्होल्टेज आणि थेविनिन रेझिस्टन्स (स्रोत रेझिस्टन्स) शोधावे लागतील आणि नंतर आकृतीमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सर्किटचे रूपांतर थेविनिनच्या समतुल्य सर्किटमध्ये केले जाईल. (आकृती (b)).




**आकृती 5.3: थेविनिनचे समतुल्य सर्किट**

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय सिद्ध करण्यासाठी, आपण आकृती (b) मध्ये दर्शविलेले सर्किट वापरणार आहोत.

प्रथम, आपल्याला दिलेल्या सर्किटमधून जाणारा विद्युत् करंट शोधायचा आहे,

$$I = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_L} \quad \ldots(1)$$

इथे -

I - सर्किटमधून जाणारा करंट

Vth - स्त्रोताचा थेविनिन व्होल्टेज

Rth - स्त्रोताचा थेविनिन रेझिस्टन्स

$R_L$ - लोडचा रेझिस्टन्स

आता आपण दिलेल्या समीकरणाद्वारे लोड रेझिस्टन्सला दिलेली पॉवर मोजू शकतो,

$$P_L = I^2 R_L \ldots (2)$$

इथे -

$P_L$ - लोडला पुरविलेली पॉवर

आता, लोड रेझिस्टन्सला दिलेली पॉवर थेविनिन व्होल्टेजच्या संदर्भात मिळविण्यासाठी समीकरण (1)

मधील (I) चे मूल्य हे समीकरण (2) मध्ये टाका.

$$P_L = I^2 R_L$$

$$P_L = \left(\frac{V_{TH}}{R_{TH}+R_L}\right)^2 R_L \ldots(3)$$

आता, मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफरची अट (Condition) मिळवण्यासाठी समीकरण (3) हे $R_L$ च्या संदर्भात वेगळे (Differentiate) करा आणि त्याची एकूण किंमत शून्य इतकी करा.

$$\frac{dP_L}{dR_L}=0$$

$$\frac{dP_L}{dR_L}=\frac{d}{dR_L}\left[\left(\frac{V_{TH}}{R_{TH}+R_L}\right)^2 R_L\right]=0$$

$$\frac{V_{TH}^2\,(R_{TH}-R_L)}{(R_{TH}+R_L)^2}=0$$

$$(R_{TH}-R_L)=0$$

$$R_{TH}=R_L$$

त्यामुळे, हे स्पष्ट आहे की जेव्हा थेविनिन रेझिस्टन्सची किंमत लोड रेझिस्टन्सच्या (Rth = $R_L$) बरोबर असते, तेंव्हा स्त्रोताद्वारे लोड रेझिस्टन्सला दिलेली पॉवर ही मॅक्झिमम असते. हे मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेयानुसार आहे. म्हणून, अशा प्रकारे मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय सिद्ध होते.

### 5.4.2 लोड रेझिस्टन्सला दिलेली मॅक्झिमम पॉवर ($P_L$) -

आता, जेंव्हा थेविनिन रेझिस्टन्स हा लोड रेझिस्टन्सच्या बरोबरीचा असतो, तेव्हा लोड रेझिस्टन्सला दिलेली मॅक्झिमम पॉवर ($P_L$) ची किंमत मोजू या.

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर होण्यासाठी,

$$R_{TH} = R_L$$

लोड रेझिस्टन्सला स्त्रोताद्वारे दिलेली मॅक्झिमम पॉवर मोजण्यासाठी समीकरण (3) मध्ये $R_L$ च्या जागी $R_{TH}$ ला बदला.

नंतर लोड रेझिस्टन्सला दिली जाणारी मॅक्झिमम पॉवर ($P_L$) -

$$P_{max} = \left(\frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_{TH}}\right)^2 R_{TH}$$

$$P_{max} = \left(\frac{V_{TH}}{2R_{TH}}\right)^2 R_{TH}$$

$$P_{max} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}}$$

वरील समीकरणाद्वारे लोडला दिली जाणारी मॅक्झिमम पॉवर आपणास मिळते. म्हणून, थेविनिन व्होल्टेज आणि थेविनिन रेझिस्टन्सची गणना करून लोड रेझिस्टन्सला दिली जाणारी मॅक्झिमम पॉवर आपण निश्चित करू शकतो.

**5.4.3 मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय वापरून नेटवर्क सोडवण्याच्या स्टेप्स: -**

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय वापरून लोडमध्ये ट्रान्सफर केलेल्या मॅक्झिमम पॉवरची गणना करण्यासाठी खालील स्टेप्सचा वापर करावा .

स्टेप 1: सर्किटमधील व्हेरिएबल लोड रेझिस्टन्स ($R_L$) ओळखा आणि तो काढून टाका.

स्टेप 2: सर्किटमधील व्होल्टेज स्रोत (Voltage Source) काढून ते टर्मिनल्स शॉर्ट सर्किट करून ठेवा आणि स्वतंत्र करंट स्रोत (Current Source) काढून ते टर्मिनल्स ओपन ठेवा.

स्टेप 3: ओपन सर्किट केलेल्या लोड रेझिस्टन्सच्या टर्मिनल्समधील समतुल्य रेझिस्टन्सची गणना करून सर्किटचा थेविनिन रेझिस्टन्स शोधा.

स्टेप 4: ओपन सर्किट केलेल्या लोड रेझिस्टन्सच्या टर्मिनल्सवरील व्होल्टेजची गणना करून थेविनिन व्होल्टेज शोधा.

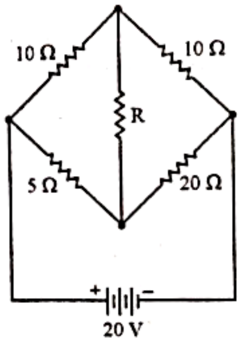
स्टेप 5: मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय सूत्र वापरून ट्रान्सफर केलेली मॅक्झिमम पॉवर शोधा.

**5.4.4 निष्कर्ष :**

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय असे सांगते की लोड रेझिस्टन्स आणि सोर्स रेझिस्टन्स समान असेल तेव्हा डीसी स्त्रोत (D.C. Source) द्वारे लोड रेझिस्टन्सला मॅक्झिमम पॉवर दिली जाते. म्हणून, जर लोड रेझिस्टन्स हा व्हेरिएबल रेझिस्टन्स असेल, तर आपण लोडच्या रेझिस्टन्समध्ये तोपर्यंत बदल करू शकतो, जोपर्यंत तो स्त्रोत रेझिस्टन्सच्या बरोबरीचा होत नाही आणि मग यावेळी लोडमध्ये मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर केली जाईल.

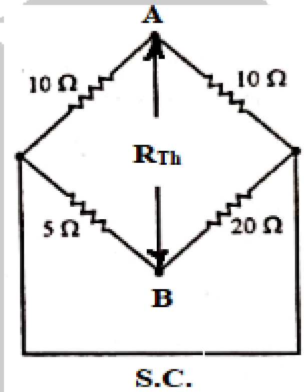
दिलेल्या सर्किटसाठी, आपण सर्किटचा थेविनिन रेझिस्टन्स शोधू शकतो आणि मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर करण्यासाठी लोड रेझिस्टन्स थेविनिन सर्किटच्या बरोबरीने एडजस्ट करू शकतो. मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर करतांना कार्यक्षमता (Efficiency) ही 50% कमी होते.

**5.4.1) खाली दाखविलेल्या नेटवर्कसाठी R चे मूल्य निश्चित करा, जेणेकरून मॅक्झिमम पॉवर त्याच्यापर्यंत पोहोचेल. तसेच मॅक्झिमम पॉवरची गणना करा.**



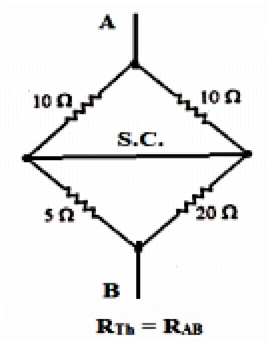

**उत्तर :**

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेयानुसार, रेझिस्टन्स $R_L$ मध्ये मॅक्झिमम पॉवर तेव्हाच ट्रान्सफर केली जाईल जेव्हा $R_L$चे मूल्य रेझिस्टन्स R च्या ओपन-सर्किट टर्मिनल दरम्यान दिसणाऱ्या उर्वरित सर्किटच्या थेविनिन समतुल्य रेझिस्टन्स Rth च्या बरोबरीचे असेल. (यावेळी सर्व अंतर्गत स्त्रोत त्यांच्या संबंधित अंतर्गत रेझिस्टन्सनी बदलले जातील, म्हणजेच आदर्श (ideal) व्होल्टेज स्त्रोत हे शॉर्ट-सर्किटद्वारे (SC) आणि आदर्श (ideal) करंट स्त्रोत हे ओपन सर्किटद्वारे (O.C.) बदलले जातात).




(a)

हे सर्किट आपण असे सोपे करू शकतो -




(b)

आता वरील सोप्या सर्किटमधून (आकृती (b) नुसार) आपण लिहू शकतो की -

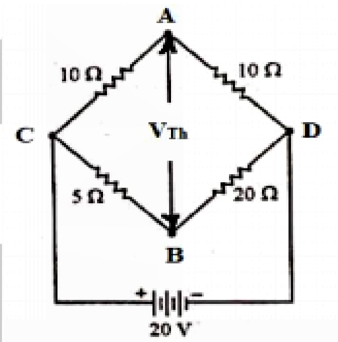
$R_{th} = (10||10) + (5||20) = (100/20) + (100/25) = 5 + 4 = 9\ \Omega$

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफरसाठी R **= $R_{th}$ = 9 Ω**

**ट्रान्सफर केलेल्या मॅक्झिमम पॉवरची गणना:**

थेविनिन प्रमेय वापरून R मधून वाहणारा करंट निश्चित केला जाऊ शकतो. R सोडून उर्वरित सर्किटचे रूपांतर एका साध्या थेविनिन समतुल्य सर्किटद्वारे केले जाऊ शकते ज्यात रेझिस्टन्स $R_{th}$ आणि त्याच्या सीरिजमध्ये व्होल्टेज स्त्रोत $V_{th}$ चा समावेश आहे.

**a) थेविनिन समतुल्य व्होल्टेज ($V_{th}$) ची किंमत शोधा:**




**(c)**

आकृती (c) नुसार -

मार्ग C-A-D मधून वाहणारा करंट: $I_1 = 20/(10+10) = 20/20 = 1$ A

मार्ग C-B-D मधून वाहणारा करंट: $I_2 = 20/(5+20) = 20/25 = 0.8$ A

टर्मिनल A आणि D मधील व्होल्टेज : $V_{AD} = I_1\ (10) = 1\ (10) = 10$ V

टर्मिनल B आणि डी मधील व्होल्टेज : $V_{BD} = I_2\ (20) = 0.8(20) = 16$ V

असे दिसून येते की A चे व्होल्टेज D पेक्षा 10 V ने जास्त आहे आणि B चे व्होल्टेज D पेक्षा 16 V ने जास्त आहे. म्हणून, बिंदू B चे व्होल्टेज हे बिंदु A पेक्षा 6 V ने जास्त आहे.

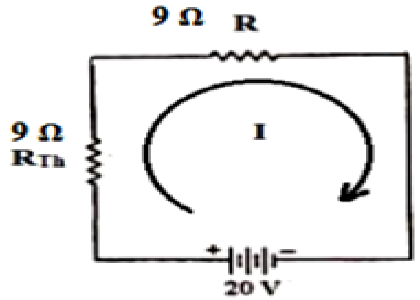
म्हणजेच $V_{th} = V_{BA} = V_{BD} - V_{AD} = 16 - 10 = 6$ V

म्हणून **Vth = 6 V**

**b) थेविनिन समतुल्य रेझिस्टन्स (Rth) शोधा:**

त्याची गणना आधीच वर केली आहे.. **Rth = 9 Ω**

**c) थेविनिन समतुल्य सर्किट:**



(d)

सर्किट करंट I = V / ($R_{TH}$ + R) = 20/(9 + 9) = 20 / 18 = 1.11 A

**d) थेविनिन समतुल्य सर्किट :**

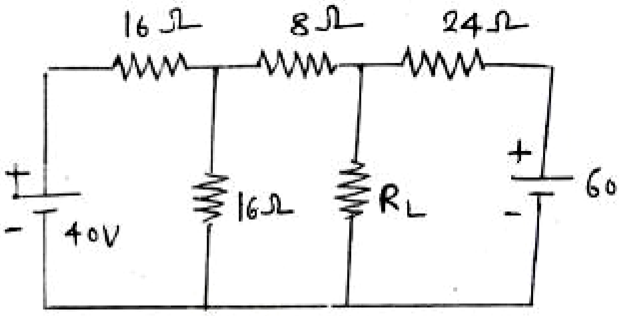
R ला मॅक्झिमम पॉवर दिली जाते

= $P_{Rmax}$ = $I^2$.R = $(1.11)^2$ .(9) = **11.09 watts**

**$P_{Rmax}$ = 11.09 watts**

.

**5.4.2) मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय सांगा. खालील आकृतीसाठी $R_L$चे मूल्य शोधा, जेणेकरून त्याच्याकडे मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर होईल. तसेच मॅक्झिमम पॉवरची किंमत शोधा.**



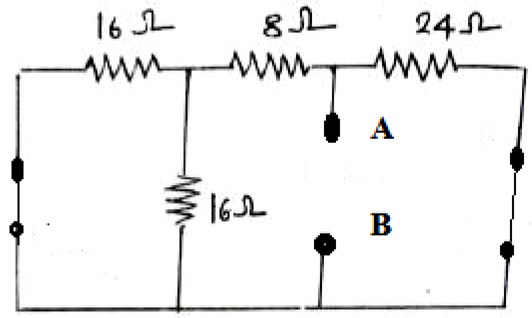

**उत्तर :**

**मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेय:**

"यात असे म्हटले आहे की जेव्हा लोड रेझिस्टन्सची किंमत ही स्त्रोताच्या अंतर्गत रेझिस्टन्सच्या इतकी असते किंवा नेटवर्कच्या थेविनिनच्या समतुल्य रेझिस्टन्स इतकी असते तेव्हा स्त्रोताद्वारे लोड रेझिस्टन्सला मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर केली जाते."

**a) मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफरसाठी लोड रेझिस्टन्स $R_L$:**

मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर प्रमेयानुसार, लोड रेझिस्टन्स $R_L$ ला सर्किटमधून मॅक्झिमम पॉवर तेव्हाच मिळते जेव्हा $R_L$ संख्यात्मकदृष्ट्या सर्किटच्या अंतर्गत रेझिस्टन्सच्या बरोबरीने असतो, म्हणजेच लोड रेझिस्टर काढून टाकल्यावर लोड टर्मिनलदरम्यान दिसणारा सर्किटचा थेविनिन समतुल्य रेझिस्टर Rth (यासाठी अंतर्गत व्होल्टेज स्त्रोतांची जागा शॉर्ट सर्किटने घेतली जाते आणि अंतर्गत करंट स्त्रोतांची जागा ओपन सर्किटने घेतली जाते).




**(a)**

वरील आकृती (a) चा संदर्भ देत, $R_L$

Rth = 24 || [8 + (16||16)] = 24 || [8 + 8] = 24 || 16 = 9.6 Ω

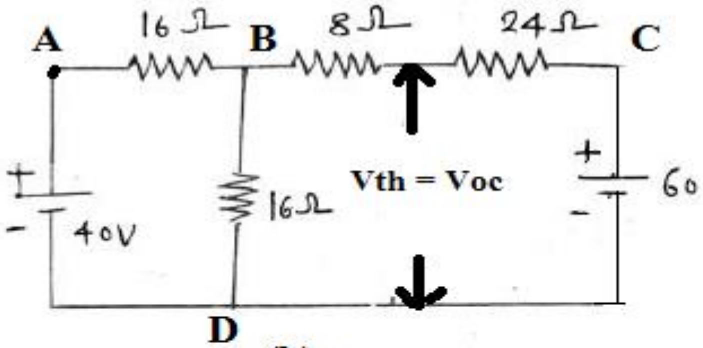
लोड रेझिस्टन्समध्ये मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफरसाठी, **$R_L$ = 9.6 Ω**

**मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफर:**

लोड करंट शोधण्यासाठी, लोड रेझिस्टर वगळून उर्वरित सर्किट थेविनिनच्या समतुल्य सर्किटद्वारे दर्शविणे आवश्यक आहे.

**b) थेविनिनच्या समतुल्य व्होल्टेज (Vth) स्त्रोताची किंमत शोधा:**

थेविनिनच्या समतुल्य व्होल्टेज हे लोड रेझिस्टर काढून टाकल्यावर लोड टर्मिनल्समध्ये मिळणारे ओपन सर्किट व्होल्टेज (अंतर्गत स्त्रोतांमुळे) असते.

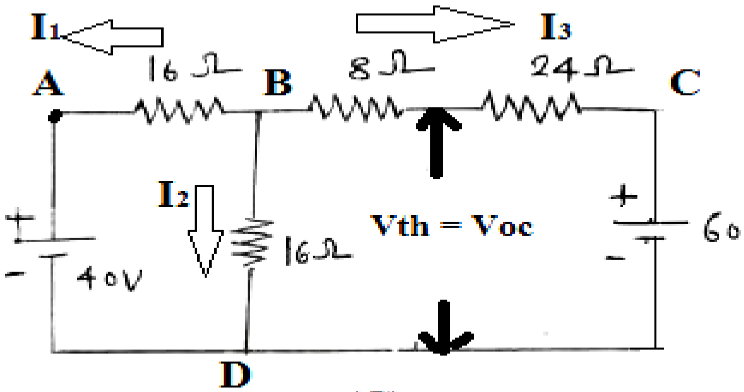



**(b)**

मूलभूत सर्किट विश्लेषण (Fundamental Circuit Analysis) साधने वापरून थेविनिनचे समतुल्य व्होल्टेज Vth निर्धारित केले जाऊ शकते.

वरील सर्किटचा (आकृती (b) चा) संदर्भ देत, नोड D ला संदर्भ नोड मानून, बाकी माहिती असलेले व्होल्टेज -

$V_D$ = 0 V, $V_A$= 40 V, $V_C$ = 60 V असे आहेत




(C)

नोड B वर KCL लागू करणे, (नोड B मध्ये सर्व ब्रांच करंट हे B पासून बाहेर जाणारे आहेत असे गृहीत धरून)

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_B - 40}{16} + \frac{V_B}{16} + \frac{V_B - 60}{8+24} = 0$$

$$V_B\left[\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}\right] - \frac{40}{16} - \frac{60}{32} = 0$$

$$V_B[0.15625] - 4.375 = 0$$

$$V_B = 28V$$

$V_B$ = 28 V आणि $V_C$ = 60 V यांची तुलना केल्यास हे स्पष्ट होते की करंट हा नोड C पासून B कडे वाहणार आहे.

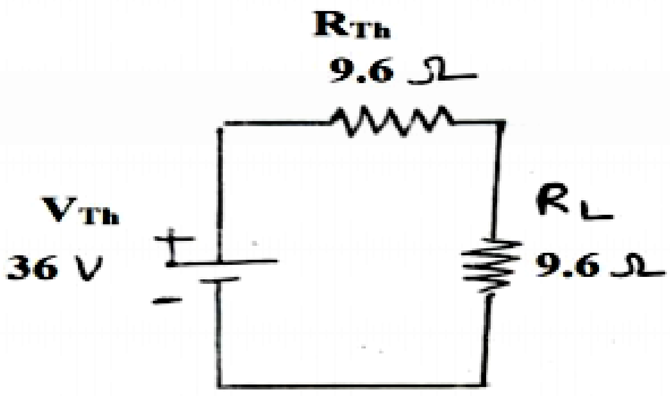
$$\therefore I_{CB} = \frac{V_C - V_B}{(8+24)} = \frac{60-28}{32} = 1A$$

$$\therefore V_{Th} = V_{OC} = (V_C - \text{Voltage drop in } 24\Omega)$$

$$= 60 - I_{CB}(24) = 60 - 24 = 36V$$

$$\therefore \mathbf{V_{Th} = 36V}$$

म्हणून थेविनिन समतुल्य सर्किट खालीलप्रमाणे मिळेल.




(d)

**c) थेविनिन समतुल्य सर्किट:**

$V_{th}$ = 36 V आणि $R_{th}$ = 9.6 Ω

समतुल्य सर्किटचा संदर्भ देताना, सर्किट करंट म्हणजे,

I = 36 / (9.6+9.6) = 1.875 A

**d) लोडला दिलेली मॅक्झिमम पॉवर -**

$$P_{max} = I^2 . R_L = (1.875)^2 . (9.6) = 33.75 \text{ watts}$$

**5.5 रेसिप्रोसिटी प्रमेय (Reciprocity Theorem) :**

रेसिप्रोसिटी प्रमेय असे सांगते की कोणत्याही लिनियर आणि द्विपक्षीय (Bilateral), फक्त एक स्वतंत्र स्त्रोत असलेल्या नेटवर्क किंवा सर्किटसाठी, ऊर्जा स्त्रोताच्या स्थानाची इनपुट टर्मिनल्सपासून आउटपुट टर्मिनल्समध्ये अदलाबदल होत असली तरीही व्होल्टेज आणि विद्युत प्रवाहाचे गुणोत्तर स्थिर असते.

रेसिप्रोसिटी प्रमेय हे फक्त एकच स्रोत असलेल्या नेटवर्कसाठी लागू आहे.

**5.5.1 रेसिप्रोसिटी प्रमेय सोडवण्यासाठी स्टेप्स:**

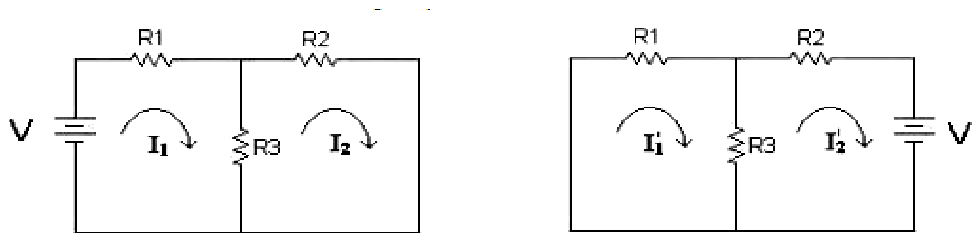
स्टेप 1: जेथे रेसिप्रोसिटी स्थापित करणे आवश्यक आहे, अशा ब्रान्चेस (Branches) निवडा.

स्टेप 2: उर्जा स्त्रोताची मूळ स्थिती लक्षात घेत योग्य अशा नेटवर्क विश्लेषण पद्धतीचा (Network Analysis Method) वापर करून त्या ब्रांचमधील विद्युत करंट ($I_1$) मोजा.

स्टेप 3: आता असलेला व्होल्टेज स्त्रोत किंवा करंट स्त्रोत निवडलेल्या पहिल्या ब्रांचमधून दुसऱ्या ब्रांचमध्ये ट्रान्सफर करा.

स्टेप 4: वरीलप्रमाणेच योग्य त्या नेटवर्क विश्लेषण पद्धतीचा वापर करून विशिष्ट ब्रांचमधील विद्युत करंट ($I_2$) मोजा.

स्टेप 5: $V_1/I_1 = V_2/I_2$ असे मिळाले असेल तर रेसिप्रोसिटी प्रमेय सिद्ध झालेले आहे.




**आकृती 5.4 : रेसिप्रोसिटी सर्किट**

### 5.5.2 रेसिप्रोसिटी प्रमेयाचा वापर:

- पॉजिटिव घटकांनी बनलेले, वेळेनुसार न बदलणारे, द्विपक्षीय लिनियर नेटवर्कला लागू,
- डिझाइन आणि मोजमाप समस्यांमध्ये उत्तम सुविधा देते.
- हे ए.सी. किंवा डी.सी. इलेक्ट्रिकल नेटवर्कचे विश्लेषण करण्यासाठी वापरले जाते.
- इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक्समध्ये, हे प्रमेय ट्रान्समिटिंग आणि रिसीव्हिंग मोडमध्ये अँटेनाचे समान कार्य तपासण्यासाठी वापरले जाते.

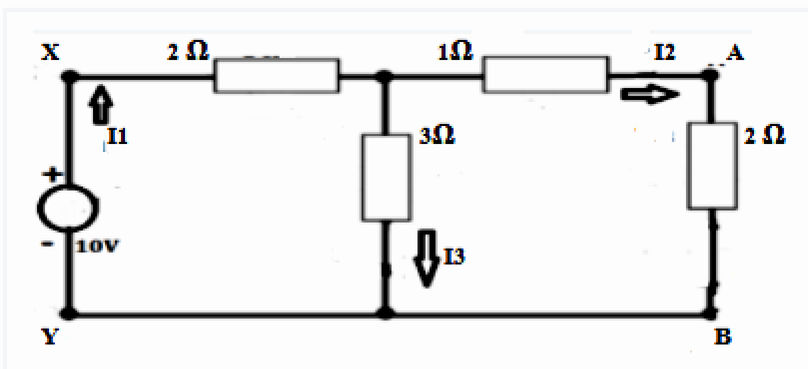
### 5.5.3 रेसिप्रोसिटी प्रमेयाची मर्यादा:

- जरी सर्किट लिनियर असले तरीही डीपेंडिंग स्त्रोताचा (Depending Sources) समावेश असलेल्या कोणत्याही नेटवर्कला हे प्रमेय लागू होत नाही
- वेळेनुसार बदलणारे घटक असलेल्या कोणत्याही नेटवर्कवर हे प्रमेय लागू होत नाही.
- डायोड्स (Diodes), ट्रान्झिस्टर (Transistor) इत्यादी नॉन-लिनियर (Non-linear) घटक असलेल्या नेटवर्कवर हे प्रमेय लागू नाही.

### 5.5.4 रेसिप्रोसिटी प्रमेयचे फायदे:

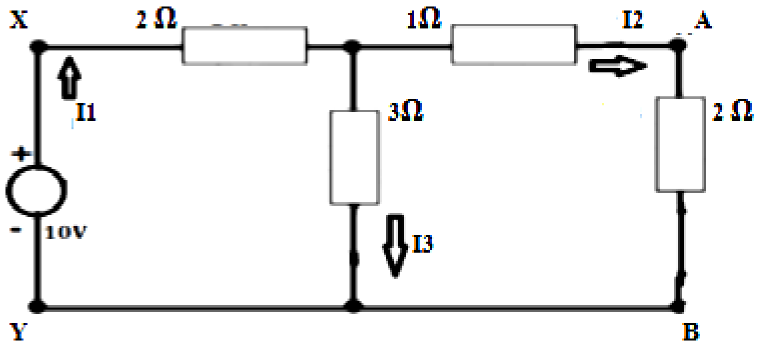
- नेटवर्कचा द्विपक्षीय गुणधर्म (bilateral property) सिद्ध करण्यासाठी योग्य.
- ए. सी. आणि डी. सी. इलेक्ट्रिकल नेटवर्क्सचे निराकरण करण्यात मदत करते.
- हे व्होल्टेज आणि करंट स्त्रोतच्या पोझिशन्सचे अदलाबदल करण्यास अनुमती देते.

**उदा. 5.5.1) खालील सर्किटसाठी रेसिप्रोसिटी प्रमेय सत्यापित करा.**



**उत्तर:-** रेसिप्रोसिटी प्रमेय असे सांगते की कोणत्याही फक्त एक स्वतंत्र स्त्रोत असलेल्या नेटवर्क किंवा सर्किटसाठी, ऊर्जा स्त्रोताच्या स्थानाची इनपुट टर्मिनल्सपासून आउटपुट टर्मिनल्समध्ये अदलाबदल होत असली तरीही व्होल्टेज आणि विद्युत प्रवाहाचे गुणोत्तर स्थिर असते.

**a)** मूळ स्थानावर उर्जा स्त्रोत म्हणजे X आणि Y.



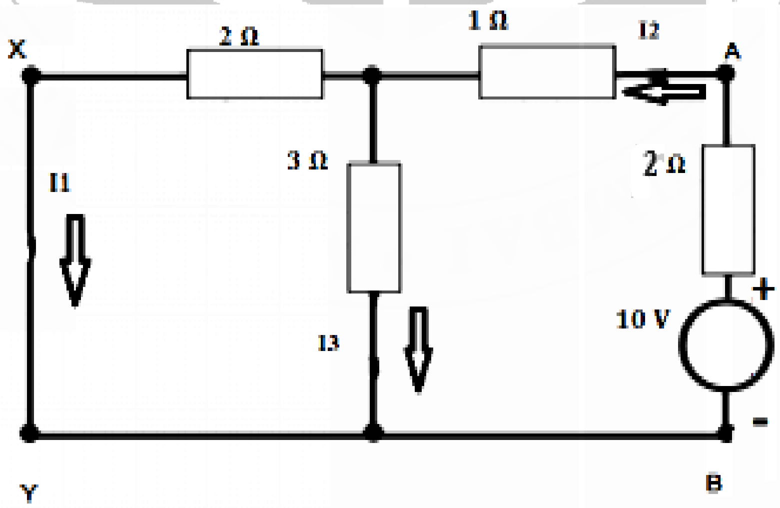

(a)

म्हणून X-Y वर संबंधित रेझिस्टर द्वारे दिला जातो -

$$R_{eq} = [(2+1)||3] + 2$$
$$R_{eq} = 3.5\Omega$$
$$\therefore I_1 = \frac{10}{3.5} = 2.86A$$
$$I_2 = 2.86 \times \frac{3}{3+3} = 1.43A$$
$$I_3 = (2.86 - 1.43) = 1.43A$$

-------(1)

b) आता उर्जा स्त्रोत नवीन ठिकाणी म्हणजे a आणि b च्या मध्ये ट्रान्सफर करा.




(b)

म्हणून a-b वर संबंधित रेझिस्टर, द्वारे दिला जातो -

$$R_{eq} = (2||3) + 1 + 2$$

$$R_{eq} = \frac{6}{5} + 3 = 4.2\Omega$$

$$\therefore I_2 = \frac{10V}{4.2V} = 2.381$$

$$I_1 = 2.381 \times \frac{3}{3+2}$$

$$I_3 = 1.43A \qquad \text{-----(2)}$$

समीकरण (1) आणि समीकरण (2) वरून, हे दर्शविते की 3 Ω रेझिस्टरमधून विद्युत् प्रवाह समान आहे म्हणून, ऊर्जा स्त्रोताची जागा बदलली तरीही, विद्युत् प्रवाह सारखाच राहतो त्यामुळे रेसिप्रोसिटी प्रमेय सत्यापित होते.

**5.6 AC नेटवर्कची ओळख: -**

आतापर्यंत आपण वेगवेगळ्या नेटवर्क प्रमेयांचा अभ्यास केला आहे. परंतु सर्व नेटवर्क डीसी (d. c.) सप्लायवर आधारित होते. म्हणून केवळ रेझिस्टन्सचाच लोड मानला गेला. परंतु जेव्हा आपण नेटवर्कला A.C सप्लाय देतो, तेव्हा इतर पॅरामीटर्स जसे की इंडक्टर आणि कॅपेसिटर देखील विचारात घेतले जातात.

रेझिस्टन्स, कॅपेसिटीव्ह रिॲक्टन्स आणि इंडक्टीव्ह रिॲक्टन्स हे कॉम्प्लेक्स नंबर्सद्वारे दर्शविले जातात. AC (अल्टरनेटिंग करंट) सर्किट्समधील प्रवाह आणि व्होल्टेजचे, विश्लेषण व गणना करण्यासाठी कॉम्प्लेक्स नंबरचा वापर केला जातो. एसी सर्किट्स सोडवण्यासाठी कॉम्प्लेक्स इंपिडन्सचा वापर ओहमच्या नियमाप्रमाणे करता येतो.

एसी सर्किट्ससाठी कॉम्प्लेक्स नंबर्सचा वापर करण्याची दोन मुख्य कारणे आहेत:

1) AC सिग्नल (आणि इतर अनेक साइन वेव्ह बाबी) या मॅग्नीट्यूड (magnitude) आणि अँगल (दिशा) (angle) यांनी दर्शविले जातात.

2) कॉम्प्लेक्स संख्यांची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकार यासारख्या मूलभूत क्रिया पार पाडणे सोपे आहे.

**टीप: -** एसी सर्किट्समध्ये (i) हे चिन्ह एसी सर्किट्समधील करंटसाठी वापरले जाते, म्हणून येथे आपण (j) हे काल्पनिक (imaginary) एकक म्हणून परिभाषित केले आहे. .

$j^2 = -1$ किंवा

$j = \sqrt{-1}$

**5.6.1 रेक्टँग्युलर स्वरूप (Rectangular Form) आणि पोलर स्वरूप (Polar Form)**:- ए.सी. सर्किटमध्ये, सर्व पॅरामिटर्स हे रेक्टँग्युलर आणि पोलर अशा दोन स्वरूपात व्यक्त केले जातात -

रेक्टँग्युलर स्वरूपात एक कॉम्प्लेक्स नंबर्स असे लिहितात: ( $Z = a + j\,b$)

तेच पोलर स्वरूपात खालीलप्रमाणे लिहिले जाऊ शकते : $z = r < \theta$

**a) रेक्टँग्युलर स्वरूप (Rectangular Form):-** ($Z = a + j\,b$)

हे बेरीज आणि वजाबाकीसाठी उपयुक्त आहे. यात रीयल भाग (real parts) हे स्वतंत्रपणे जोडले जातात (addition) किंवा वजा केले जातात (subtraction) तसेच काल्पनिक भाग (imaginary parts) हे स्वतंत्रपणे जोडले जातात किंवा वजा केले जातात.

**उदा.** जर $Z1 = a1 + jb1$ आणि $Z2 = a2 + jb2$

नंतर $Zeq = Z1 + Z2$

$= (a1 + jb1)\ (a2 + jb2)$

$= (a1 + a2) + j(b1 + b2)$

म्हणून $Zeq = (a1 + a2) + j(b1 + b2)$

**पोलर स्वरूप (Polar Form):-**

ते खालीलप्रमाणे लिहिले जाऊ शकते $z = r < \theta$

हे गुणाकार आणि भागाकारासाठी उपयुक्त आहे.

**गुणाकार:** यात मॅग्नीट्यूड भागांचा गुणाकार केला जातो आणि अँगलची बेरीज केली जाते.

उदा. जर $Z1 = r1 < \theta 1$ आणि

$Z2 = r2 < \theta 2$

नंतर, $Z1 * Z2 = (r1\ .\ r2) < (\theta 1 + \theta 2)$

**भागाकार:-** यात मॅग्नीट्यूड भागांचा भागाकार केला जातो आणि अँगलची वजाबाकी केली जाते.

उदा. जर $Z1 = r1 < \theta 1$ आणि

$Z2 = r2 < \theta 2$

नंतर, $Z1 / Z2 = (r1 / r2) < (\theta 1 - \theta 2)$

रेक्टँग्युलर स्वरूपातून पोलर स्वरूपात रूपांतरण:

एक कॉम्प्लेक्स नंबर रेक्टँग्युलर स्वरूपात असा आहे : ( $Z = a + jb$)

ते खालीलप्रमाणे पोलर स्वरूपात रूपांतरित केले जाऊ शकते : $Z = r\angle\theta$

येथे $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

आणि $\tan\theta = b / a$ म्हणून $\theta = \tan^{-1} (b / a)$

**A) पोलर स्वरूपातून रेक्टँग्युलर स्वरूपात रूपांतरण :**

एक कॉम्प्लेक्स नंबर पोलर स्वरूपात आहे : ( $Z = r\angle\theta$)

ते खालीलप्रमाणे रेक्टँग्युलर स्वरूपात रूपांतरित केले जाऊ शकते : ($Z = a + jb$ )

येथे $a = Z. \cos\theta$

आणि $b = Z . \sin\theta$

अशा प्रकारे कॉम्प्लेक्स नंबर्सचा वापर करून आपण विभिन्न AC नेटवर्क सोडवू शकतो.

**स्व-अध्ययन: (Exercise)**

1. थेविनिनचे प्रमेय (Thevenin's Theorem) स्पष्ट करा आणि ते सोडविण्यासाठी आवश्यक स्टेप्सचे वर्णन करा.
2. नॉर्टनचे प्रमेय (Norton's Theorem) स्पष्ट करा आणि ते सोडविण्यासाठी आवश्यक स्टेप्सचे वर्णन करा.
3. सुपरपोझिशनचे प्रमेय (Superposition Theorem) स्पष्ट करा आणि ते सोडविण्यासाठी आवश्यक स्टेप्सचे वर्णन करा.
4. मॅक्झिमम पॉवर ट्रान्सफरचे प्रमेय (Maximum Power Transfer Theorem) स्पष्ट करा आणि ते सोडविण्यासाठी आवश्यक स्टेप्सचे वर्णन करा.
5. रेसिप्रोसिटी प्रमेय (Reciprocity Theorem) स्पष्ट करा आणि ते सोडविण्यासाठी आवश्यक स्टेप्सचे वर्णन करा.

**संदर्भ ग्रंथ (Bibliography) :**

1) Electrical Technology Vol - I by B. L. Theraja, A. K. Theraja

2) Basic Electrical Engineering by V. N. Mittle and Arvind Mittal

3) Fundamentals of Electrical Network by Gupta, B. R. Singhal, Vandana

4) Circuit and Network by Sudhakar, A. Shyammohan, S. Patil

**माहिती संकेतस्थळ (Information Websites) :**

1. https://www.electrical4U.com
2. https://nptel.ac.in/
3. https://vlabsl.amrita.edu

## HEAD OFFICE


Secretary,
Maharashtra State Board of Technical Education
49, Kherwadi, Bandra (East), Mumbai - 400 051
Maharashtra (INDIA)
Tel: (022)26471255 (5 -lines)
Fax: 022 - 26473980
Email: -secretary@msbte.com

**Web -www.msbte.org.in**


## REGIONAL OFFICES:


### MUMBAI

Deputy Secretary (T),
Mumbai Sub-region,
2nd Floor, Govt. Polytechnic Building,
49, Kherwadi, Bandra (East)
Mumbai - 400 051
Phone: 022-26473253 / 54
Email: rbtemumbai@msbte.com

### PUNE

Deputy Secretary (T),
M.S. Board of Technical Education,
Regional Office,
412-E, Bahirat Patil Chowk,
Shivaji Nagar, Pune
Phone: 020-25656994 / 25660319
Fax: 020-25656994
Email: rbtepn@msbte.com

### NAGPUR

Deputy Secretary (T),
M.S. Board of Technical Education
Regional Office,
Mangalwari Bazar, Sadar, Nagpur - 440 001
Phone: 0712-2564836 / 2562223
Fax: 0712-2560350
Email: rbteng@msbte.com

### AURANGABAD

Deputy Secretary (T),
M.S. Board of Technical Education,
Regional Office,
Osmanpura, Aurangabad -431 001.
Phone: 0240-2334025 / 2331273
Fax: 0240-2349669
Email: rbteau@msbte.com