महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ, मुंबई
(स्वायत्त) (ISO 9001:2015) (ISO/IEC 27001:2013)

अभियांत्रिकी आणि तंत्रज्ञान पदविका

शिक्षण पुस्तिका
(Learning Material)

सर्किट्स आणि नेटवर्क्स

Circuits & Networks

(313325)

अणुविद्युत अभियांत्रिकी गट

मराठी – इंग्रजी (द्विभाषिक) माध्यम
(अभियांत्रिकी व तंत्रज्ञानातील तृतीय सत्र पदविका)

शिक्षण पुस्तिका

(Learning Material)

सर्किट्स आणि नेटवर्क्स

Circuits & Networks

(313325)

अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी गट

मराठी – इंग्रजी (द्विभाषिक) माध्यम

(अभियांत्रिकी व तंत्रज्ञानातील तृतीय सत्र पदविका)

महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ, मुंबई

(स्वायत्त) (ISO 9001:2015) (ISO/IEC 27001:2013)

मार्गदर्शक

अकोले किशोर प्रल्हाद
प्रभारी विभागप्रमुख, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

प्रमुख समन्वयक

विक्रांत भास्करराव जोशी
प्राचार्य

समन्वयक

निलीमा अविनाश पळसपगार
वरिष्ठ अधिव्याख्याता, अणुविद्‌युत आणि दूरसंचार अभियांत्रिकी

लेखक

अश्विनी अभिजित खाडे
अधिव्याख्याता, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

अशोक रामप्रसाद नवले
अधिव्याख्याता, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

स्वप्नील सुधाकर जाधव
अधिव्याख्याता, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

सिद्धेश किशोर देसाई
अधिव्याख्याता, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

सरोज ऋतुराज देसाई
अधिव्याख्याता, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

सौ. सना फिरोज अमीन
विभागप्रमुख, अणुविद्‌युत अभियांत्रिकी

महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळ

(स्वायत्त) (ISO: ९००१:२०१५) (ISO/IES: २७००१-२०१३)

शासकीय तंत्रनिकेतन इमारत, चौथा मजला, ४९, खेरवाडी, बांद्रा (पूर्व), मुंबई - ४०० ०५१.

दूरध्वनी क्र.: ०२२-६२५४२१७० / १६१

Email : director@msbte.com   Web : www.msbte.org.in

प्रास्ताविक

महाराष्ट्र राज्यातील पदविका स्तरावरील तंत्रशिक्षणाशी संबंधित बाबींचे नियमन करण्यासाठी महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ वचनबद्ध असून विद्यार्थ्यांच्या सर्वांगिण विकासाकरिता वेळोवेळी प्रयत्नशील आहे. तंत्रज्ञान, उद्योग, समाज आणि जागतिकीकरण यामध्ये सतत घडून येणा-या बदलांच्या अनुषंगाने तांत्रिक शिक्षणाची भविष्यातील निकड वेधून पदविका स्तरावरील अभ्यासक्रम, परीक्षा पद्धती व शैक्षणिक सामुग्री ह्यांमधे अद्ययावत बदल करण्यात महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ अग्रगण्य आहे. विद्यार्थी हा शिक्षण क्षेत्राच्या केंद्रस्थानी असून त्यांची निकड व समस्या संवेदनशीलपणे हाताळल्यास भारत देशाचे 'ज्ञान महासत्ता' बनण्याचे स्वप्न पूर्णत्वास जाईल ह्याचा मला विश्वास आहे.

शहर आणि ग्रामीण भागातील शैक्षणिक सोयीसुविधांमधील दरी अनेक वेळा दिसून येत असून ग्रामीण भागातील विद्यार्थ्यांचे इंग्रजी भाषेतील ज्ञान व संवाद कौशल्याबाबतही ही वस्तुस्थिती प्रकर्षाने जाणवते. केवळ इंग्रजी भाषेतील संवाद कौशल्याअभावी ग्रामीण भागातील विद्यार्थी तंत्रशिक्षणापासून वंचित राहू नये, ह्या दृष्टिकोनातून महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळाने शैक्षणिक वर्ष २०२१-२२ पासून प्रथम वर्ष पदविका अभ्यासक्रमाकरिता तांत्रिक शिक्षण मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यमात इच्छुक विद्यार्थ्यांना उपलब्ध करून दिले आहे. मात्र असे करताना कोणत्याही परिस्थितीत गुणवत्तेशी तडजोड केली जाऊ नये ह्या दृष्टीने प्रमुख विषयांसाठीच्या शैक्षणिक सामुग्रीची निर्मिती करण्यात आली आहे.

राष्ट्रीय शिक्षण धोरण २०२० मध्ये प्रादेशिक भाषांमध्ये सर्वांना शिक्षणाची कल्पना मांडण्यात आली आहे. त्यास अनुसरून मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यमाचा पर्याय द्वितीय व तृतीय वर्षाकरिताही उपलब्ध करून देण्यात आला आहे. तसेच त्याकरिता शैक्षणिक सामुग्रीही विद्यार्थी व अध्यापकांना उपलब्ध करून देण्यात येत आहे.

महाराष्ट्र राज्यातील अनुभवी अध्यापकांकरवी ही शैक्षणिक सामुग्री तयार करण्यात आली असून व्यावहारिक मराठी भाषा, इंग्रजी भाषेतील तांत्रिक शब्दावलीचा उपयोग आणि संदर्भ पुस्तके लक्षात घेऊन या सामुग्रीची निर्मिती करण्यात आलेली आहे. सदर सामुग्रीची पुनर्तपासणी सुकाणू समितीमार्फत करण्यात आलेली असल्याने ही शैक्षणिक सामुग्री अधिक समृद्ध झालेली आहे. त्यामुळे विद्यार्थ्यांना तांत्रिक शिक्षण समजून घेणे अधिक सुकर होईल. तसेच व्यावहारिक मराठी भाषेच्या उपयोगाने विद्यार्थ्यांना विषयाचे सखोल आकलन होईल व इंग्रजी भाषेतील तांत्रिक शब्दावलीच्या वापरामुळे विद्यार्थ्यांचा उद्योग जगतातील वावर सुलभ होईल. त्यामुळे महाराष्ट्र राज्य तांत्रिक क्षेत्रातील वैश्विक मनुष्यबळाच्या निर्मितीत अग्रेसर राहील व त्यायोगे राष्ट्रनिर्मितीकरीता निश्चितच हातभार लागेल असा मला विश्वास आहे.

अभियांत्रिकी पदविका अभ्यासक्रमातील प्रमुख विषयांची मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक शैक्षणिक सामुग्री बनविण्यासाठी अध्यापक व सुकाणू समितीचे सदस्य हे कौतुकास पात्र असून मी त्यांचे अभिनंदन करतो.

(प्रमोद नाईक)
संचालक
म. रा. तंत्र शिक्षण मंडळ, मुंबई.

अनुक्रमणिका

अ. क्र.	युनिटचे नाव	पान क्र.
1	**DC नेटवर्क विश्लेषण** **DC Network Analysis**	1
2	**नेटवर्क प्रमेये** **Network Theorem**	35
3	**टू पोर्ट नेटवर्कचे विश्लेषण** **Analysis of Two Port Network**	77
4	**सिंगल फेज ए.सी. सर्किट** **Single Phase A.C. Circuit**	116
5	**सिरीज आणि समांतर सर्किट्समधील अनुनाद** **Resonance in Series and Parallel circuits**	147

MAHARASHTRA STATE BOARD OF TECHNICAL EDUCATION * MUMBAI

युनिट 1
DC नेटवर्क विश्लेषण
(DC Network Analysis)

विषय निष्पत्ती (Course Outcome):

नोडल आणि मेष विश्लेषण वापरून दिलेल्या सर्किटचा विद्युत् प्रवाह आणि विद्युतदाबाची गणना करणे.
Calculate current and voltage of the given circuit by using nodal and mesh analysis

युनिट निष्पत्ती (Unit Outcome):

1.1 सर्किट आणि नेटवर्कशी संबंधित विविध संज्ञा परिभाषित करणे.
Define various terms related to circuit and network.

1.2 दिलेल्या रेझिस्टिव्ह सर्किटमध्ये विद्युतदाब आणि विद्युत प्रवाह मोजण्यासाठी KCL आणि KVL वापरणे.
Use KCL and KVL to calculate voltage and current in the given resistive circuit.

1.3 दिलेल्या नेटवर्कचे विद्युतदाब आणि विद्युत प्रवाह शोधण्यासाठी नोडल विश्लेषण लागू करणे.
Apply nodal analysis to find voltage and current of the given network.

1.4 दिलेल्या नेटवर्कचे विद्युतदाब आणि विद्युत प्रवाह शोधण्यासाठी मेष चे (Mesh Analysis) विश्लेषण लागू करणे.
Apply mesh analysis to find voltage and current of the given network

1.5 दिलेले स्टार कनेक्शन डेल्टा कनेक्शनमध्ये रूपांतरित करा आणि त्याउलट डेल्टा कनेक्शन स्टार कनेक्शनमध्ये रूपांतरित करा करणे.
Convert the given star connection to a delta connection and vice versa.

परिचय:

डीसी (DC) सर्किट सिद्धांत इलेक्ट्रिक सर्किट नेटवर्कमध्ये इलेक्ट्रिकल घटकांची रचना कशी केली जाते याचे विश्लेषण करते. विद्युतप्रवाह (Current), अँपिअर (A) मध्ये परिमाणित, संभाव्य फरकाने बंद सर्किटमध्ये चालविलेल्या चार्जच्या हालचालीचे प्रतिनिधित्व करते, ज्याला विद्युत दाब म्हणतात आणि व्होल्ट (V) मध्ये मोजले जाते. डीसी (DC) सर्किट विश्लेषणामध्ये सर्किट किंवा त्याच्या घटकांमधील विद्युत दाब (Voltage), विद्युत् प्रवाह (Current) आणि प्रतिकाराची (Resistance)अज्ञात मूल्ये निर्धारित करणे समाविष्ट आहे.

1.1 सर्किट आणि नेटवर्कशी संबंधित विविध संज्ञा.

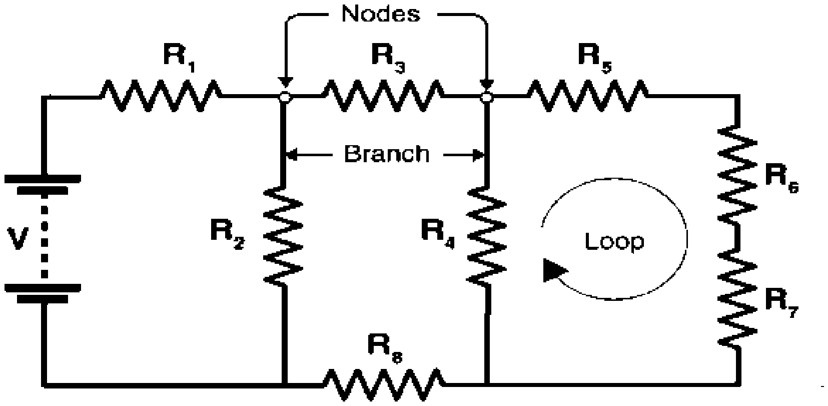
(Define various terms related to circuit and network.)

1. सर्किट (Circuit): सर्किट हा एक बंद प्रवाहक मार्ग आहे ज्याद्वारे विद्युत प्रवाह (Current) वाहतो किंवा बंद ऊर्जायुक्त नेटवर्कला सर्किट असे म्हणतात.

2. इलेक्ट्रिक नेटवर्क (Electric network): कोणत्याही प्रकारे जोडलेले विविध विद्युत घटक (जसे की रेझिस्टर (R), इंडक्टर (L), कॅपेसिटर (C) किंवा विद्युत उर्जा स्त्रोत (Energy Source)) यांचा संग्रह विद्युत नेटवर्क म्हणून ओळखला जातो.

3. नोड (Node): सर्किटमधील एक जंक्शन आहे जेथे टू किंवा अधिक सर्किट घटक एकत्र जोडलेले आहेत.
4. शाखा (Branch): शाखा म्हणजे नेटवर्कचा एक भाग जो टू किंवा अधिक नोड्स जोडतो.
5. लूप (Loop): लूप म्हणजे एक बंद मार्ग (Closed path), जो नोडपासून सुरू होतो आणि कनेक्ट केलेल्या सर्किट घटकांद्वारे त्याच नोडवर परत येतो.
6. मेष (Mesh): मेष हा सर्किटमधील एक बंद मार्ग आहे ज्यामध्ये इतर कोणतेही मार्ग नसतात. किंवा हे एक लूप (Loop) आहे ज्यामध्ये इतर कोणतेही लूप नसतात.

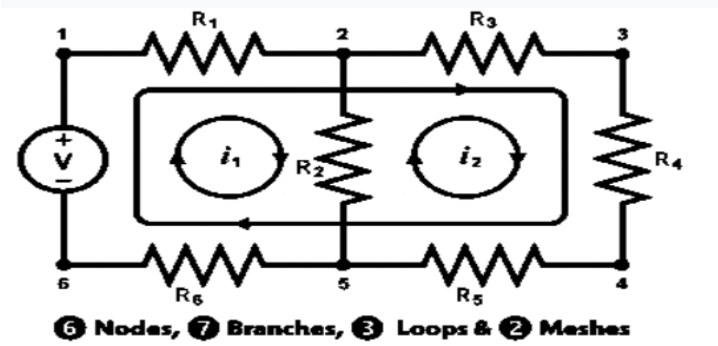
उदाहरण 1. सर्किटमधील नोड, लूप, ब्रॅंच आणि मेषची संख्या कशी ठरवायची ते खाली दिले आहे.



आकृती क्र. 1.1 इलेक्ट्रिक सर्किट उदाहरण 1

आकृती क्र. 1.1 च्या सर्किटमध्ये चार शाखा, टू नोड, सहा लूप आणि तीन मेष (Mesh) आहेत.

उदाहरण 2. सर्किटमधील नोड, लूप, ब्रॅंच आणि मेषची संख्या कशी ठरवायची ते खाली दिले आहे.



आकृती क्र. 1.2 इलेक्ट्रिक सर्किट उदाहरण 2

आकृती क्र. 1.2 च्या सर्किटमध्ये सात शाखा, सहा नोड, तीन लूप आणि टू मेष (Mesh) आहेत.
आता आपण विविध नेटवर्क प्रमेयांवर चर्चा करू जे नेटवर्कच्या गुंतागुंतीच्या समस्या सोडवण्यासाठी खूप उपयुक्त आहेत. योगायोगाने, नेटवर्क पूर्णपणे मानक चिन्हांचे असल्याचे म्हटले जाते. जेव्हा सर्व विद्युत दाब आणि त्याच्या विविध घटकांमधील सर्व प्रवाह निर्धारित केले जातात तेव्हा डीसी (DC) नेटवर्क प्रमेयांचे निराकरण किंवा विश्लेषण केले जाते.

1.2 किर्चोफचा कायदा (Kirchhoff's Laws):

हे कायदे विद्युत नेटवर्कशी संबंधित समस्या सोडवण्यासाठी वापरले जातात. किर्चोफचे नियम
(a) सर्किटमधील अज्ञात विद्युत दाबची (Unknown Voltage) गणना करण्यासाठी

(b) सर्किटमधील अज्ञात प्रवाहांची (Unknown Current) गणना करण्यासाठी
(c) सर्किट विश्लेषणाची वैधता सत्यापित करण्यासाठी वापरले जातात.

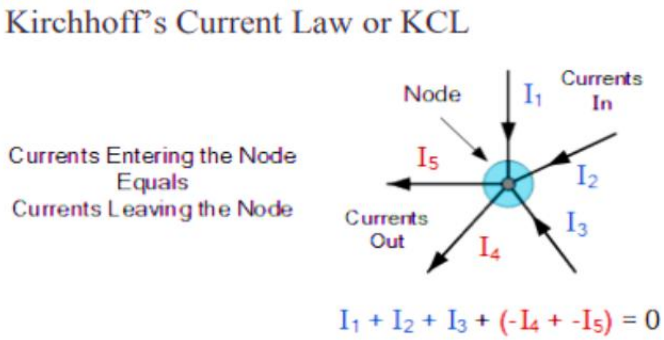
किर्चॉफचे टू कायदे आहेत:

1.2.1 किर्चॉफचा पहिला कायदा किंवा किर्चॉफचा विद्युत प्रवाह कायदा (Kirchhoff's Current Law (KCL))

सर्व इनकमिंग किंवा आउटगोइंग प्रवाहांची बीजगणितीय (Algebric sum) बेरीज इलेक्ट्रिक सर्किटमधील नोडवर शून्य (0) आहे.

किंवा

जंक्शन सोडून जाणारा एकूण विद्युतप्रवाह त्या जंक्शनमध्ये प्रवेश करणाऱ्या एकूण विद्युत् प्रवाहाच्या बरोबरीचा असतो.

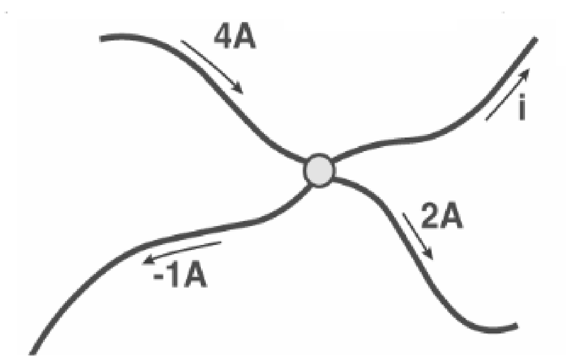


आकृती क्र. 1.3 किर्चॉफचा विद्युत प्रवाह कायदा

I_1, I_2, I_3, I_4 आणि I5 प्रवाह वाहून नेणारे पाच कंडक्टर विचारात घ्या. हे कंडक्टर आकृती क्र. 1.3 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे नोडवर एकत्र भेटतात. नोडच्या आत येणारे विद्युतप्रवाह पॉसिटीव्ह (+) आणि नोडच्या बाहेर जाणारे विद्युतप्रवाह नेगेटीव्ह (-) गृहीत धरून आपण लिहू शकतो कि $I_1 + I_2 + I_3 – I_4 – I_5 = 0$ येथे, नोडमध्ये आत येणारे विद्युतप्रवाह I_1, I_2, I_3 आहे आणि नोडच्या बाहेर जाणारे विद्युतप्रवाह I_4, I_5 आहे. वरील कायद्याला कोणत्याही जंक्शनमध्ये वाहणाऱ्या विद्युतप्रवाहांची बेरीज हि त्या जंक्शनमधून बाहेर पडणाऱ्या विद्युतप्रवाहांच्या बेरजेइतके असते असे म्हटले जाऊ शकते.

1.1.2 किर्चॉफ कायदा वापरून सोडवलेले उदाहरण (Kirchhoff's Law Solved Example)

उदाहरण 1. के.सी. एल (KCL) वापरून सर्किटमधील अज्ञात विद्युत प्रवाह i चे मूल्य निश्चित करा.



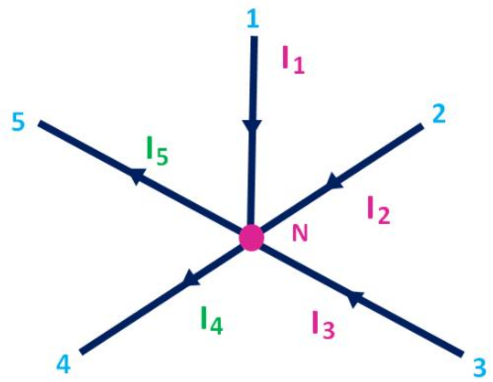
आकृती क्र. 1.4 किर्चॉफचा विद्युत प्रवाह कायदा उदाहरण 1

नोडमध्ये प्रवेश करणारा विद्युत् प्रवाह पॉसिटीव्ह (+) आणि नोडच्या बाहेर जाणारे विद्युतप्रवाह नेगेटीव्ह (-) आहे असे गृहीत धरून, समीकरणाद्वारे प्रवाहांची बेरीज दिली जाते,

$$4 -(-1) -2 -i=0$$
$$i = 4 -(-1) -2$$
$$i = 4 + 1 -2$$
$$i = 5 - 2$$
$$i = 3$$

म्हणून, i = 3A.

उदाहरण 2. के.सी.एल (KCL) वापरून सर्किटमधील अज्ञात विद्युत प्रवाह I_1 चे मूल्य निश्चित करा.दिले आहे की $I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = 2A$ आहे.



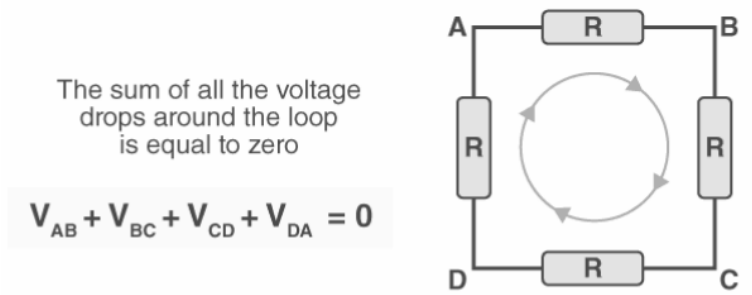
आकृती क्र. 1.5 किर्चोफचा विदयुत प्रवाह कायदा उदाहरण 2

नोडमध्ये प्रवेश करणारा विद्युत् प्रवाह पॉसिटीव्ह (+) आणि नोडच्या बाहेर जाणारे विद्युतप्रवाह नेगेटीव्ह (-) आहे असे गृहीत धरून, समीकरणाद्वारे प्रवाहांची बेरीज दिली जाते,

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$
$$I_1 + 2 + 2 - 2 - 2 = 0$$
$$I_1 = 0$$

म्हणून, I_1 = 0A.

1.1.3 किर्चोफचा दुसरा कायदा किंवा किर्चोफचा विद्युतदाब कायदा (Kirchhoff's voltage Law (KVL))



आकृती क्र. 1.6 किर्चोफचा विद्युतदाब कायदा

किर्चोफच्या विद्युत दाब (KVL) कायद्यानुसार, इलेक्ट्रिक सर्किटमध्ये कोणतीही ऊर्जा (Energy) तयार होत नाही किंवा गमावली जात नाही किंवा, बंद सर्किटमधील सर्व स्रोतांमधील सर्व विद्युत दाबची बेरीज लोड

विद्युत दाबच्या (load volatge) बेरजेइतकी असणे आवश्यक आहे, जेणेकरून संपूर्ण सर्किटमध्ये निव्वळ विद्युत दाब शून्य असेल.

किंवा

लूपमधील सर्व विद्युतदाबची बीजगणितीय बेरीज (Algebric sum) शून्य असणे आवश्यक आहे.
चिन्हाचा निर्धार

(a) Fall in potential (b) Rise in potential

आकृती क्र. 1.7 विद्युत दाब पोटेंशिअलमध्ये होणारी वाढ आणि घट

विद्युत दाब पोटेंशिअलमध्ये होणारी वाढ ही पॉझिटिव्ह (+) मानली जाईल.
विद्युत दाब पोटेंशिअलमध्ये होणारी घट ही नेगेटीव्ह (-) मानली जाईल.

(a) Fall in potential (b) Rise in potential

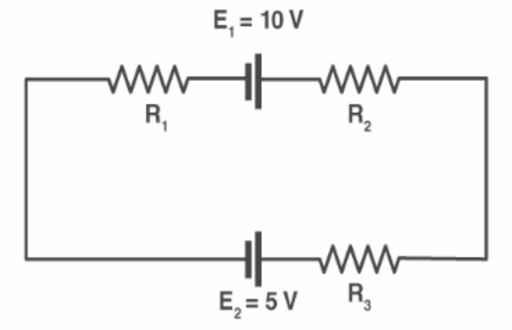
आकृती क्र. 1.8 रेझिस्टर मध्ये विद्युत दाब पोटेंशिअलमध्ये होणारी वाढ आणि घट

जेव्हा विद्युत् प्रवाह (current) रेझिस्टरमधून येतो तेव्हा त्यामध्ये विद्युत दाब ड्रॉप (voltage drop) होते.
जर आपण रेझिस्टरमधून विद्युत् प्रवाहाच्या दिशेने गेलो तर विद्युत दाब क्षमता कमी होते आणि हा विद्युत दाब नेगेटीव्ह (-) मानला जातो.
जर आपण रेझिस्टरमधून विद्युत् प्रवाहाच्या (current) विरुद्ध दिशेने गेलो तर विद्युत दाब क्षमता वाढते आणि हा विद्युत दाब पॉझिटिव्ह (+) मानला जातो.
KVL साठी प्रक्रिया:

1. लूप ओळखा आणि त्यांना नावे द्या.
2. शाखा प्रवाह चिन्हांकित करा आणि त्यांना नावे द्या.
3. साइन कन्व्हेन्शन लागू करा.
4. एक लूप निवडा आणि KVL एकतर घड्याळाच्या दिशेने किंवा घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने लागू करा आणि समीकरण तयार करा.
5. लूपची सर्व समीकरणे सोडवा.

1.1.4 किर्चॉफलॉ सोडवलेले उदाहरण (Kirchhoff's Law Solved Example)

उदाहरण 1. $R1 = 2\Omega$, $R2 = 4\Omega$, $R3 = 6\Omega$ असल्यास, आकृती क्र. 1.9 च्या सर्किटमधून वाहणारा विद्युत प्रवाह निश्चित करा.



आकृती क्र. 1.9 किर्चोफचा विद्युतदाब कायदा उदाहरण 1

आकृती क्र. 1.9 च्या सर्किटमध्ये KCL लागू करून आपल्याला मिळते

$$-IR_1 + E_1 - IR_2 - IR_3 - E_2 = 0$$

समीकरणातील मूल्ये बदलल्यास, आपल्याला मिळते

$$-2I + 10 - 4I - 6I - 5 = 0$$

$$-12I + 5 = 0$$

$$I = \frac{-5}{-12}$$

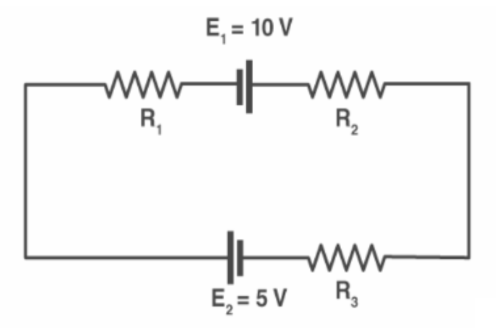
$$I = 0.416\ A$$

सर्किटमध्ये वाहणारा विद्युत प्रवाह (Current) 0.416 A आहे.

जर विद्युत प्रवाह पॉझिटिव्ह (+) आहे तर विद्युत् प्रवाहाची दिशा घड्याळाच्या दिशेने असेल.

जर विद्युत प्रवाह नेगेटीव्ह (-) आहे तर विद्युत् प्रवाहाची दिशा घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने असेल.

उदाहरण 2. R1 = 2Ω, R2 = 4Ω, R3 = 6Ω असल्यास, आकृती क्र. 1.10 च्या सर्किटमधून वाहणारा विद्युत प्रवाह निश्चित करा.



आकृती क्र. 1.10 किर्चोफचा विद्युतदाब कायदा उदाहरण 2

आकृती क्र. 1.10 च्या सर्किटमध्ये KCL लागू करून आपल्याला मिळते

$$-IR_1 + E_1 - IR_2 - IR_3 + E_2 = 0$$

समीकरणातील मूल्ये बदलल्यास, आपल्याला मिळते

$$-2I + 10 - 4I - 6I + 5 = 0$$

$$-12I + 15 = 0$$

$$I = \frac{-15}{-12}$$

$$I = 1.25\ A$$

सर्किटमध्ये वाहणारा विद्युत प्रवाह (Current) 1.25 A आहे.

जर विद्युत प्रवाह पॉझिटिव्ह (+) आहे तर विद्युत् प्रवाहाची दिशा घड्याळाच्या दिशेने असेल.
जर विद्युत प्रवाह नेगेटीव्ह (-) आहे तर विद्युत् प्रवाहाची दिशा घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने असेल.

1.3 दिलेल्या नेटवर्कचे विद्युतदाब आणि विद्युत प्रवाह शोधण्यासाठी नोडल विश्लेषण.

(Apply nodal analysis to find voltage and current of the given network.)

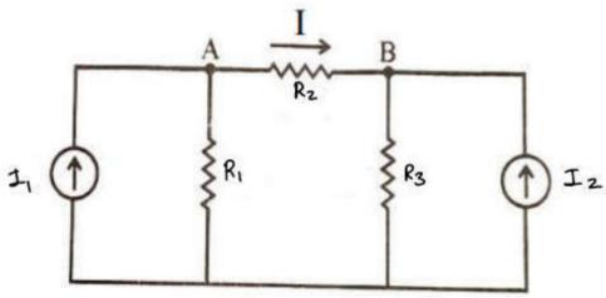
1.3.1 नोडल विश्लेषण (Nodal analysis:)

नोड विश्लेषण किर्चोफच्या विद्युत प्रवाह (KCL) कायद्यावर आधारित आहे. प्रत्येक जंक्शन जिथे टू किंवा अधिक शाखा एकत्र येतात त्याला नोड म्हणून ओळखले जाते. नेटवर्कमध्ये सर्व उपलब्ध नोड्सपैकी एक नोड संदर्भ नोड किंवा डेटाम नोड म्हणून घेतले जाते. कोणत्याही नेटवर्कमध्ये n नोड्स असल्यास त्या नेटवर्कमध्ये एकाचवेळी सोडवायची समीकरणे (n - 1) असतील.

नोड विश्लेषण सोडवण्यासाठी पायऱ्या

1. नेटवर्कमध्ये n नोड्स आहेत असे गृहीत धरून, एक संदर्भ नोड (reference node) नियुक्त करा.
2. प्रत्येक शाखा आणि नोडसाठी विद्युत दाब (voltage) आणि विद्युत प्रवाह (current) चे नावनियुक्त करा.
3. संदर्भ नोड (reference node) वगळता प्रत्येक नोडवर KCL लागू करा.
4. शाखा प्रवाहांवर ओहम नियम (Ohms law) लागू करा.
5. अज्ञात नोड विद्युत दाब शोधण्यासाठी एकसामायिक समीकरणे (simultaneous equations) सोडवा.
6. या विद्युत दाबचा वापर करून, आवश्यक असलेले कोणतेही शाखा प्रवाह शोधा.

नोड विश्लेषणाचे उदाहरण



आकृती क्र. 1.11 नोड विश्लेषणाचे उदाहरण

नोड A वर KCL लागू करून

$$I_1 = I_{R1} + I_{R2}$$

$$\frac{V_A}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2} = I_1$$

$$V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - V_B \left(\frac{1}{R_2}\right) = I_1 \text{ .... (1)}$$

नोड B वर KCL लागू करून

$$I_2 = I_{R2} + I_{R3}$$

$$\frac{V_B - V_A}{R_2} + \frac{V_B}{R_3} = I_2$$

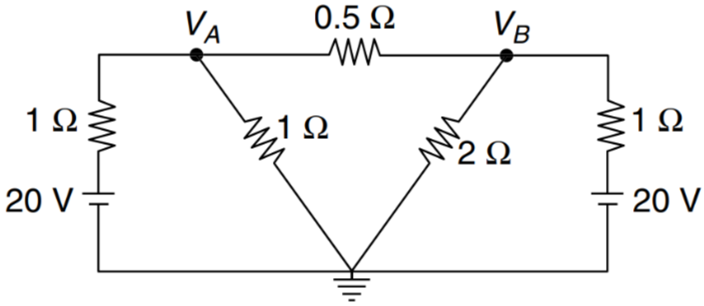
$$V_B\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) - V_A\left(\frac{1}{R_2}\right) = I_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(1) आणि (2) एकसामायिक समीकरणे सोडवून आपण अज्ञात नोड A व B वरील विद्युत दाब (VA) आणि (VB) शोधू शकतो.

मॅट्रिक्स स्वरूपात

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) & -\left(\frac{1}{R_2}\right) \\ -\left(\frac{1}{R_2}\right) & \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VA \\ VB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \end{bmatrix}$$

उदाहरण 1. आकृती क्र. 1.12 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी 2 Ω रेझिस्टरद्वारे जाणारे विद्युत प्रवाह मोजा.



आकृती क्र. 1.12 नोड विश्लेषणाचे उदाहरण 1

नोड A वर KCL लागू करून

$$I_{20V} + I_1 + I_{0.5} = 0$$

$$\frac{V_A - 20}{1} + \frac{V_A}{1} + \frac{V_A - V_B}{0.5} = 0$$

$$\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{0.5}\right) V_A - \left(\frac{1}{0.5}\right) V_B = \frac{20}{1}$$

$$4\,V_A - 2\,V_B = 20 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

नोड B वर KCL लागू करून

$$I_{0.5} + I_2 + I_{20V} = 0$$

$$\frac{V_B - V_A}{0.5} + \frac{V_B}{2} + \frac{V_B - 20}{1} = 0$$

$$-\left(\frac{1}{0.5}\right) V_A + \left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}\right) V_A = \frac{20}{1}$$

$$-2\,V_A + 3.5\,V_B = 20 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

क्रॅमर नियम वापरून

$$4\,V_A - 2\,V_B = 20$$

$$-2\,V_A + 3.5\,V_B = 20$$

मॅट्रिक्स स्वरूपात

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VA \\ VB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix}$$

गुणांक मॅट्रिक्स (Coefficient matrix)

$$D = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3.5 \end{bmatrix} = (4\times3.5)-(-2\times-2)=14-4=10$$

मॅट्रिक्सचे निर्धारक (Determinants of matrices)

$$DV_A = \begin{bmatrix} 20 & -2 \\ 20 & 3.5 \end{bmatrix} =(20\times3.5)-(-2\times20)=70+40 = 110$$

$$DV_B = \begin{bmatrix} 4 & 20 \\ -2 & 20 \end{bmatrix} =(4\times20)-(20\times-2)=80+40 = 120$$

आता, आपण (V_A) आणि (V_B) ची मूल्ये शोधू शकतो

$$V_A = \frac{DVA}{D} = \frac{110}{10} = 11$$

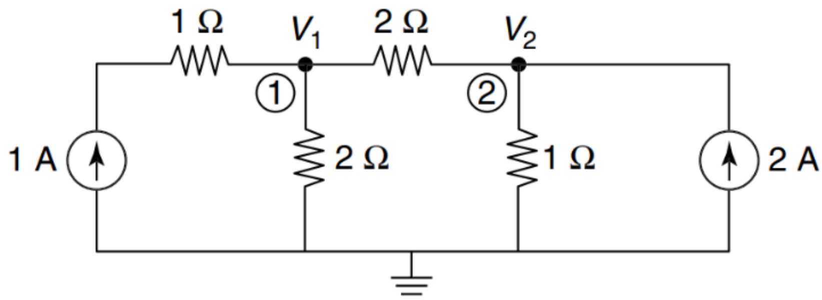
$$V_B = \frac{DVB}{D} = \frac{120}{10} = 12$$

$$V_A = 11\ V$$

$$V_B = 12\ V$$

2Ω रेझिस्टरमधून वाहणारा विद्युत प्रवाह = $\frac{V_B}{2} = \frac{12}{2}$ = 6A

उदाहरण 2. आकृती क्र. 1.13 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी नोड विद्युत दाब V1, V2 मोजा.



आकृती क्र. 1.13 नोड विश्लेषणाचे उदाहरण 2

नोड V_1 वर KCL लागू करून

$$I_2 + I_2 = 1$$

$$\frac{V_1}{2} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) V_1 - \left(\frac{1}{2}\right) V_2 = 1$$

$$1\, V_1 - 0.5\, V_2 = 1 \;................\; (1)$$

नोड V_2 वर KCL लागू करून

$$I_1 + I_2 = 2$$

$$\frac{V_2}{1} + \frac{V_2 - V_1}{2} = 2$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right) V_1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) V_2 = 2$$

$$-0.5\, V_1 + 1.5\, V_2 = 2 \;................\; (2)$$

क्रॅमर नियम वापरून

$$1\, V_1 - 0.5\, V_2 = 1$$

$$-0.5\, V_1 + 1.5\, V_2 = 2$$

मॅट्रिक्स स्वरूपात

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

गुणांक मॅट्रिक्स (Coefficient matrix)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1.5 \end{bmatrix} = (1\times1.5)-(-0.5\times-0.5) = 1.5-0.25 = 1.25$$

मॅट्रिक्सचे निर्धारक (Determinants of matrices)

$$DV_1 = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ 2 & 1.5 \end{bmatrix} = (1\times1.5)-(-0.5\times2) = 1.5+1 = 2.5$$

$$DV_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0.5 & 2 \end{bmatrix} = (1\times2)-(1\times-0.5) = 2+0.5 = 2.5$$

आता, आपण (V_1) आणि (V_2) ची मूल्ये शोधू शकतो

$$V_1 = \frac{DV1}{D} = \frac{2.5}{1.25} = 2$$

$$V_2 = \frac{DV2}{D} = \frac{2.5}{1.25} = 2$$

$$V_1 = 2\ V$$

$$V_2 = 2\ V$$

1.4 दिलेल्या नेटवर्कचे विद्युतदाब आणि विद्युत प्रवाह शोधण्यासाठी मेष विश्लेषण.

(Apply mesh analysis to find voltage and current of the given network)

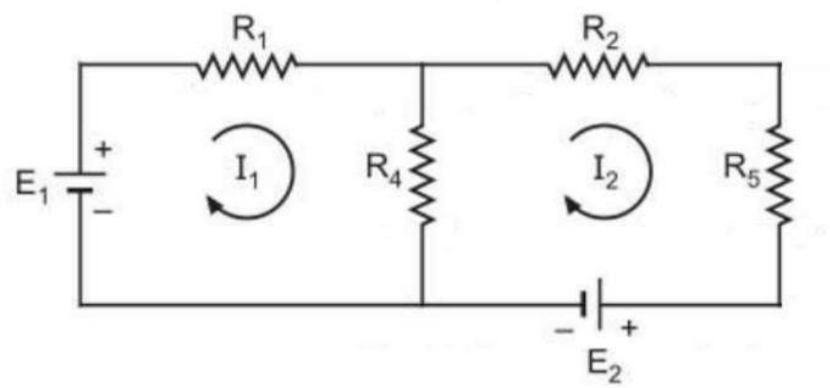
1.4.1 मेष विश्लेषण (Mesh analysis:)

मेषची व्याख्या लूप म्हणून केली जाते, ज्यामध्ये इतर कोणतेही लूप नसतात. जर नेटवर्कमध्ये मोठ्या प्रमाणात विद्युत दाब स्त्रोत (voltage source) असल्यास मेष विश्लेषण वापरणे उपयुक्त ठरते. मेष विश्लेषण किर्चोफच्या विद्युतदाब (KVL) कायद्यावर आधारित आहे.

मेष विश्लेषण सोडवण्यासाठी पायऱ्या

1. मेष ओळखा, त्याला दिशा द्या आणि प्रत्येक मेष मध्ये अज्ञात प्रवाह नियुक्त करा.
2. सर्व शाखांमध्ये विद्युत दाबसाठी ध्रुवीयता (polarity) नियुक्त करा.
3. मेषमध्ये केव्हीएलचा (KVL) नियम वापरा.
4. ओहम चा (Ohms Law) नियम वापरून शाखा विद्युत दाब (branch voltage), अज्ञात मेष प्रवाह (unknown mesh current) आणि रेसिस्टन्स (resistance) मध्ये व्यक्त करा.
5. अज्ञात मेष प्रवाह शोधण्यासाठी एकसामायिक समीकरणे (Simultaneous equations) सोडवा.

मेष विश्लेषणाचे उदाहरण:



आकृती क्र. 1.14 मेष विश्लेषणाचे उदाहरण

लूप 1 वर KVL करून

$$E_1 - I_1R_1 - R_4(I_1-I_2) = 0$$

$$E_1 - I_1R_1 - I_1R_4+I_2R_4 = 0$$

$$E_1 - I_1R_1 - I_1R_4+I_2R_4 = 0$$

$$(I_1R_1 + I_1R_4) - R_4I_2 = E_1$$

$$(R_1 + R_4)I_1 - R_4I_2 = E_1 \quad .... (1)$$

लूप 2 वर KVL करून

$$-E_2 - I_2R_2 - I_2R_5 - R_4(I_2-I_1) = 0$$

$$-E_2 - I_2R_2 - I_2R_5 - I_2R_4 + I_1R_4 = 0$$

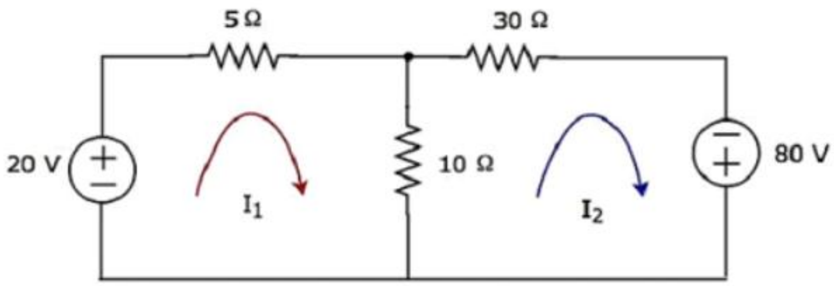
$$+I_2R_2 + I_2R_5 + I_2R_4 - I_1R_4 = -E2$$

$$-R_4I_1 + (R_2 + R_4+R_5)I_2 = -E_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(1) आणि (2) एकसामायिक समीकरणे सोडवून आपण अज्ञात मेष प्रवाह (I1) आणि (I2) शोधू शकतो. मॅट्रिक्स स्वरूपात

$$\begin{bmatrix} (R1 + R4) & -R4 \\ -R4 & (R2 + R4 + R5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E1 \\ -E2 \end{bmatrix}$$

उदाहरण 1. आकृती क्र. 1.15 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी मेष प्रवाह (I_1) आणि (I_2) मोजा.



आकृती क्र. 1.15 मेष विश्लेषणाचे उदाहरण 1

लूप 1 वर KVL लागू करून

$$20 - 5I_1 - 10(I_1-I_2) = 0$$

$$20 - 5I_1 - 10I_1 + 10I_2 = 0$$

$$20 - 15I1 + 10I2 = 0$$

$$15I_1 - 10I_2 = 20 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

लूप 2 वर KVL लागू करून

$$80 - 30I_2 - 10(I_2-I_1) = 0$$

$$80 - 30I_2 - 10I_2 + 10I_1 = 0$$

$$80 - 40I_2 + 10I_1 = 0$$

$$-10I_1 + 40I_2 = 80 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

क्रॅमर नियम वापरून

$$15I_1 - 10I_2 = 20$$

$$-10I_1 + 40I_2 = 80$$

मॅट्रिक्स स्वरूपात

$$\begin{bmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 80 \end{bmatrix}$$

गुणांक मॅट्रिक्स (Coefficient matrix)

$$D = \begin{bmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 40 \end{bmatrix} = (15\times40)-(-10\times-10)=600-100=500$$

मॅट्रिक्सचे निर्धारक (Determinants of coefficient matrices)

$$DI_1 = \begin{bmatrix} 20 & -10 \\ 80 & 40 \end{bmatrix} = (20\times40)-(-10\times80)=800+800=1600$$

$$DI_2 = \begin{bmatrix} 15 & 20 \\ -10 & 80 \end{bmatrix} = (15\times80)-(20\times-10)=1200+200=1400$$

आता, आपण (I_1) आणि (I_2) ची मूल्ये शोधू शकतो

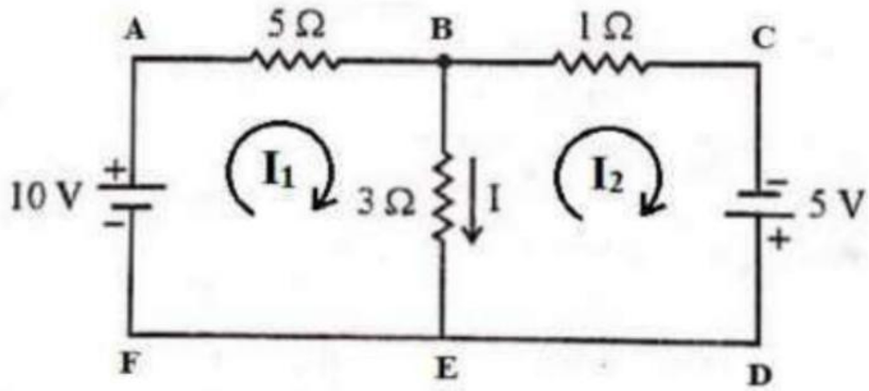
$$I_1 = \frac{DI1}{D} = \frac{1600}{500} = 2$$

$$I_2 = \frac{DI2}{D} = \frac{1400}{500} = 2$$

$$I_1 = 3.2\ A$$

$$I_2 = 2.8\ A$$

उदाहरण 2. आकृती क्र. 1.16 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी प्रवाह I मोजा.



आकृती क्र. 1.16 मेष विश्लेषणाचे उदाहरण 2

लूप ABEF वर KVL लागू करून

$$10 - 5I_1 - 3(I_1-I_2) = 0$$

$$10 - 5I_1 - 3I_1 + 3I_2 = 0$$

$$10 - 8I_1 + 3I_2 = 0$$

$$8I_1 - 3I_2 = 10 \ .... \ (1)$$

लूप BCDE वर KVL लागू करून

$$5 - 1I_2 - 3(I_2 - I_1) = 0$$

$$5 - 1I_2 - 3I_2 + 3I_1 = 0$$

$$5 - 4I_2 + 3I_1 = 0$$

$$-3I_1 + 4I_2 = 5 \ .... \ (2)$$

क्रॅमर नियम वापरून

$$8I_1 - 3I_2 = 10$$
$$-3I_1 + 4I_2 = 5$$

मॅट्रिक्स स्वरूपात

$$\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

गुणांक मॅट्रिक्स (Coefficient matrix)

$$D = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = (8\times4)-(-3\times-3)=32-9=23$$

मॅट्रिक्सचे निर्धारक

$$DI_1 = \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = (10\times4)-(-3\times5)=40+15=55$$

$$DI_2 = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = (8\times5)-(10\times-3)=40+30=70$$

आता, आपण (I_1) आणि (I_2) ची मूल्ये शोधू शकतो

$$I_1 = \frac{DI1}{D} = \frac{55}{23} = 2.39$$

$$I_2 = \frac{DI2}{D} = \frac{70}{23} = 3.0$$

$$I_1 = 2.39A$$

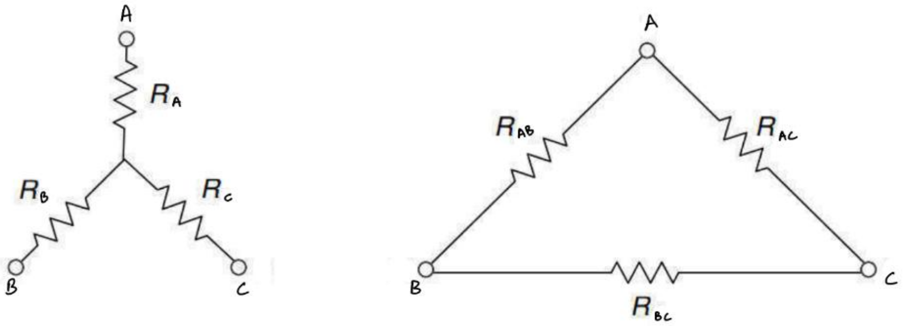
$$I_2 = 3.0A$$

प्रवाह $I = I_1 - I_2 = 2.39 - 3.0 = - 0.61 \ A$

1.5 दिलेले स्टार कनेक्शन डेल्टा कनेक्शनमध्ये रूपांतरित करा आणि त्याउलट डेल्टा कनेक्शन स्टार कनेक्शनमध्ये रूपांतरित करा.

(Convert the given star connection to a delta connection and vice versa.)

1.5.1 स्टार(star) ते डेल्टा (Delta) रूपांतरण (ट्रान्सफॉर्मेशन)



आकृती क्र. 1.17 स्टार ते डेल्टा ट्रान्सफॉर्मेशन सर्किट आकृती

रेझिस्टर R_A, R_B, R_C स्टार मध्ये जोडलेले आहे.

रेझिस्टर R_{AB}, R_{BC}, R_{AC} डेल्टा मध्ये जोडलेले आहे.

डेल्टा (delta) नेटवर्कचा टर्मिनल A आणि B मधील रेसिस्टन्स = $R_{AB} \parallel (R_{BC} + R_{AC})$

$$= \frac{R_{AB}\,(R_{BC} + R_{AC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

दर्शविलेल्या स्टार (star) नेटवर्कचा संदर्भ घेऊन

स्टार नेटवर्कचा टर्मिनल A आणि B मधील रेसिस्टन्स = $R_A + R_B$ .... (2)

समीकरण (1) आणि (2) पासून

$$R_A + R_B = \frac{R_{AB}\,(R_{BC} + R_{AC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \quad \text{................ (3)}$$

त्याचप्रमाणे आपण लिहू शकतो

$$R_B + R_C = \frac{R_{BC}\,(R_{AB} + R_{AC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \quad \text{................ (4)}$$

$$R_A + R_C = \frac{R_{AC}\,(R_{AB} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \quad \text{................ (5)}$$

समीकरण (3) आणि (4) वजा करुण

$$R_A - R_C = \frac{(R_{AB}\,R_{AC} - R_{BC}R_{AC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \quad \text{................ (6)}$$

समीकरण (5) आणि (6) जोडून

$$2\,R_A = 2\,\frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \quad \text{................ (7)}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \quad \text{................ (8)}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \text{ .... (9)}$$

वरील समीकरणाचा गुणाकार करुण

$$R_A R_B = (R_{AB})^2 \frac{R_{AC}R_{BC}}{(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})} \text{ .... (10)}$$

$$R_B R_C = (R_{BC})^2 \frac{R_{AB}R_{AC}}{(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})} \text{ .... (11)}$$

$$R_A R_C = (R_{AC})^2 \frac{R_{AB}R_{BC}}{(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})} \text{ .... (12)}$$

समीकरणे (10), (11) आणि (12) जोडून

$$R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C = \frac{R_{AB}R_{BC}\,R_{AC}(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})}{(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})}$$

$$R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C = \frac{R_{AB}R_{BC}\,R_{AC}}{(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})}$$

$$R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C = R_{BC} \frac{R_{AB}\,R_{AC}}{(R_{AB}+R_{BC}+R_{AC})}$$

$$R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C = R_{BC} R_A$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A} \text{ .... (13)}$$

त्याचप्रमाणे,

$$R_{AC} = R_A + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B} \text{ .... (14)}$$

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C} \text{ .... (15)}$$

वरील आकृती क्र. 1.17 वरून स्टार मध्ये जोडलेले रेझिस्टर R_A, R_B, R_C खालील संबंध वापरून डेल्टा मध्ये जोडलेले रेझिस्टर R_{AB}, R_{BC}, R_{AC} मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते.

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

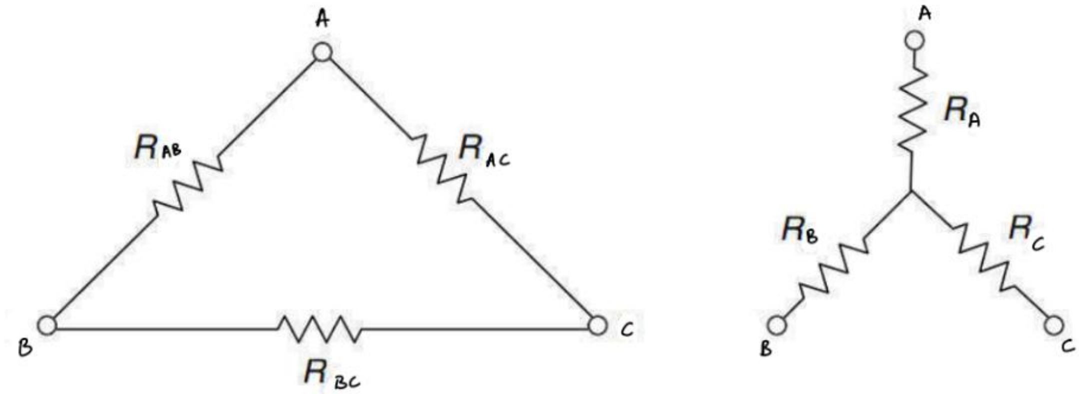
$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A}$$

$$R_{AC} = R_A + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

जेव्हा तीन समान रेझिस्टर स्टारमध्ये जोडलेले असतात तेव्हा डेल्टा रेझिस्टर (R_{DELTA}) खाली दिल्याप्रमाणे व्यक्त केले आहे

$$R_{DELTA} = 3\ R_{STAR}$$

1.5.2 डेल्टा ते स्टार रूपांतरण (ट्रान्सफॉर्मेशन)



आकृती क्र. 1.18 डेल्टा ते स्टार ट्रान्सफॉर्मेशन सर्किट आकृती

रेझिस्टर R_{AB}, R_{BC}, R_{AC} डेल्टा मध्ये जोडलेले आहे.
रेझिस्टर R_A, R_B, R_C स्टार मध्ये जोडलेले आहे.
डेल्टा नेटवर्कचा टर्मिनल A आणि B मधील रेसिस्टन्स = $R_{AB} \parallel (R_{BC} + R_{AC})$

$$= \frac{R_{AB}\,(R_{BC}+R_{AC})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}$$

दर्शविलेल्या स्टार नेटवर्कचा संदर्भ घेऊन
स्टार नेटवर्कचा टर्मिनल A आणि B मधील रेसिस्टन्स = $R_A + R_B$ .... (2)
समीकरण (1) आणि (2) पासून

$$R_A + R_B = \frac{R_{AB}\,(R_{BC}+R_{AC})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \text{ .... (3)}$$

त्याचप्रमाणे आपण लिहू शकतो

$$R_B + R_C = \frac{R_{BC}\,(R_{AB}+R_{AC})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \text{ .... (4)}$$

$$R_A + R_C = \frac{R_{AC}\,(R_{AB}+R_{BC})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \text{ .... (5)}$$

समीकरण (3) आणि (4) वजा करुण

$$R_A - R_C = \frac{(R_{AB}\,R_{AC} - R_{BC}R_{AC})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \text{ .... (6)}$$

समीकरण (5) आणि (6) जोडून

$$2\ R_A = 2\ \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}$$

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

वरील आकृती क्र. 1.18 वरून डेल्टा मध्ये जोडलेले रेझिस्टर R_{AB}, R_{BC}, R_{AC} खालील संबंध वापरून स्टार मध्ये जोडलेले रेझिस्टर R_A, R_B, R_C मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते.

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}$$

जेव्हा तीन समान रेझिस्टर डेल्टामध्ये जोडलेले असतात तेव्हा स्टार रेझिस्टर (RSTAR) खाली दिल्याप्रमाणे व्यक्त केले आहे

$$R_{STAR} = \frac{R_{DELTA}}{3}$$

उदाहरण 1. तीन रेझिटर $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 2\Omega$ स्टारमध्ये जोडले गेले आहेत. समतुल्य डेल्टा रेझिस्टन्सची गणना करा.

$$R_1 = R_A,\ R_2 = R_B,\ R_3 = R_C$$

$$R_{AB} = 2 + 2 + \frac{2\ X\ 2}{2} = 6\Omega$$

$$R_{BC} = 2 + 2 + \frac{2\ X\ 2}{2} = 6\Omega$$

$$R_{AC} = 2 + 2 + \frac{2\ X\ 2}{2} = 6\Omega$$

उदाहरण 2. तीन रेझिटर $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 2\Omega$ डेल्टामध्ये जोडले गेले आहेत. समतुल्य स्टार रेसिस्टन्सची गणना करा.

$$R_1 = R_{AB},\ R_2 = R_{BC},\ R_3 = R_{AC}$$

$$R_A = \frac{2\ X\ 2}{2+2+2} = \frac{2}{3}\ \Omega$$

$$R_B = \frac{2\ X\ 2}{2+2+2} = \frac{2}{3}\ \Omega$$

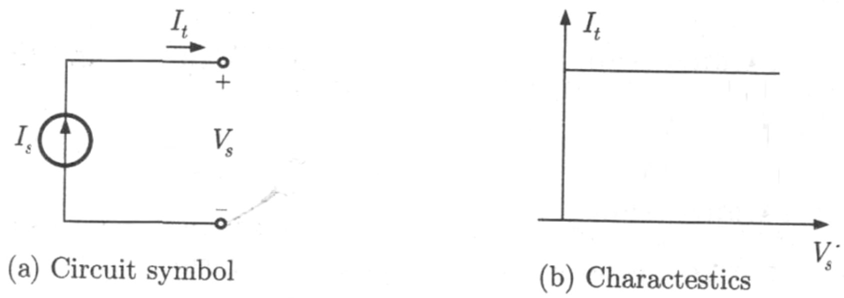
$$R_C = \frac{2 X 2}{2+2+2} = \frac{2}{3}\,\Omega$$

1.6 दिलेले सर्किट सुलभ करण्यासाठी स्त्रोत रूपांतरण तंत्र.

(Use source conversion technique to simplify the given circuit)

1.6.1 आदर्श (Ideal) आणि व्यावहारिक (Practical) विद्युत प्रवाह स्त्रोत

1.6.1.1 आदर्श विद्युत प्रवाह स्त्रोत (Ideal current source)



आकृती क्र. 1.19 आदर्श विद्युत प्रवाह स्त्रोत

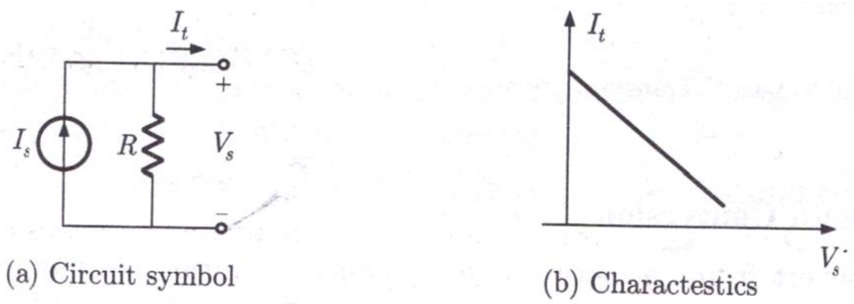
आदर्श विद्युत प्रवाह स्त्रोतामध्ये अनंत (infinite) अंतर्गत रेसिस्टन्स असतो. त्याचे टर्मिनल विद्युत प्रवाह स्थिर राहते.

$I_t = I_s$

I_t = टर्मिनल विद्युत प्रवाह

I_s = स्रोत विद्युत प्रवाह

1.6.1.2 व्यावहारिक विद्युत प्रवाह स्त्रोत (Practical current source)



आकृती क्र. 1.20 व्यावहारिक विद्युत प्रवाह स्त्रोत

व्यावहारिक विद्युत प्रवाह स्त्रोतामध्ये स्त्रोताच्या समांतर अंतर्गत रेसिस्टन्स (internal resistance) असतो. त्याचे टर्मिनल विद्युत प्रवाह स्थिर नस्ते.

$$I_t = I_s - \frac{V_S}{R}$$

I_t = टर्मिनल विद्युत प्रवाह

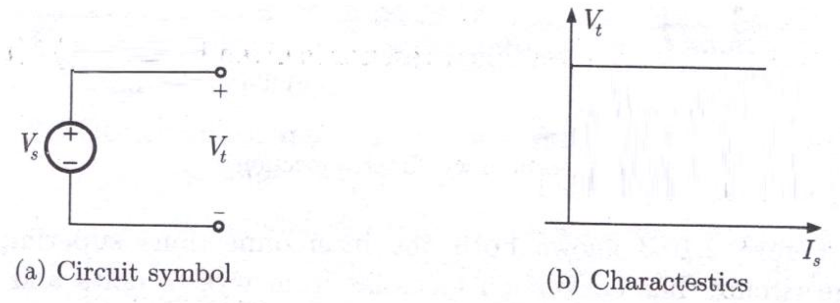
I_s = स्रोत विद्युत प्रवाह

V_S = स्रोत विद्युत दाब

R = अंतर्गत रेसिस्टन्स

1.6.2 आदर्श आणि व्यावहारिक विद्युत दाब स्रोत

1.6.2.1 आदर्श विद्युत दाब स्रोत (Ideal voltage source)



आकृती क्र. 1.21 आदर्श विद्युत दाब स्रोत

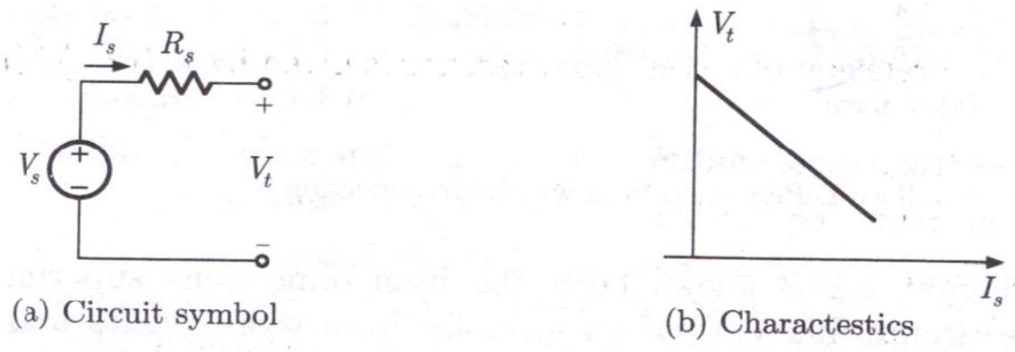
आदर्श विद्युत दाब स्त्रोतामध्ये शून्य (0) अंतर्गत रेसिस्टन्स असतो. त्याचे टर्मिनल विद्युत दाब स्थिर राहते.

$$V_t = V_s$$

V_t = टर्मिनल विद्युत दाब

V_s = स्रोत विद्युत दाब

1.6.2.2 व्यावहारिक विद्युत दाब स्रोत (Practical voltage source)



आकृती क्र. 1.22 व्यावहारिक विद्युत दाब स्रोत

व्यावहारिक विद्युत प्रवाह स्त्रोतामध्ये स्त्रोताच्या सीरिझ सह अंतर्गत रेसिस्टन्स असतो. त्याचे टर्मिनल विद्युत दाब स्थिर नस्ते.

$$V_t = V_s - I_S R_S$$

V_t = टर्मिनल विद्युत दाब

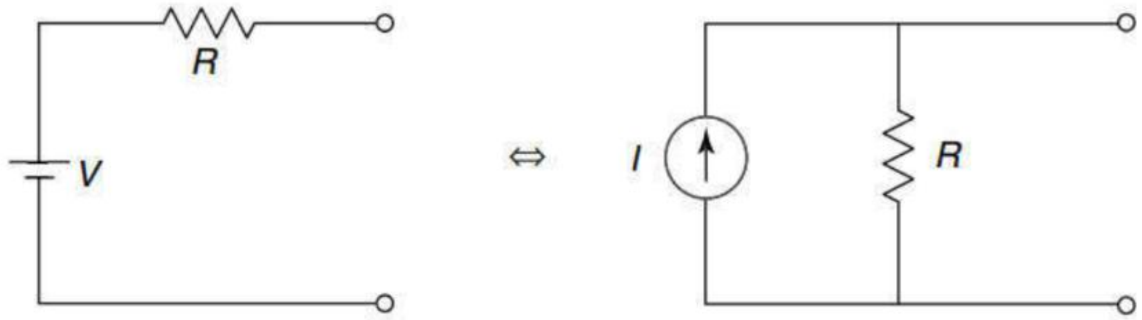
V_s = स्रोत विद्युत दाब

I_S = स्रोत विद्युत प्रवाह

R_S = अंतर्गत रेसिस्टन्स

1.6.3 स्त्रोत रूपांतरण

1.6.3.1 विद्युत दाब स्त्रोत (V) सह सीरिझ रेझिस्टर (R) हे विद्युत प्रवाह स्रोत सह समांतर रेझिस्टर मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते.



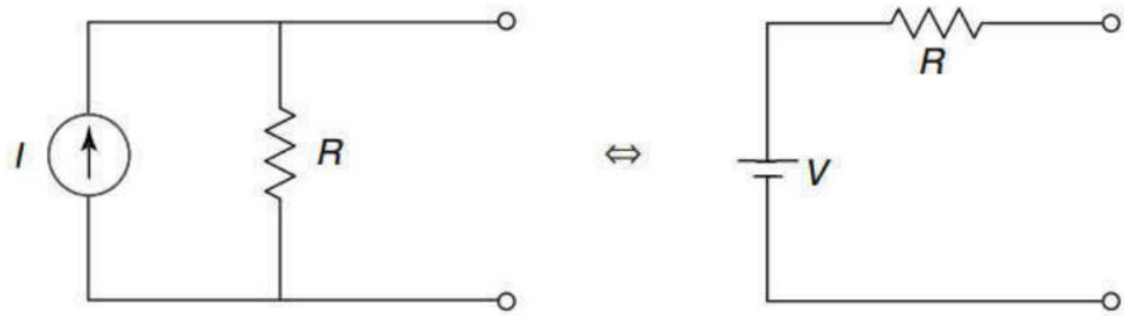
आकृती क्र. 1.23 स्त्रोत रूपांतरण 1

वरील आकृतीवरून आपण पाहू शकतो की विद्युत दाब स्त्रोत (V) सह सीरिझ रेझिस्टर (R) हे विद्युत प्रवाह स्रोत (I) सह समांतर रेझिस्टर (R) मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते.
येथे,

$$I = \frac{V}{R}$$

$$R = R$$

1.6.3.2 विद्युत प्रवाह स्रोत सह समांतर रेझिस्टर हे विद्युत दाब स्त्रोत (V) सह सीरिझ रेझिस्टर (R) मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते.



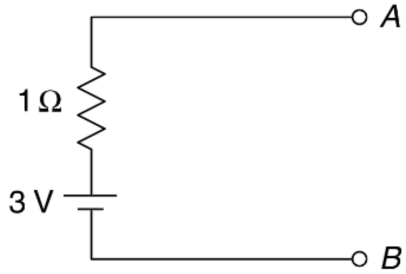
आकृती क्र. 1.24 स्त्रोत रूपांतरण 2

वरील आकृतीवरून आपण पाहू शकतो की विद्युत प्रवाह स्रोत (I) सह समांतर रेझिस्टर (R) हे विद्युत दाब स्त्रोत (V) सह सीरिझ रेझिस्टर (R) मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते.
येथे,

$$V = R\,I$$

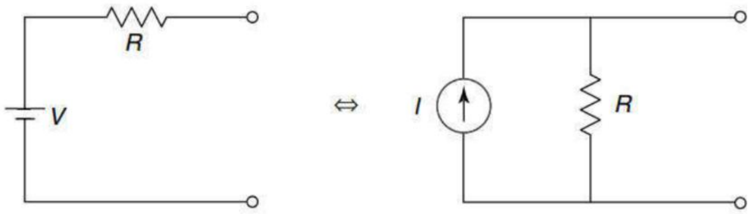
$$R = R$$

उदाहरण 1 स्त्रोत रूपांतरण वापरून खालील सर्किट रूपांतरित करा.



आकृती क्र. 1.25 स्त्रोत रूपांतरण उदाहरण 1

स्त्रोत परिवर्तन वापरून



आकृती क्र. 1.26 स्त्रोत रूपांतरण 1

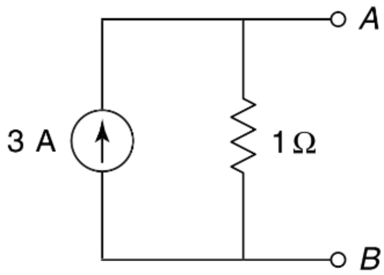
येथे,

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{3}{1}$$

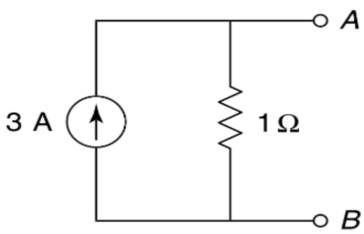
I = 3A

R = 1 Ω



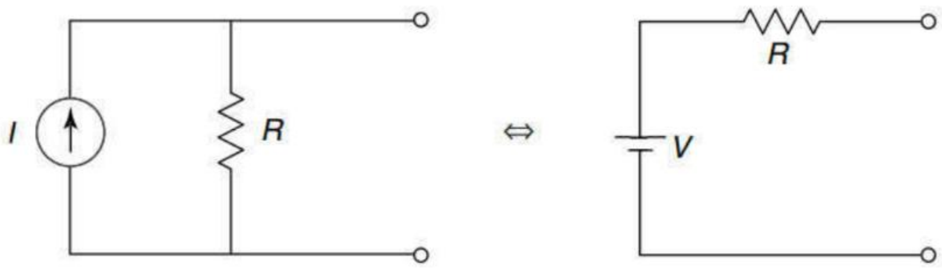
आकृती क्र. 1.27 ट्रान्सफॉर्म्ड सर्किट

उदाहरण 2 स्त्रोत रूपांतरण वापरून खालील सर्किट रूपांतरित करा



आकृती क्र. 1.28 स्त्रोत रूपांतरण उदाहरण 1

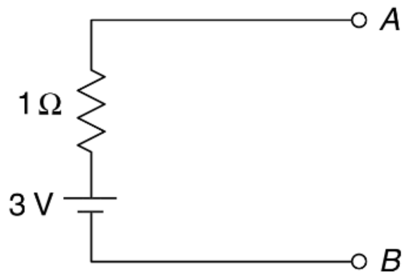
स्त्रोत परिवर्तन वापरून



आकृती क्र. 1.29 स्त्रोत रूपांतरण 2

येथे,

$$V = R\,I$$
$$V = 3 \times 1$$
$$V = 3\ V$$
$$R = 1\ \Omega$$

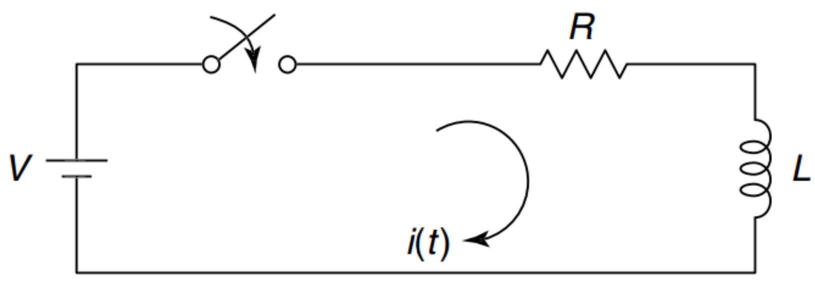


आकृती क्र. 1.30 ट्रान्सफॉर्म्ड सर्किट

1.7 RL, RC आणि RLC सिरीज सर्किटच्या क्षणिक प्रतिसादाचे विश्लेषण करा.

(Analyze the transient response of RL, RC and RLC series circuit)

रेझिस्टर-इंडक्टर सर्किट (R-L circuit)



आकृती क्र. 1.31 सीरिझ आर-एल सर्किट आकृती

आकृती क्र. 1.31 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सीरिझ RL सर्किटचा विचार करा. t = 0 वाजता स्विच बंद होतो. सर्किटमधील इंडक्टर (L) सुरुवातीला ऊर्जारहित असतो.

t > 0 साठी सर्किटमध्ये KVL लागू करणे

$$V - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$V - Ri = L\frac{di}{dt}$$

$$(V - Ri)\, dt = L\, di$$

$$\frac{L\, di}{(V - Ri)} = dt$$

दोन्ही बाजू संकलन करणे

$$\frac{-L}{R} \ln (V - Ri) = t + k$$

वरील समीकरणात i = 0, t = 0 टाकणे

$$\frac{-L}{R} \ln V = k$$

$$\frac{-L}{R} \ln (V - Ri) = t + k$$

$$\frac{-L}{R} \ln (V - Ri) = t - \frac{L}{R} \ln V$$

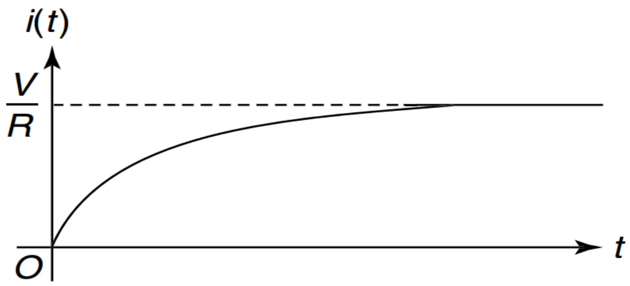
$$\frac{-L}{R} (\ln (V - Ri) - \ln V) = t$$

$$\frac{V - Ri}{V} = e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$V - Ri = V\, e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$Ri = V - V\, e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$i = \frac{V}{R} - \frac{V}{R} e^{\frac{-R}{L}t}$$



आकृती क्र. 1.32 सीरिझ आर-एल सर्किट चा विद्युत प्रवाह प्रतिसाद

$\frac{V}{R}$ = स्थिर स्थिती प्रतिसाद किंवा सक्तीचा प्रतिसाद

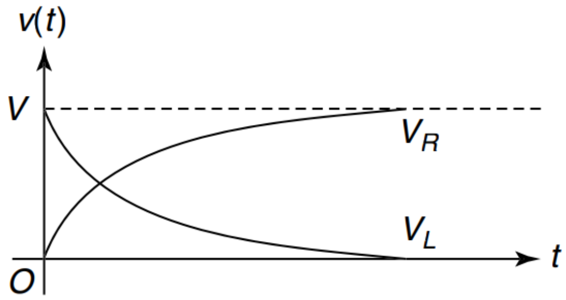
$\frac{V}{R} e^{\frac{-R}{L}t}$ = क्षणिक प्रतिसाद किंवा नैसर्गिक प्रतिसाद

क्षणिक प्रतिसाद हे सर्किटचे वैशिष्ट्य आहे. स्थिर स्थिती प्रतिसाद हे सर्किट विद्युत दाबाचे वैशिष्ट्य आहे. क्षणिक कालावधी म्हणजे विद्युत् प्रवाहाला त्याच्या अंतिम किंवा स्थिर स्थितीचे मूल्य गाठण्यासाठी लागणारा वेळ. संज्ञा $\frac{L}{R}$ ला वेळ स्थिरांक म्हणतात आणि ते T अक्षराने दर्शविला जातो.

$$T = \frac{L}{R}$$

$$i(T) = \frac{V}{R} - \frac{V}{R}\, e^{\frac{-1}{T}t}$$

t > 0 साठी

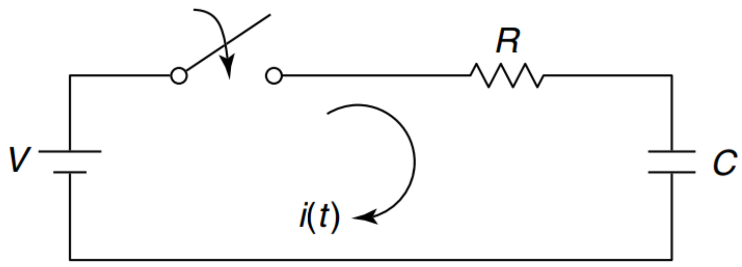


आकृती क्र. 1.32 रेझिस्टर आणि इंडक्टर चे विद्युत दाब

रेझिस्टर चे विद्युत दाब = $V_R = V\,(1 - e^{\frac{-R}{L}t})$

इंडक्टर चे विद्युत दाब = $V_L = V\, e^{\frac{-R}{L}t}$

रेझिस्टर- कॅपॅसिटर सर्किट : (R-C Circuit)



आकृती क्र. 1.33 सीरिझ आर-सी सर्किट आकृती

आकृती क्र. 1.31 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सीरिझ RC सर्किटचा विचार करा. t = 0 वाजता स्विच बंद होतो. सर्किटमधील कॅपॅसिटर (C) सुरुवातीला चार्जरहित असतो.

t > 0 साठी सर्किटमध्ये KVL लागू करणे

$$V - Ri - \frac{1}{C}\int_0^t i\, dt = 0$$

दोन्ही बाजू डिफरेन्शीऐशन करणे

$$0 - R\frac{di}{dt} - \frac{i}{c} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}\,i = 0$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC}\,dt$$

दोन्ही बाजू संकलन करणे

$$\ln i = -\frac{1}{RC}\,t + k$$

वरील समीकरणात $i = \frac{V}{R}$, t = 0 टाकणे

$$\ln \frac{V}{R} = k$$

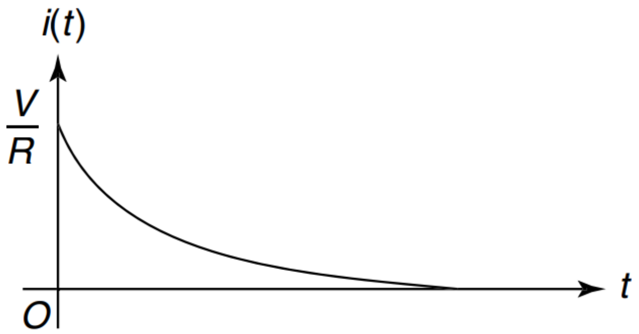
$$\ln i = -\frac{1}{RC}\,t + \ln \frac{V}{R}$$

$$\ln i - \ln \frac{V}{R} = -\frac{1}{RC}\,t$$

$$\ln \frac{i}{(\frac{V}{R})} = -\frac{1}{RC}\,t$$

$$\frac{i}{(\frac{V}{R})} = e^{\frac{-1}{RC}t}$$

$$V = \left(\frac{V}{R}\right)\ e^{\frac{-1}{RC}t}$$



आकृती क्र. 1.34 सीरिझ आर-सी सर्किट चा विद्युत प्रवाह प्रतिसाद

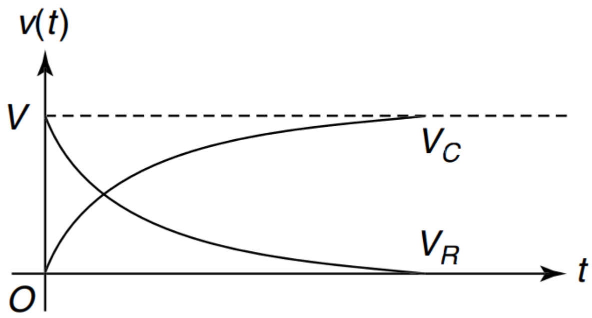
$\left(\frac{V}{R}\right)\ e^{\frac{-1}{RC}t}$ = क्षणिक प्रतिसाद किंवा नैसर्गिक प्रतिसाद

क्षणिक प्रतिसाद हे सर्किटचे वैशिष्ट्य आहे. स्थिर स्थिती प्रतिसाद हे सर्किट विद्युत दाबचे वैशिष्ट्य आहे.क्षणिक कालावधी म्हणजे विद्युत् प्रवाहाला त्याच्या अंतिम किंवा स्थिर स्थितीचे मूल्य गाठण्यासाठी लागणारा वेळ. संज्ञा RC ला वेळ स्थिरांक म्हणतात आणि ते T अक्षराने दर्शविला जातो.

T = RC

$$i(T) = \left(\frac{V}{R}\right) e^{\frac{-1}{T}t}$$

t > 0 साठी

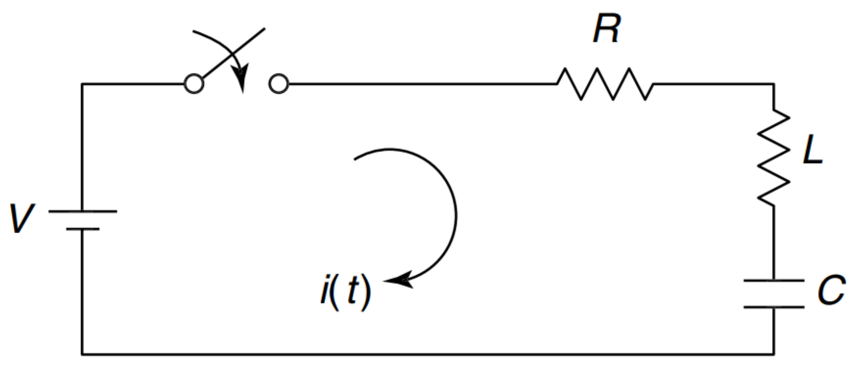


आकृती क्र. 1.35 रेझिस्टर आणि कॅपॅसिटरचे विद्युत दाब

रेझिस्टर चे विद्युत दाब = $V_R = V\, e^{\frac{-1}{RC}t}$

कॅपॅसिटर चे विद्युत दाब = $V_C = V\,(1 - e^{\frac{-1}{RC}t})$

रेझिस्टर- इंडक्टर - कॅपॅसिटर सर्किट**:** (R-L-C Circuit)



आकृती क्र. 1.36 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट आकृती

आकृती क्र. 1.31 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सीरिझ RLC सर्किटचा विचार करा. t = 0 वाजता स्विच बंद होतो. सर्किटमधील इंडक्टर सुरुवातीला ऊर्जारहित आणि कॅपॅसिटर सुरुवातीला चार्जरहित असतो.

t > 0 साठी सर्किटमध्ये KVL लागू करणे

$$V - Ri - L\frac{di}{dt} - \frac{1}{C}\int_0^t i\, dt = 0$$

दोन्ही बाजू डिफरेन्शीऐशन करणे

$$0 - R\frac{di}{dt} - L\frac{d^2i}{dt^2} - \frac{1}{C}i = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0$$

वैशिष्ट्यपूर्ण समीकरण खालील प्रमाणे आहे

$$S^2 + \left(\frac{R}{L}\right) s + \left(\frac{1}{LC}\right) = 0$$

$$S_1 = \frac{-R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{LC}\right)}$$

$$S_2 = \frac{-R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{LC}\right)}$$

S_1 आणि S_2 समीकरणाची मुळे आहेत

$$\alpha = \left(\frac{R}{2L}\right)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

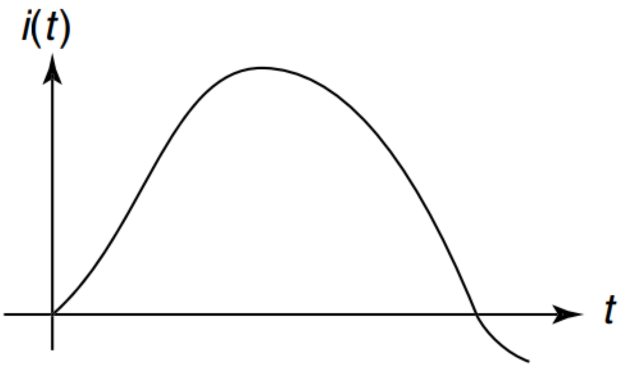
$$\beta = \sqrt{(\alpha)^2 - (\omega_0)^2}$$

भिन्न समीकरणांचे समाधान खालीलप्रमाणे आहे

$$i(t) = k_1e^{S1t} + k_2e^{S2t}$$

जेथे k_1 आणि k_2 समीकरणाची स्थिरांक आहेत.

केस I जेव्हा $\alpha > \omega_0$



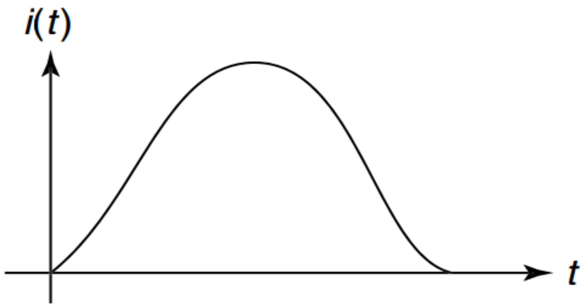
आकृती क्र. 1.37 अतिडॅम्प प्रतिसाद

सर्किट प्रतिसादाचे समीकरण = $i(t) = k_1e^{S1t} + k_2e^{S2t}$

$$\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

तेव्हा मुळे वास्तविक आणि असमान आहेत आणि प्रतिसाद अतिडॅम्प आहे.

केस II जेव्हा $\alpha = \omega_0$



आकृती क्र. 1.38 गंभीरपणेडॅम्प प्रतिसाद

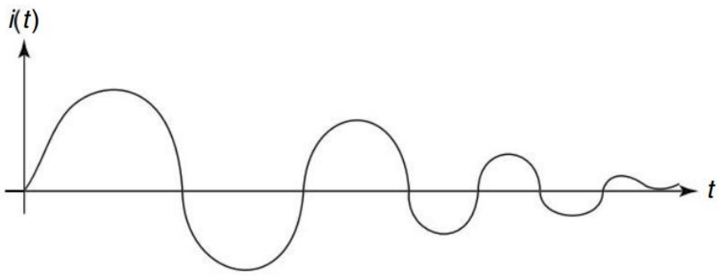
सर्किट प्रतिसादाचे समीकरण = $i(t) = e^{St}(k_1 + k_2)$

$S = S_1 = S_2$

$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

तेव्हा मुळे वास्तविक आणि समान आहेत आणि प्रतिसाद गंभीरपणेडॅम्प आहे.

केस III जेव्हा $\alpha < \omega_0$



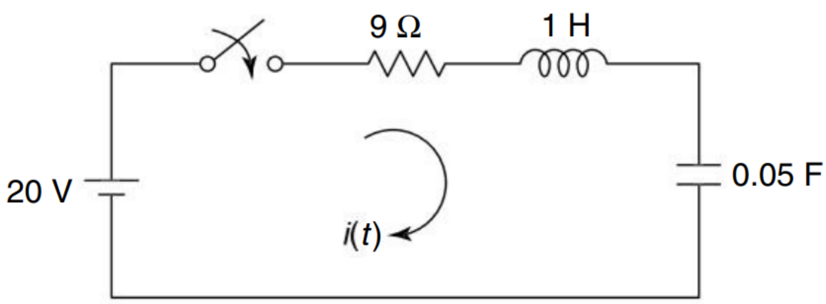
आकृती क्र. 1.39 कमीडॅम्प प्रतिसाद

सर्किट प्रतिसादाचे समीकरण = $i(t) = e^{-\alpha t}((k_1 + k_2)\cos(\omega_d t) + j(k_1 - k_2)\sin(\omega_d t))$

$$\frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

तेव्हा मुळे वास्तविक आणि समान आहेत आणि प्रतिसाद कमीडॅम्प आहे.

उदाहरण 1. खाली दिलेल्या नेटवर्कमध्ये, स्विच t = 0 ला बंद केला आहे. t > 0 साठी विद्युत प्रवाह मोजा.



आकृती क्र. 1.40 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट आकृती

$t = 0^-$ वर, स्विच उघडा आहे (Switch is open)

$$i(0^-) = 0$$

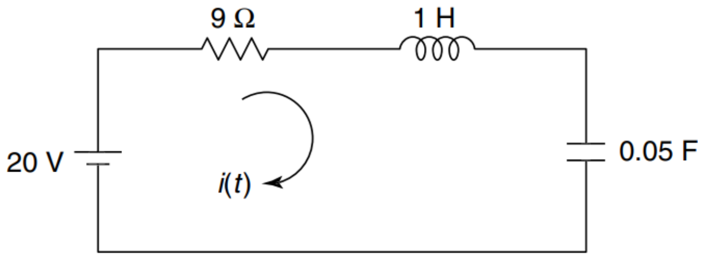
$$V_c(0^-) = 0$$

इंडक्टरमधून विद्युत प्रवाह आणि कॅपेसिटरचे विद्युत दाब त्वरित बदलू शकत नाही

$$i(0^+) = 0$$

$$V_c(0^+) = 0$$

t > 0 साठी



आकृती क्र. 1.41 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट आकृती

t > 0 साठी सर्किटमध्ये KVL लागू करणे

$$20 - 9i - 1\frac{di}{dt} - \frac{1}{0.05}\int_0^t i\, dt = 0 \text{ .... (1)}$$

दोन्ही बाजू डिफरेन्शीऐशन करणे

$$0 - 9\frac{di}{dt} - 1\frac{d^2i}{dt^2} - 20\, i = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 9\frac{di}{dt} + 20\, i = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 9\frac{di}{dt} + 20\, i = 0$$

$$i(t) = e^{At}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}e^{At} + 9\frac{d}{dt}e^{At} + 20\, e^{At} = 0 \text{ .... (2)}$$

$$\frac{d}{dt}e^{At} = Ae^{At}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}e^{At} = A^2e^{At}$$

हे मूल्य समीकरण 2 मध्ये टाकून

$$A^2e^{At} + 9\, Ae^{At} + 20\, e^{At} = 0$$

$$e^{At}(A^2 + 9A + 20) = 0$$

$$A^2 + 9A + 20 = 0$$

$$A^2 + 5A + 4A + 20 = 0$$

$$A(A + 5) + 4(A + 5) = 0$$

$$(A + 5)(A + 4) = 0$$

$$A = -5$$

$$A = -4$$

सर्किट प्रतिसादाचे समीकरण = $i(t) = k_1e^{-4t} + k_2e^{-5t}$

दोन्ही बाजू डिफरेन्शीऐशन करणे

$$\frac{di}{dt} = -4k_1e^{-4t} - 5k_2e^{-5t}$$

जर $t = 0$ तर $i(0) = 0$

$$0 = k_1 + k_2 \text{ .... } (4)$$

$$\frac{di}{dt}(0) = -4k_1 - 5k_2 \text{ .... } (3)$$

समीकरण 1 मध्ये $t = 0$ टाकणे

$$20 - 9i(0) - 1\frac{di(0)}{dt} - 0 = 0$$

$$\frac{di(0)}{dt} = 20 - 9i(0) = 20 \text{ A/s}$$

समीकरण 3 मध्ये $\frac{di(0)}{dt} = 20$ टाकणे

$$-4k_1 - 5k_2 = 20 \text{ .... } (5)$$

समीकरण 4 आणि 5 सोडवणे

$$k_1 = -k_2$$

$$-4(-k_2) - 5k_2 = 20$$

$$4k_2 - 5k_2 = 20$$

$$-k_2 = 20$$

$$k_2 = -20$$

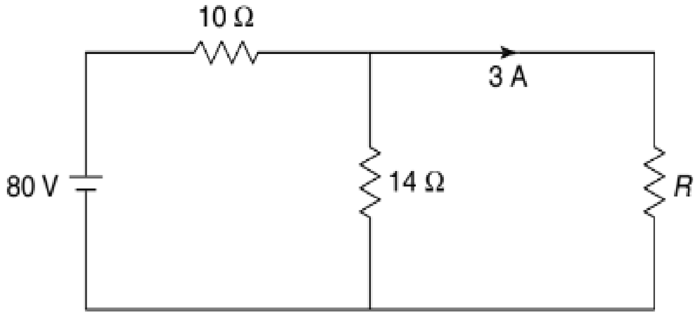
$$k_1 = -20$$

$$i(t) = k_1e^{-4t} + k_2e^{-5t}$$

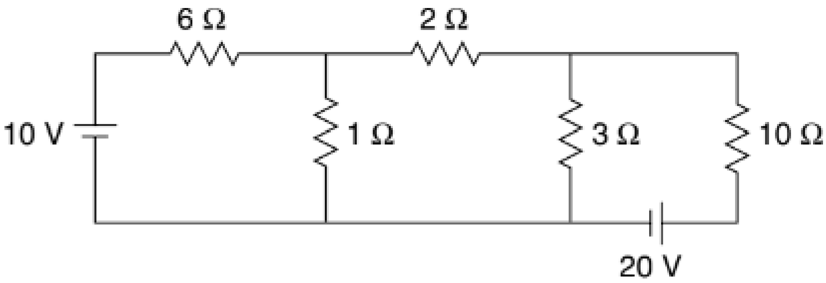
$$i(t) = 20e^{-4t} - 20e^{-5t}$$

स्वाध्याय:

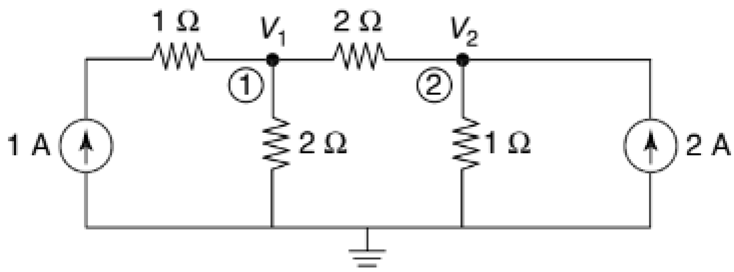
1. खालील संज्ञा परिभाषित करा. (Define the terms)
   i) नोड (node) ii) सर्किट (Electric Circuit) iii) मेष (Mesh).
2. किर्चोफचे कायदे परिभाषित करा. (State Kirchoff's laws).
3. दिलेल्या सर्किटमध्ये R चे मूल्य शोधा.



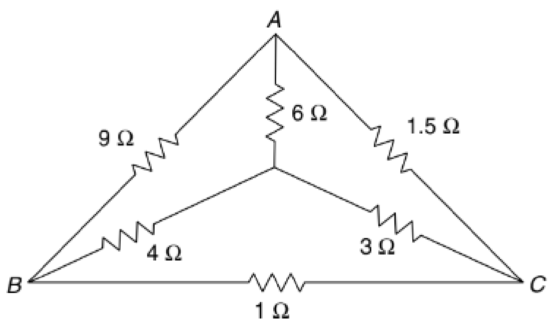
4. मेष विश्लेषण (Mesh Analysis) वापरून दर्शविलेल्या नेटवर्कच्या 2 Ω रेझिस्टरद्वारे विद्युत प्रवाह शोधा.



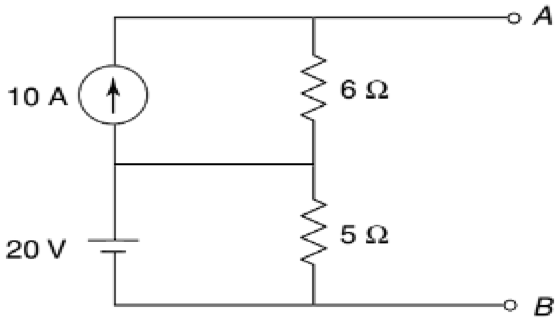
5. दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी नोड्स 1 आणि 2 वर विद्युत दाब शोधा.



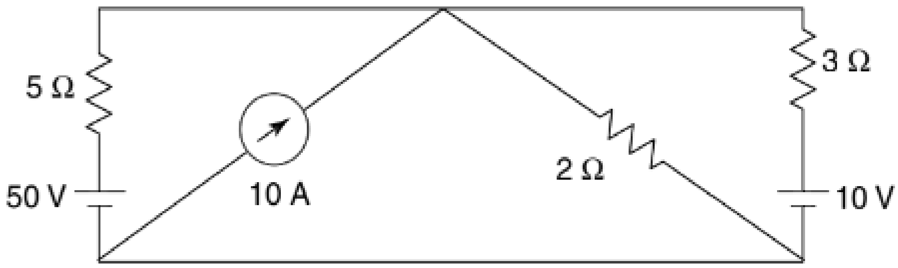
6. नेटवर्कमधील A आणि B मधील समतुल्य प्रतिकार (equivalent resistance) शोधा.



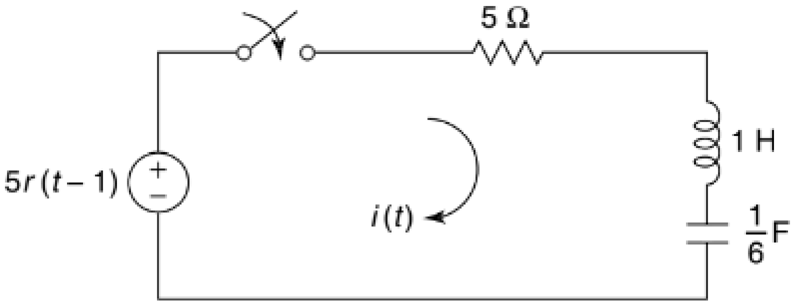
7. दिलेल्या नेटवर्कला single विद्युत प्रवाह स्त्रोत आणि रेझिस्टरसह (Resistor) बदला.



8. आकृतीच्या नेटवर्कमध्ये 50 V स्त्रोताद्वारे वितरित केलेली पॉवर (Power) शोधा.



9. आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी, शून्य प्रारंभिक स्थितीसह (zero initial conditions) t = 0 वर स्विच बंद झाल्यावर विद्युत प्रवाह i(t) निश्चित करा.



10. मेष विश्लेषण (Mesh analysis) वापरून समीकरण शोधण्यासाठी step by step the प्रक्रिया परिभाषित करा.

लघुप्रकल्प (Microproject):

1. आभासी प्रयोगशाळेत किर्चॉफचे सर्किट विश्लेषण करा.
2. ब्रेडबोर्डवर एक सर्किट तयार करा आणि KVL वापरून सत्यापित(Verify) करा.
3. नोड विश्लेषणावर प्रयोग करण्यासाठी एक प्रात्यक्षिक किट तयार करा / प्रायोगिक किट तयार करा/ पॉवरपॉईंट सादरीकरण तयार करा.
4. मेष विश्लेषणावर प्रयोग करण्यासाठी एक प्रात्यक्षिक किट तयार करा / प्रायोगिक किट तयार करा/ पॉवरपॉईंट सादरीकरण तयार करा
5. प्रतिरोधक आणि DC स्त्रोतांच्या योग्य मूल्यासह स्टार-डेल्टा परिवर्तनावर प्रयोग करण्यासाठी प्रात्यक्षिक किट तयार करा/ प्रायोगिक किट तयार करा.

संदर्भ:

Sr. No	Author	Title	Publisher with ISBN Number
1	Ravish R Singh	Network Analysis and Synthesis	Me Graw Hill Education (India) Pvt. Ltd. ISBN: 978-1-25-906295-7
2	Boylested R.L.	Introductory Circuit Analysis	Wheeler New Delhi, 2013,ISBN: 978-0023131615
3	Theraja B.L.,Theraja A.K.	A Text book of Electrical Technology Vol-I	S. Chand and Co. New Delhi, 2006 ISBN:978- 81-219-2440-5
4	Mittal V.N., Mittal Arvind	Basic Electrical Engineering	McGraw Hill Education, Noida,2005,ISBN: 978007093572
5	Wadhwa, C.L	Basic Electrical Engineering	New-Age International Pvt Ltd Publishers, 2007

युनिट 2
नेटवर्क प्रमेये
(Network Theorem)

विषय निष्पत्ती (Course Outcome):

सर्किट चे पॅरामीटर काढण्यासाठी विविध (network) प्रमेये वापरणे

Use various network theorems to calculate circuit parameter.

युनिट निष्पत्ती (Unit Outcome):

2.1 दिलेल्या मल्टी सोर्स आकृतीमध्ये (network) विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह मोजण्यासाठी सुपरपोझिशन प्रमेय वापरणे.
Use Superposition theorem to calculate voltage and current in the given multi source circuit.

2.2 कॉम्प्लेक्स आकृती सोपी करण्यासाठी थेवेनिनचे प्रमेय वापरणे.
Use thevenin's theorem to simplify complex circuit

2.3 जटिल (complex) आकृती (network) सोपी करण्यासाठी नॉर्टनचे प्रमेय वापरणे.
Use Norton's theorem to simplify complex circuit.

2.4 दिलेल्या आकृतीसाठी कमाल विद्युत शक्तीट्रान्सफर प्रमेय वापरून लोड प्रतिबाधाची गणना करणे.
Calculate load impedance using maximum power transfer theorem for the given circuit

2.5 दिलेल्या आकृतीचे (network) विश्लेषण करण्यासाठी रेसिप्रोसिटी प्रमेय वापरणे
Use reciprocity theorem to analyze the given circuit.

परिचय (Introduction)

DC नेटवर्क मध्ये प्रतिरोधक, विद्युत दाब स्त्रोत, विद्युत प्रवाह स्त्रोत असतात. आपल्याला एखाद्या नेटवर्क मधल्या घटकांमधून विद्युत प्रवाह, प्रतिरोधक मधला विद्युत दाब किंवा विद्युत शक्ती विघटन काढायचे असेल तर आपल्याला काही प्रमेय आणि नियम वापरायचे आहेत.

या प्रकरणामध्ये आपण काही महत्त्वाचे नियम, प्रमेय वापरणार आहोत जसे की सुपर पोझिशन प्रमेय, थेवेनिन्स प्रमेय, नॉर्टन प्रमेय, कमाल शक्ती हस्तांतरण प्रमेय, रेसिप्रोसिटी (Reciprocity) प्रमेय.

नेटवर्क प्रमेये (Network theorem)

2.1 सुपरपोझिशन प्रमेय: (Superposition Theorem)

सुपरपोझिशन प्रमेय असे सांगते की कोणत्याही रेखीय(linear), सक्रिय, द्विपक्षीय आकृतीमध्ये एकापेक्षा जास्त स्त्रोत आहेत, कोणत्याही घटकावरील प्रतिसाद हा प्रत्येक स्त्रोताकडून स्वतंत्रपणे विचारात घेतलेल्या प्रतिसादांची बेरीज आहे आणि इतर सर्व स्त्रोत त्यांच्या अंतर्गत प्रतिरोधकाने बदलले आहेत.

2.1.1 सुपरपोझिशन प्रमेय कसे लागू करणे

1.द्विपक्षीय आकृतीमध्ये (Two network) उपस्थित असलेल्या अनेक स्त्रोतांपैकी एक निवडणे ही पहिली पायरी आहे. आकृतीमधील विविध स्त्रोतांपैकी, कोणत्याही स्त्रोताचा प्रथम विचार केला जाऊ शकतो.

2.निवडलेले स्त्रोत वगळता, सर्व स्त्रोत त्यांच्या अंतर्गत (internal resistance) प्रतिबाधाने बदलले पाहिजेत.

3.आकृती सरलीकरण पद्धती वापरून, आकृतीमधील विशिष्ट घटकामधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह किंवा विद्युत दाब ड्रॉपचे मूल्यांकन करणे.

4. आकृतीमधील (network) इतर सर्व स्त्रोतांसाठी एकच स्त्रोत विचारात घेतल्यास तेच पुनरावृत्ती होते.

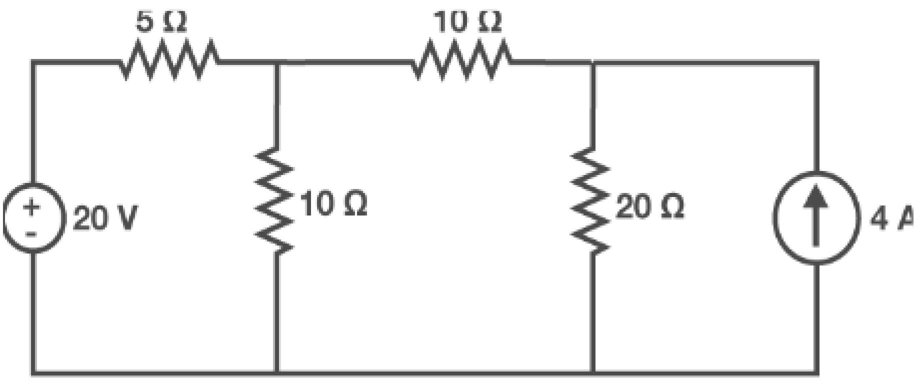
5. वैयक्तिक स्त्रोतासाठी संबंधित प्रतिसाद प्राप्त केल्यावर, आकृती घटकाद्वारे एकूण विद्युत दाब ड्रॉप किंवा विद्युत प्रवाह मिळविण्यासाठी सर्व प्रतिसादांची बेरीज करणे.

सुपरपोझिशन प्रमेय सोडवलेले उदाहरण

उदाहरणाच्या साहाय्याने सर्किट (आकृती क्रमांक 2.1.1) विश्लेषण करण्यासाठी सुपरपोझिशन प्रमेय कसे वापरायचे ते समजून घेऊ.

उदाहरण 1:

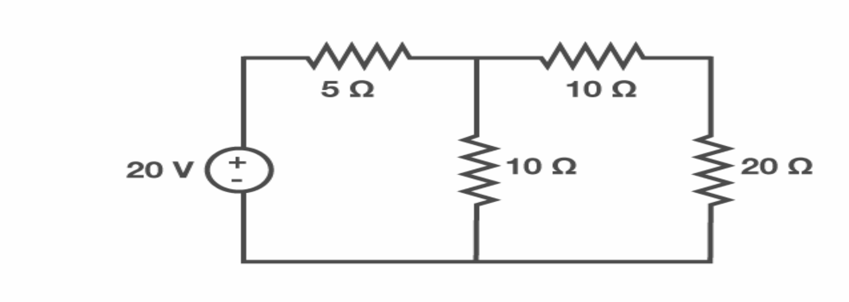
सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून 20 Ω (Resistance) मधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह शोधणे



आकृती क्रमांक 2.1.1

पायरी 1:

प्रथम, फक्त 20 V विद्युत दाब स्त्रोताचा विचार करून आकृतीमधून वाहणारा विद्युतप्रवाह शोधू या. विद्युत प्रवाह स्त्रोत ओपन-आकृती असू शकतो, म्हणून, सुधारित खालील आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.1.2) दर्शविली आहे.



आकृती क्रमांक 2.1.2

पायरी 2:

नोडल विद्युत दाब V1 नोडल विश्लेषण पद्धती वापरून निर्धारित केले जाऊ शकते.

$$\frac{V1-20}{5} + \frac{V1}{10} + \frac{V1}{10+20} = 0$$

$$\frac{6V1-120+3V1+V1}{30} = 0$$

$$10V1 = 120$$

$$V1 = 12V$$

20 Ω प्रतिरोधकमधून (Resistance) वाहणारा विद्युत् प्रवाह खालील समीकरण वापरून शोधता येतो

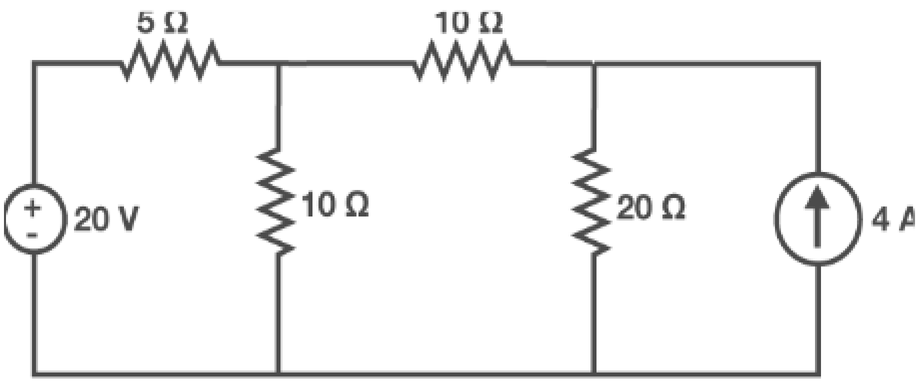
$$I1 = \frac{V1}{10+20} = \frac{12}{30}$$

वरील समीकरणातील V1 ची किंमत टाकल्यास आपल्याला मिळते

$$I1=0.4A$$

पायरी 3:

आता फक्त 4 A विद्युत प्रवाह स्त्रोताचा विचार करून 20 Ω प्रतिरोधकमधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह शोधू. आपण 20 V विद्युत दाब स्त्रोत शॉर्ट (Voltage source short circuit) आकृती करून काढून टाकतो. सुधारित आकृती (आकृती क्रमांक 2.1.3) म्हणून, खालीलप्रमाणे दिले आहे:

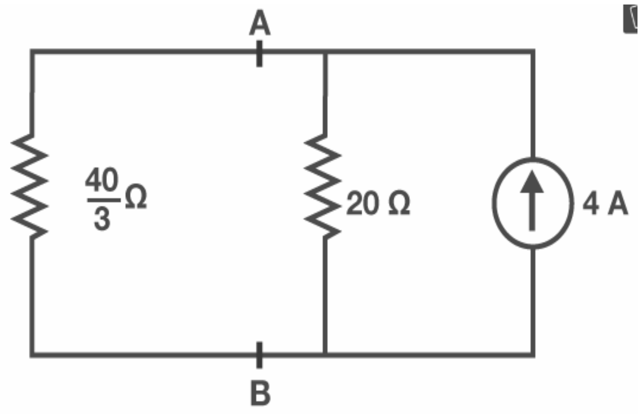


आकृती क्रमांक 2.1.3

वरील आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.1.3) 5Ω आणि 10Ω प्रतिरोधक एकमेकांना समांतर आहेत आणि प्रतिरोधकांचे हे समांतर संयोजन 10Ω रोधकाच्या मालिकेत आहे. म्हणून, समतुल्य प्रतिरोधक RAB असेल:

$$RAB = 10 + \frac{5\times10}{5+10} = \frac{40}{3}\,\Omega$$

आता, सरलीकृत आकृती खालीलप्रमाणे दर्शविले



आकृती क्रमांक 2.1.4

20Ω प्रतिरोधकमधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह विभाजन तत्त्व वापरून निर्धारित केला जाऊ शकतो.

$$I2 = \frac{40/3}{40/3+20} \times 4A$$

$$I2=1.6A$$

म्हणून, जेव्हा फक्त 4 A विद्युत प्रवाह स्त्रोत 1.6 A असेल तेव्हा आकृतीमधून प्रवाहित होणारा प्रवाह.

पायरी 4:

I1 आणि I2 प्रवाहांची बेरीज आपल्याला 20Ω (Resistance) प्रतिरोधकमधून विद्युत प्रवाह देईल. गणितीयदृष्ट्या, हे खालीलप्रमाणे दर्शविले जाते.

$$I = I1 + I2$$

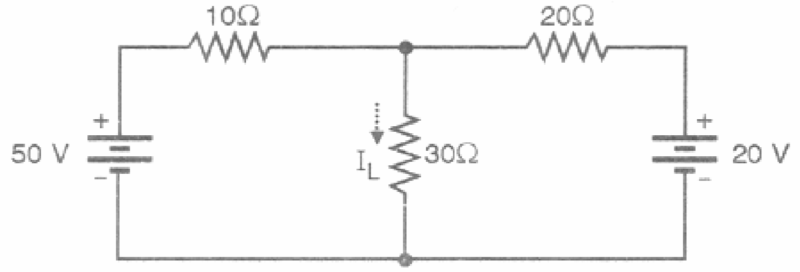
वरील समीकरणात I1 आणि I2 ची मूल्ये बदलल्यास, आपल्याला मिळते

$$I = 0.4+1.6 = 2A$$

म्हणून, प्रतिरोधकमधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह 2A आहे.

उदाहरण 2:

2. सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.1.5) दर्शविलेल्या आकृतीसाठी I_L शोधणे



आकृती क्रमांक 2.1.5

आपल्याला विद्युत प्रवाह I_L प्राप्त करायचा आहे, फक्त, आपण 30Ω (Resistance) प्रतिरोधकमधून

वाहणारे प्रवाह केवळ वैयक्तिक (Individual source) स्त्रोतांमुळे प्राप्त करू.

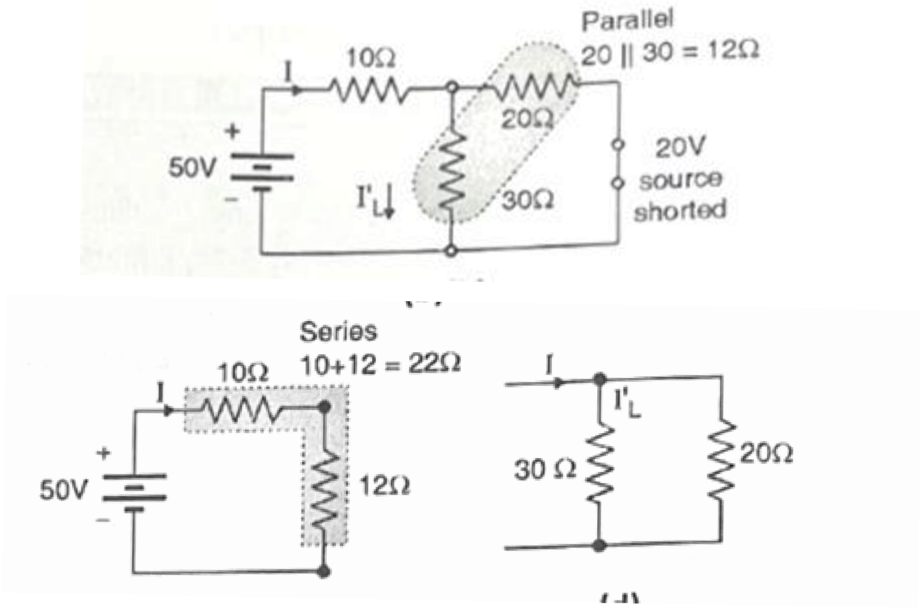
खालील पायऱ्या:

पायरी 1 : फक्त 50 V स्त्रोतामुळे I_L' ची गणना करणे.

पायरी 2 : फक्त 20 V स्त्रोतामुळे I_L ची गणना करणे.

पायरी 3 : एकूण चालू $I_L = I_L' + I_L''$ ची गणना करणे

पायरी 1 :
30 Ω (Resistance) प्रतिरोधकद्वारे विद्युतप्रवाह फक्त 50V (source) स्त्रोतामुळे (I')



आकृती क्रमांक 2.1.6

$$R_T = 10 + 12 = 22\ \Omega$$

एकूण विद्युत् प्रवाह $I = \frac{50V}{RT} = \frac{50}{22} = 2.27$ Amp

$$I_L' = \frac{20}{20+30} \times I$$

समांतर प्रतिरोधकांमधील विद्युत प्रवाह विभागणी,

$$I_L' = \frac{20}{50} \times 2.27 = 0.909 \text{ A.}$$

पायरी 2 :
केवळ 20V स्त्रोतामुळे 30Ω (Resistance) प्रतिरोधकमधून विद्युत प्रवाह (I'')
आता 50V विद्युतदाब स्त्रोत लहान करणे गृहीत धरा आणि फक्त 20V विद्युतदाब स्त्रोताचा प्रभाव प्राप्त करणे. सुधारित आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.1.6) दर्शविल्याप्रमाणे आहे

R_T = 27.5 12**Ω**

I = 20 V / 27.5 S2 = 0.73 Amp.

$$I'' = \frac{10}{10+30} \times I = \frac{1}{4} \times 0.73 = 0.181A$$

पायरी 3 :

30 Ω (Resistance)प्रतिरोधकद्वारे एकूण विद्युत प्रवाह मोजणे

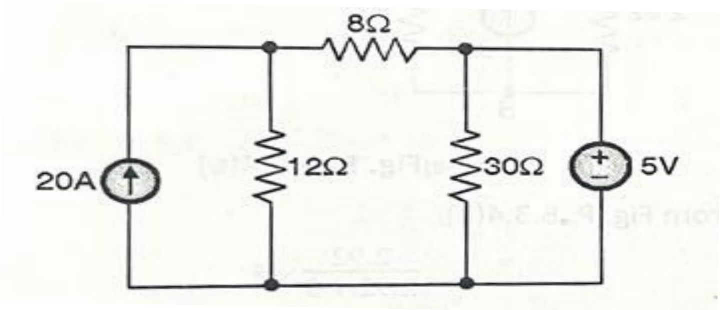
सुपरपोझिशन प्रमेयानुसार, 30Ω प्रतिरोधकद्वारे एकूण प्रवाह वैयक्तिक स्त्रोतांमुळे (Individual source) (I_L' आणि I_L'') विद्युत्प्रवाहांच्या बीजगणितीय बेरीजच्या बरोबरीचा असतो.

$$I_L = I'_L + I''_L$$

$$I_L = 0.909 + 0.181 = 1.09 \text{ Amp}$$

उदाहरण 3:

3. सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून दिलेल्या आकृतीसाठी (आकृती क्रमांक 2.1.7) 8Ω (Resistance) प्रतिरोधकद्वारे विद्युत् प्रवाह शोधणे

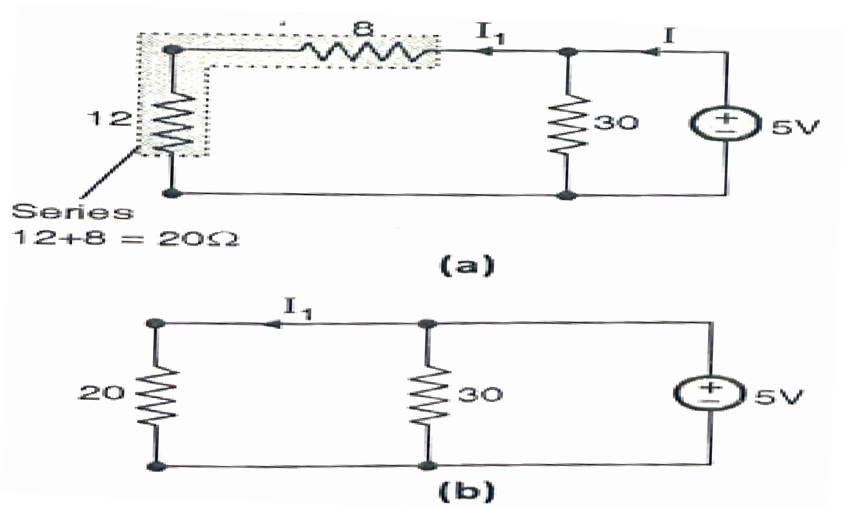


आकृती क्रमांक 2.1.7

पायरी 1 :

फक्त 5V स्त्रोतामुळे 8Ω (Resistance) द्वारे विद्युत प्रवाह शोधणे:

20A विद्युत प्रवाह विद्युतदाब उघडा आणि फक्त 5V स्त्रोतामुळे 8Ω (Resistance)प्रतिरोधकाद्वारे विद्युत प्रवाह शोधणे



आकृती क्रमांक 2.1.8

$$I1 = \frac{5\,V}{20\Omega} = 0.25 \text{ Amp}$$

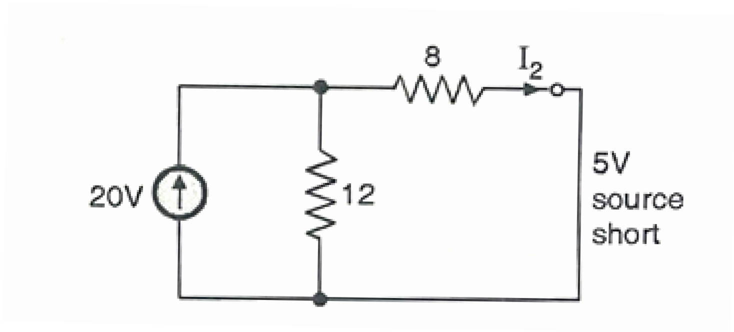
पायरी 2 :

फक्त 20 A (source) स्त्रोतामुळे 8 Ω मधून विद्युत प्रवाह

5 V स्त्रोत कमी केल्यामुळे, 30 .Ω प्रतिरोध बायपास केला जातो. त्यामुळे ते आकृतीत दाखवलेले नाही समांतर प्रतिरोधकांमधील विद्युत् विभाजनाच्या तत्त्वाचा वापर करून,

$$I2 = \frac{12}{8+12} \times 20A$$

I2=12 Amp.



आकृती क्रमांक 2.1.9

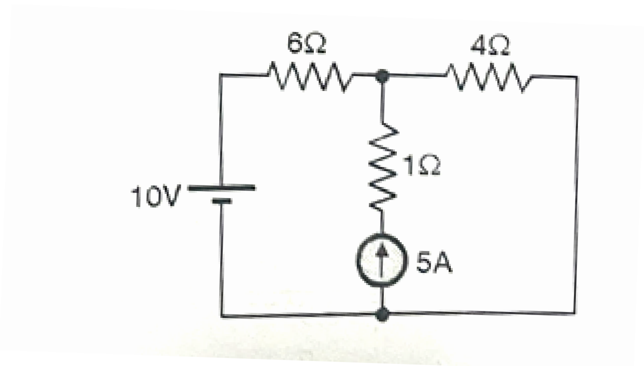
पायरी 3 :

एकूण विद्युत प्रवाह 8 Ω मधून

$$I = I_2 — 1_1 = 12 — 0.25$$
$$= 11.75 \text{ Amp } (—>)$$

उदाहरण 4:

4. आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.1.10) दर्शविलेल्या आकृतीसाठी सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून 4 Ω प्रतिरोधकमधील विद्युतप्रवाह शोधणे.

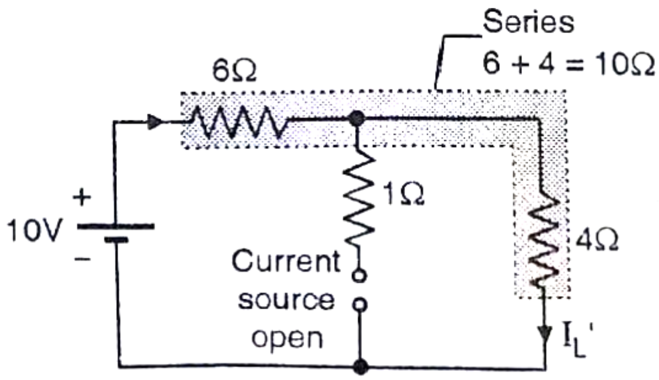


आकृती क्रमांक 2.1.10

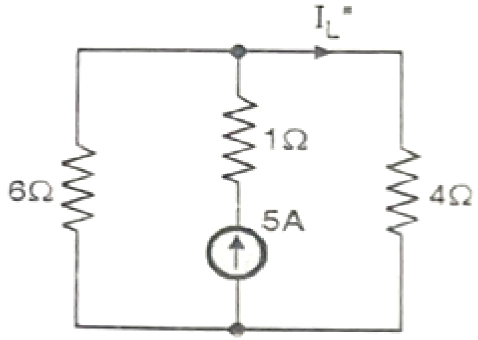
पायरी 1 :

फक्त 10 V स्त्रोतामुळे विद्युत प्रवाह

$$I'_L = \frac{10}{10} = 1\ A\ (I)$$



आकृती क्रमांक 2.1.11



आकृती क्रमांक 2.1.12

पायरी 2 :

फक्त 5A मुळे विद्युत् प्रवाह

$$I''_L = \frac{6}{6+4} \times 5 = 3A$$

याचे कारण असे की 5A विद्युत् प्रवाह 6Ω मध्ये विभागला जातो आणि 4Ω प्रतिरोधक जे एकमेकांशी समांतर जोडलेले आहेत.

पायरी 3 :

4Ω (Resistance) प्रतिरोधकाद्वारे विद्युत् प्रवाह

$$I_L = I'_L + I''_L = 1 + 3 = 4A$$

2.2 थेवेनिनचे प्रमेय: (Thevenin's Theorem)

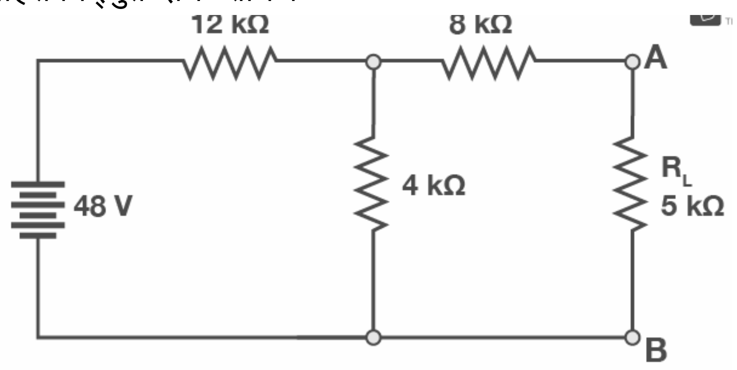
थेवेनिनचे प्रमेय असे सांगते की कोणतेही रेखीय आकृती, कितीही गुंतागुंतीचे असले तरीही, लोडशी जोडलेल्या मालिका प्रतिरोधासह एकल विद्युत दाब स्त्रोत असलेल्या समतुल्य आकृतीमध्ये सरलीकृत केले जाऊ शकते. हे पृष्ठ तुम्हाला थेवेनिन समतुल्य आकृती ठरवण्याच्या प्रक्रियेतून चरण-दर-चरण चालवेल

2.2.1 थेवेनिनचे प्रमेय सोडवलेले उदाहरण

उदाहरण 1:

थेवेनिन्स प्रमेय वापरून खालील आकृतीमध्ये V_{th}, R_{th} आणि लोड विद्युत प्रवाह I_L आणि लोड

प्रतिरोधकमधून प्रवाहित विद्युत दाब शोधणे



आकृती क्रमांक 2.2.1

पायरी 1:

आकृतीमधून 5kΩ काढणे

पायरी 2:

ओपन-आकृती विद्युत दाब मोजणे. हे तुम्हाला थेवेनिन्स विद्युत दाब (V_{th}) देईल.

पायरी 3:

आपण 12kΩ आणि 4kΩ (Resistance) प्रतिरोधकांमधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह निर्धारित करून थेवेनिनच्या विद्युत दाब ची गणना करतो.

दोन्ही प्रतिरोधक मालिकेत असल्याने, त्यांच्यामध्ये वाहणारा विद्युत् प्रवाह खालीलप्रमाणे मोजला जाऊ शकतो:

$$I = 48\ V /(12k\Omega + 4k\Omega) = 3mA$$

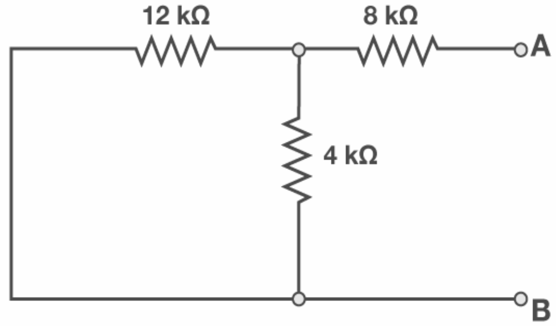
4kΩ (Resistance)प्रतिरोधकांमधील विद्युत दाब ची गणना खालीलप्रमाणे केली जाऊ शकते:

$$3mA \times 4k\Omega = 12V$$

8kΩ (Resistance) प्रतिरोधकमधून कोणताही विद्युतप्रवाह वाहत नसल्यामुळे, त्यामध्ये कोणतेही विद्युत दाब ड्रॉप (Voltage drop) होत नाही आणि म्हणून AB टर्मिनल्सवरील विद्युत दाब 4kΩ (Resistance) प्रतिरोधकवरील विद्युत दाब प्रमाणेच आहे त्यामुळे, AB टर्मिनल्सवर 12V दिसेल. म्हणून, थेवेनिनचे विद्युत दाब , V_{TH} = 12 V.

पायरी 4:

खालील आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे विद्युत दाब विद्युतदाब लहान करणे:



आकृती क्रमांक 2.2.2

पायरी 5:

थेवेनिनच्या प्रतिरोधकाची गणना करणे

ओपन आकृती प्रतिरोधक मोजून, आपण थेवेनिनचा प्रतिरोधक मोजू शकतो.

8 kΩ प्रतिरोधक हे 12 kΩ आणि 4 kΩ (Resistance) प्रतिरोधकच्या समांतर कनेक्शनसह मालिकेत असल्याचे आपल्या लक्षात आले. म्हणून, समतुल्य प्रतिरोधक किंवा थेवेनिनचा प्रतिरोधक खालीलप्रमाणे मोजला जातो:

$$8k\Omega + (4k\ \Omega \parallel 12k\Omega)$$

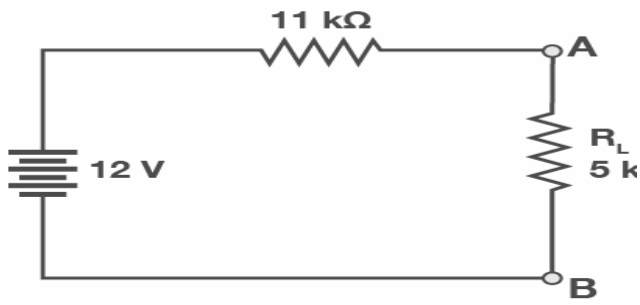
$$RTH = 8\ k\Omega + [(4\ k\Omega \times 12\ k\Omega) / (4\ k\Omega + 12\ k\Omega)]$$

$$RTH = 8\ k\Omega + 3\ k\Omega$$

$$RTH = 11\ k\Omega$$

पायरी 6:

आता, आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.2.3) दर्शविल्याप्रमाणे विद्युत दाब स्रोत Vth आणि लोड प्रतिरोधकसह मालिकेतील RTH कनेक्ट करणे.



आकृती क्रमांक 2.2.3

पायरी 7:

शेवटच्या पायरीसाठी, खालीलप्रमाणे Ωचा नियम वापरून लोड विद्युत दाब आणि लोड विद्युत प्रवाह ची गणना करणे:

$I_L = V_{TH} / (R_{TH} + R_L)$

$I_L = 12V / (11\ k\Omega + 5\ k\Omega) = 12\ V/16\ k\Omega = 0.75\ mA$

लोड विद्युत दाब खालीलप्रमाणे निर्धारित केले जाते:

$V_L = 0.75\ mA \times 5\ k\Omega = 3.75\ V$

2.2.1 थेवेनिन प्रमेय अनुप्रयोग

थेवेनिनचे प्रमेय विद्युत शक्तीसिस्टमच्या (Power system) विश्लेषणासाठी वापरले जाते.

व्हीटस्टोन ब्रिजचा वापर करून स्रोत मॉडेलिंग आणि प्रतिरोधक मापनामध्ये थेवेनिनचे प्रमेय वापरले जाते.

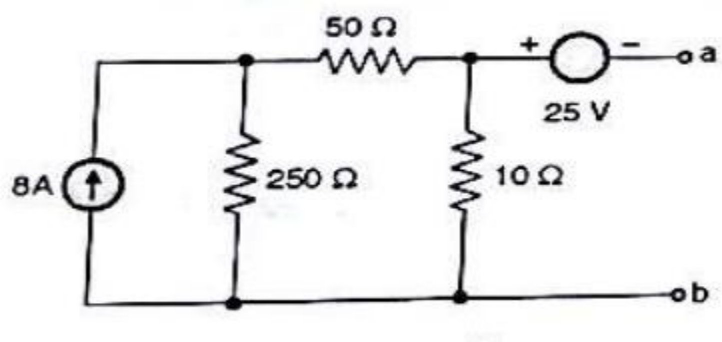
2.2.2 थेवेनिन प्रमेय मर्यादा

थेवेनिनचे प्रमेय फक्त रेखीय (Linear network) आकृती्च्या विश्लेषणासाठी वापरले जाते.

थेवेनिन समतुल्य शक्तीचा अपव्यय वास्तविक प्रणालीच्या उर्जा अपव्यय सारखा नाही.

उदाहरण 2

2. टर्मिनल a आणि b च्या संदर्भात आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.2.4) दर्शविलेल्या आकृतीसाठी थेवेनिन समतुल्य आकृती (circuit) मिळवा



आकृती क्रमांक 2.2.4

पायरी 1:

विद्युतप्रवाह स्त्रोताचे विद्युत दाब स्त्रोतामध्ये रूपांतर करणे: 250 Ω (Resistance) समांतर असलेला 8 A विद्युत प्रवाह स्त्रोत 250 Ω (Resistance) प्रतिरोधक असलेल्या मालिकेतील

250 x 8 = 2,000 V च्या विद्युत दाब स्त्रोताच्या समतुल्य आहे.

लूप साठी लूप समीकरण - 1 आहे

2000-250I-50I-10I = 0

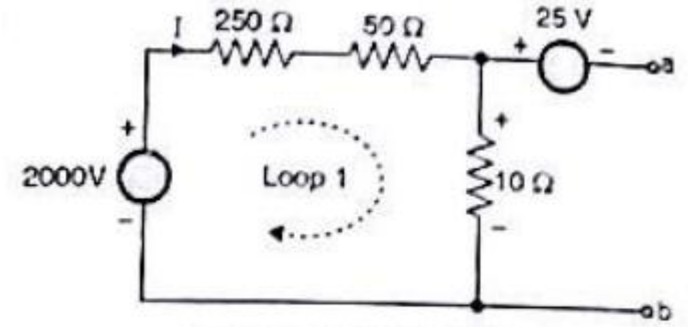
2000 = 310I

∴ I = 6.452 A

10 प्रतिरोधकांवर विद्युत दाब = 10I = 10 x 6.4 = 64.52 V

∴ $V_{TH} = V_{ab}$ = 64.52-25

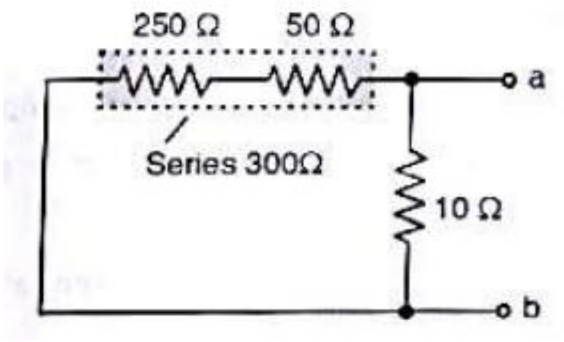
V_{TH} =39.52 V



आकृती क्रमांक 2.2.5

पायरी 2:

RTH मिळवण्यासाठी सर्व विद्युत दाब स्त्रोत (Short circuit) करून बदला. अशा प्रकारे आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे (आकृती क्रमांक 2.2.6) आकृती



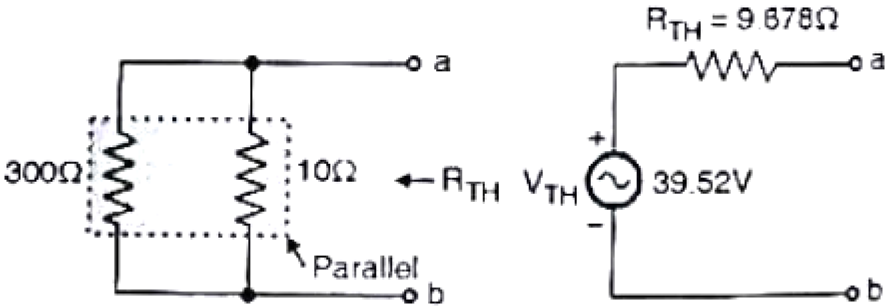
आकृती क्रमांक 2.2.6

RTH = 300 || 10 = 300 x 10/310 = 9.678 Ω

पायरी 3:

थेवेनिनचे समतुल्य आकृती:

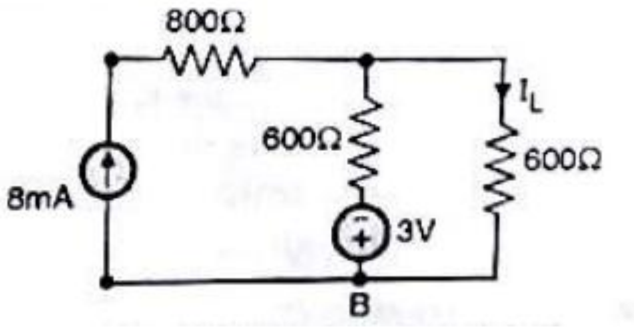
आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे (आकृती क्रमांक 2.2.7) थेवेनिन्स आकृती (circuit)आहे



आकृती क्रमांक 2.2.7

उदाहरण 3:

3.थेवेनिनचे प्रमेय.वापरून आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.2.8) दर्शविलेल्या प्रमाणे विद्युतप्रवाह । शोधण



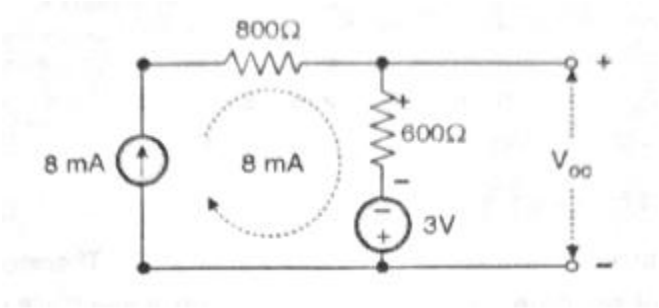
आकृती क्रमांक 2.2.8

पायरी 1:

V प्राप्त करणे:

आकृतीमध्ये (आकृती क्रमांक 2.2.9) दर्शविल्याप्रमाणे 600Ω (Resistance) प्रतिरोध उघडा

$$V_{oc} = (8 \text{ mA} \times 600) - 3 \text{ V} = 1.8 \text{ Volts}$$



आकृती क्रमांक 2.2.9

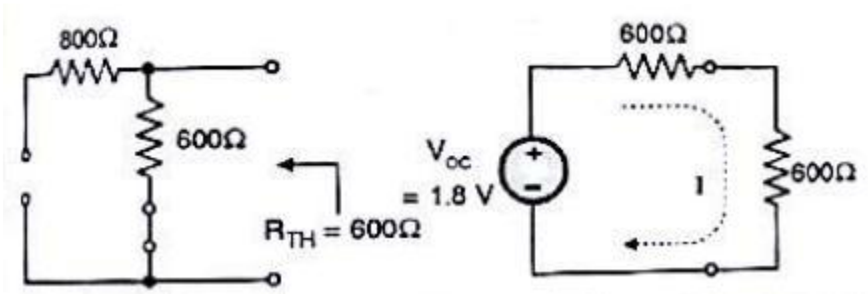
आकृतीमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे ओपन आकृती (Open circuit) विद्युत दाब दिले आहे,

$$V_{oc} = 1.8 \text{ V}.$$

पायरी 2:

RTH चे मूल्य मोजणे:

आकृतीत (आकृती क्रमांक 2.2.10) दर्शविल्याप्रमाणे विद्युत प्रवाह विद्युतदाब ओपन आकृतीने (open circuit) आणि विद्युतदाब शॉर्ट आकृतीने (Short circuit) ने बदला



आकृती क्रमांक 2.2.10

पायरी 3:

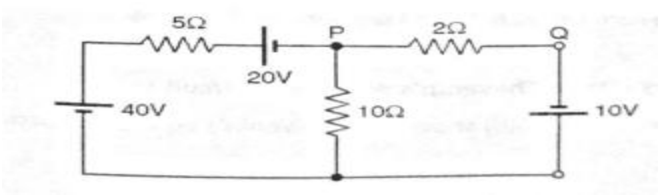
600 Ω (Resistance) द्वारे विद्युत प्रवाह मोजणे:

थेवेनिनचे समतुल्य आकृती (Equivalent circuit) RTH = 600 Ω (Resistance) आहे आणि थेवेनिनचे समतुल्य आकृतीमध्ये (Equivalent circuit) दाखवले आहे (आकृती क्रमांक 2.2.10)

$$\therefore I = V_{oc} / (600+600) = 1.8/1200 = 1.5 \text{ mA...Ans.}$$

उदाहरण 4:

4. थेवेनिनच्या प्रमेयाद्वारे 2Ω (Resistance) प्रतिरोधातील विद्युत् प्रवाह शोधणे

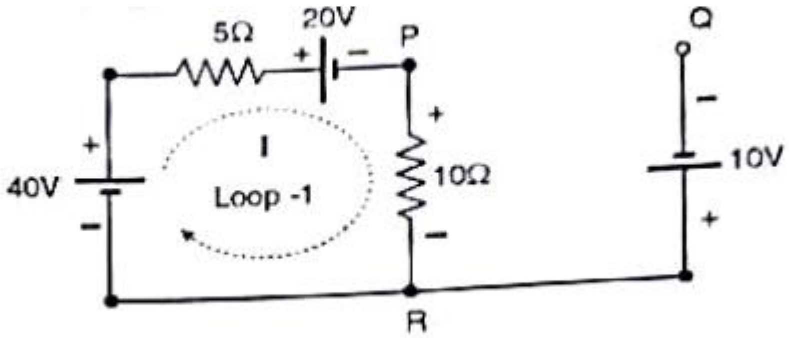


आकृती क्रमांक 2.2.11

पायरी 1:

ओपन आकृती विद्युत दाब Voc गणना करणे:

आकृतीमध्ये दर्शविलेले (आकृती क्रमांक 2.2.12) मिळविण्यासाठी 2Ω प्रतिरोधक उघडा.



आकृती क्रमांक 2.2.12

लूप -1 साठी लूप समीकरण

$$40-5I-20-10I=0$$

$$\therefore\ I=20/15 = 1.33\ A$$

Voc मिळवण्यासाठी आकृती

विद्युत् प्रवाह I = 1.33 A

10 Ω (Resistance) प्रतिरोधक विद्युत दाब (across) = 10I = 10 × 1.33

= 13.33 Volts.

$$\therefore V_{PR} = +13.33 \text{ Volts and } V_{QR} = -10\ V$$

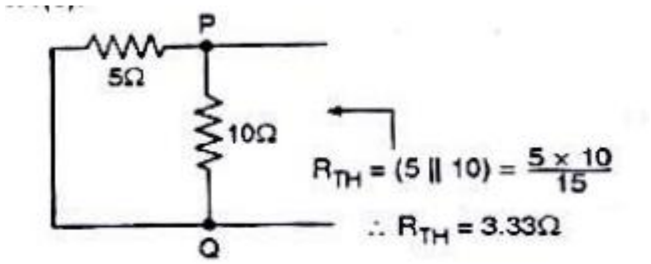
$$\therefore V_{oc} = V_{PQ} = V_{PR}-V_{QR}$$

$$\therefore V_{oc} = 13.33 + 10 = 23.33 \text{ Volts}$$

पायरी 2:

R_{TH} मिळवा:

सर्व विद्युत दाब स्त्रोत शॉर्ट आकृतीद्वारे (Short circuit) बदलून आपल्याला आकृती मिळते.

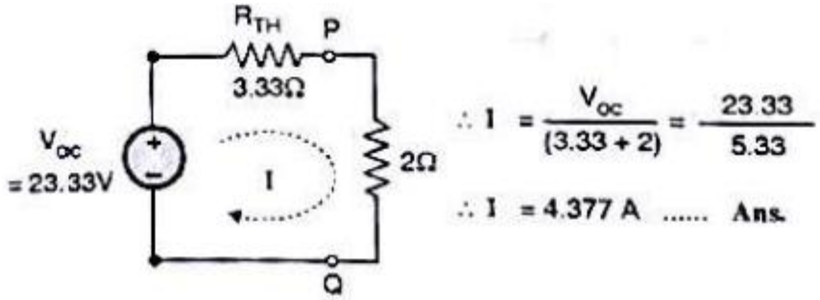


आकृती क्रमांक 2.2.13

$\therefore R_{TH} = 3.33\ \Omega$

पायरी 3:

थेवेनिनचे समतुल्य आकृती काढा आणि 2Ω द्वारे विद्युत प्रवाह काढा



आकृती क्रमांक 2.2.14

$$I = Voc/(3.33+2) = 23.335.33$$

$$I = 4,37A$$

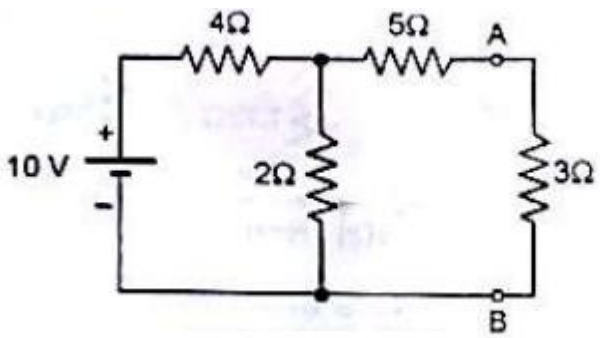
2Ω (Resistance) प्रतिरोधकामध्ये 4.377A विद्युत प्रवाह आहे

2.3 नॉर्टनचे प्रमेय (Norton's Theorem)

नॉर्टनचे प्रमेय असे सांगते की कोणत्याही जटिल रेषीय आकृतीला लोडशी जोडलेल्या एका प्रतिरोधकच्या समांतर एकल विद्युत् स्त्रोतासह समतुल्य साध्या आकृतीमध्ये सरलीकृत केले जाऊ शकते.

उदाहरण 1:

1.नॉर्टन प्रमेय वापरून 3Ω (Resistance) द्वारे विद्युत प्रवाह शोधणे



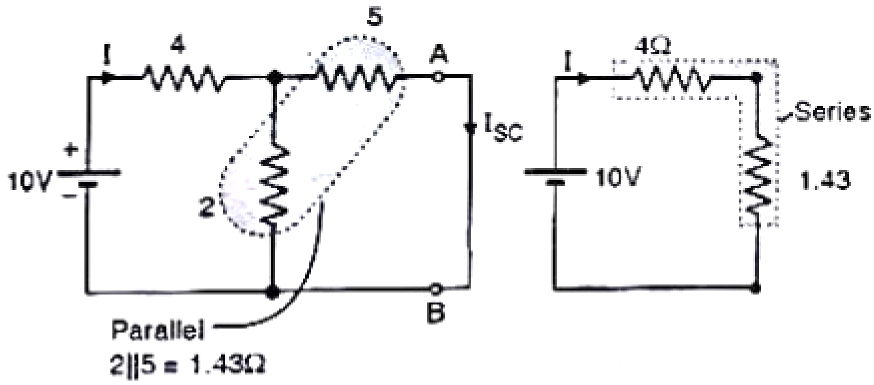
आकृती क्रमांक 2.3.1

पायरी 1:

भार कमी करणे आणि एकूण प्रतिरोधक RT आणि स्त्रोत प्रवाह I शोधणे

$$RT = 4 + \frac{2\times5}{2+5} = 4+1.43 = 5.43\Omega$$

$$I = \frac{10}{5.43} = 1.84A$$



आकृती क्रमांक 2.3.2

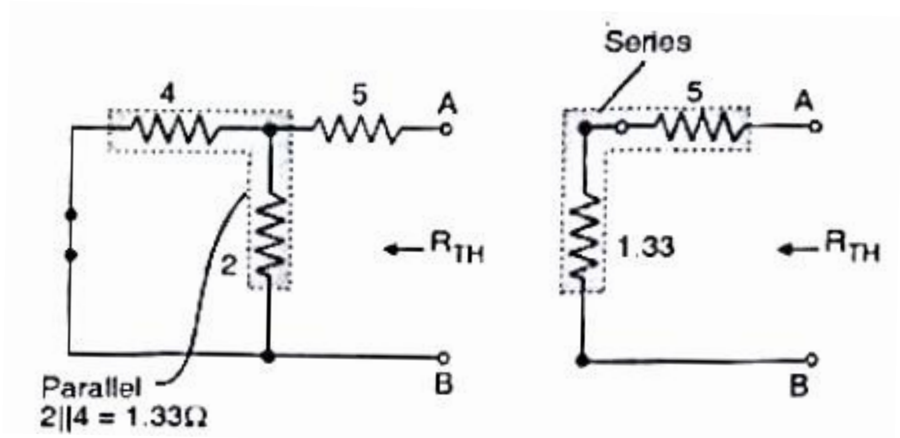
पायरी 2:

विद्युत् प्रवाह विभाजक नियम लागू करणे

$$Isc = \frac{2}{2+5} \times I = \frac{2}{7} \times 1.84 = 0.526A$$

पायरी 3:

R_{th} शोधणे



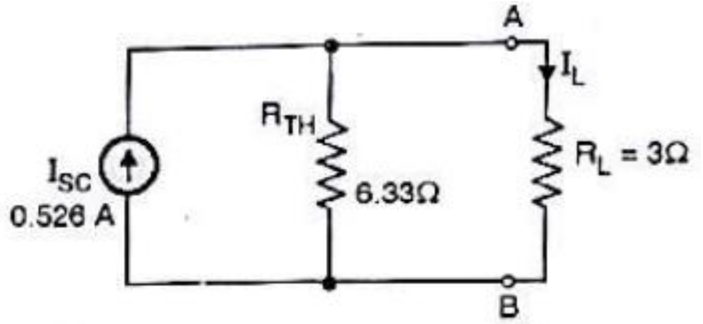
आकृती क्रमांक 2.3.3

$$2 \parallel 4 = 1.33\Omega$$

$$I_L = \frac{\mathbf{Rth}}{\mathbf{Rth+RL}} \times Isc$$

$$I_L = \frac{\mathbf{6.33}}{\mathbf{6.33+3}} \times 0.526$$

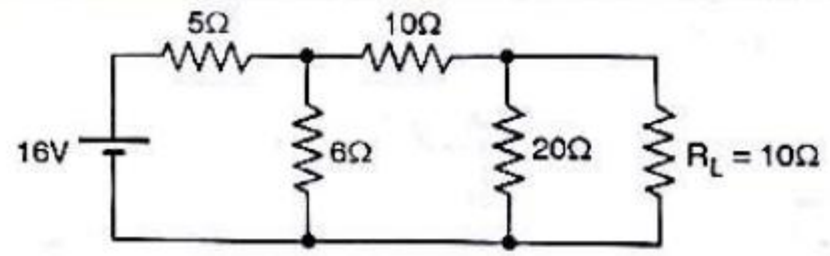
$$I_L = 0.357A$$



आकृती क्रमांक 2.3.4

उदाहरण 2:

2. लोड प्रतिरोधकमधील विद्युत् प्रवाह मोजण्यासाठी नॉर्टन प्रमेय लागू करणे



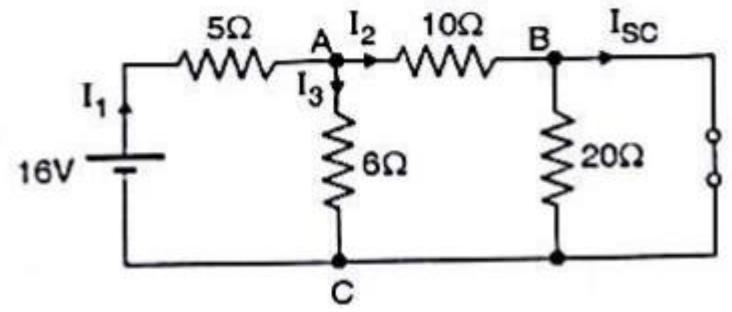
आकृती क्रमांक 2.3.5

पायरी 1:

लोड शॉर्ट आकृती करणे आणि आकृती सुलभ करणे.

बिंदू B आणि C लहान केले आहेत म्हणून प्रतिरोधक 20 Ω प्रतिरोधक लहान केला जातो.

म्हणून I2 = Isc



आकृती क्रमांक 2.3.6

$$I_1 = \frac{16}{8.75} = 1.83A$$

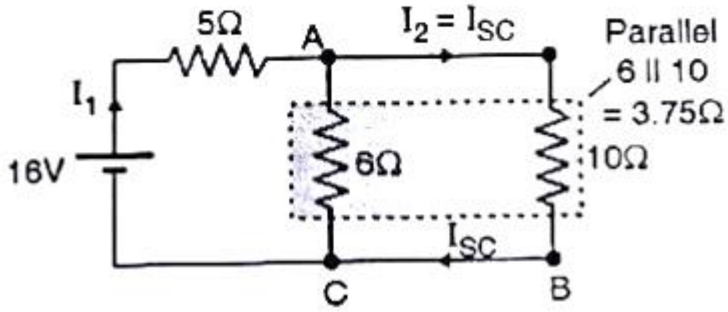
पायरी 2:

विद्युत् प्रवाह विभाजन नियम लागू करणे

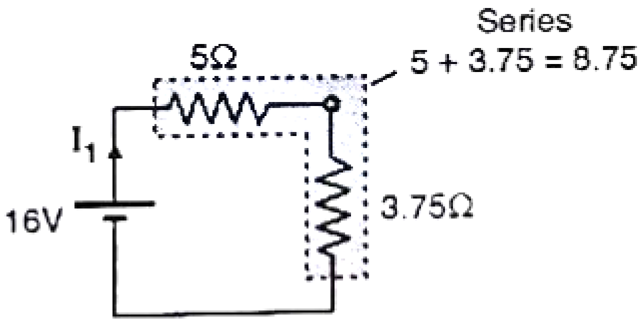
$$I_{sc} = I2 = \frac{6}{6+10} \times \mathbf{I1}$$

$$= \frac{6}{16} \times \mathbf{1.83}$$

= 0.6863A



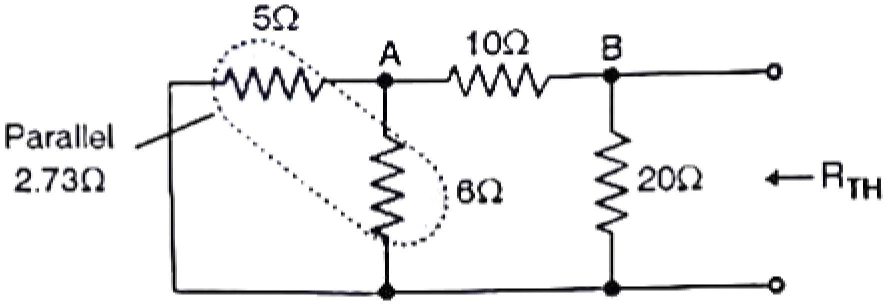
आकृती क्रमांक 2.3.7



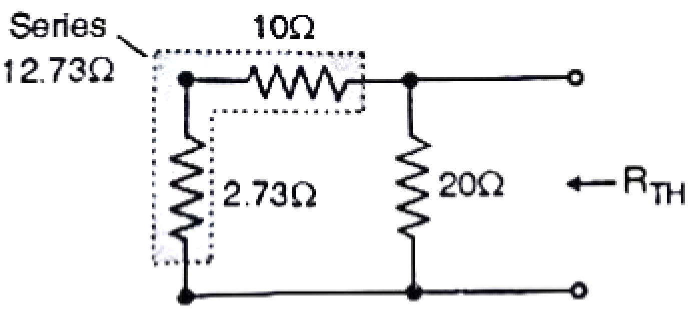
आकृती क्रमांक 2.3.8

पायरी 3:

R_{th} ची गणना करणे आणि नॉर्टन समतुल्य आकृती काढा



(e)



आकृती क्रमांक 2.3.9

$$Rth = 20 \parallel 12.73 = \frac{20\times12.73}{20+12.73} = 7.78\ \Omega$$

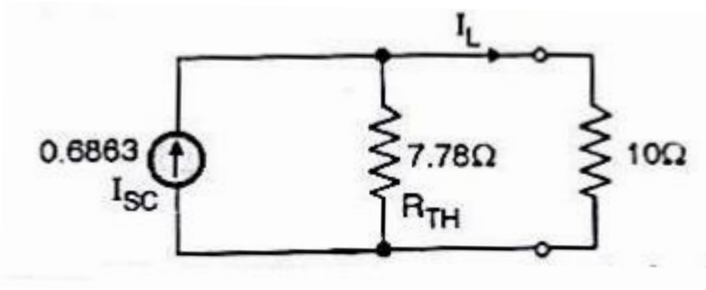
पायरी 4:

I_L ची गणना करणे

$$I_L = \frac{Rth}{Rth+RL} \times Isc$$

$$I_L = \frac{7.78}{7.78+10} \times 0.6863$$

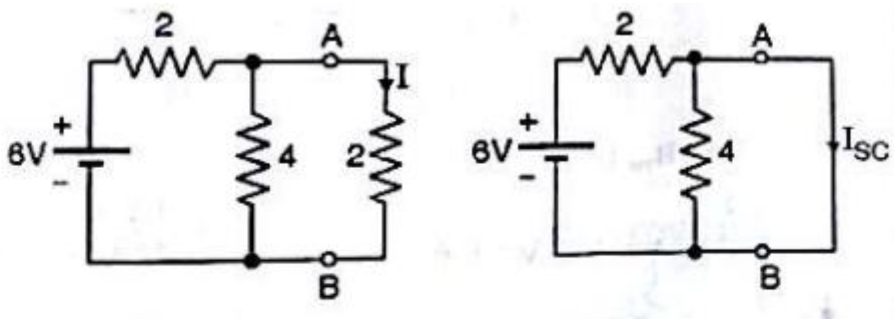
$$I_L = 0.3A$$



आकृती क्रमांक 2.3.10

उदाहरण 3:

3. नॉर्टन प्रमेय वापरून 2Ω द्वारे विद्युत् प्रवाह शोधणे



आकृती क्रमांक 2.3.11

पायरी 1:

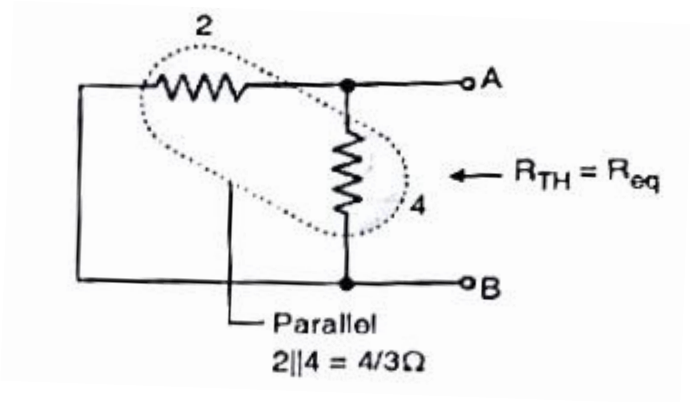
I_{sc} शोधणे

$$I_{sc} = \frac{6V}{2\Omega} = 3A$$

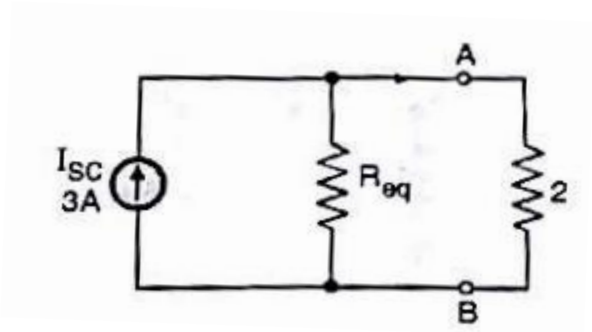
पायरी 2:

R_{th} शोधणे

$$R_{th} = 2 \parallel 4 = \frac{2X4}{2+4} = \frac{4}{3}$$



आकृती क्रमांक 2.3.12



आकृती क्रमांक 2.3.13

पायरी 3 :

I_L शोधणे

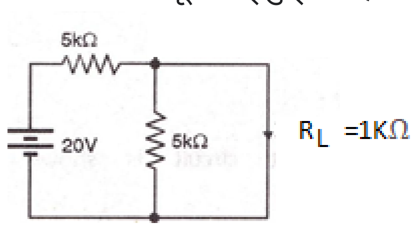
$$I_L = \frac{Rth}{Rth + RL} X\ Isc$$

$$= \frac{4/3}{(4/3+2)} X\ 3$$

$$I_L = 1.2\ A$$

उदाहरण 4:

4.नॉर्टन प्रमेय वापरून लोड प्रतिरोधक RL मधून विद्युत् प्रवाह शोधणे



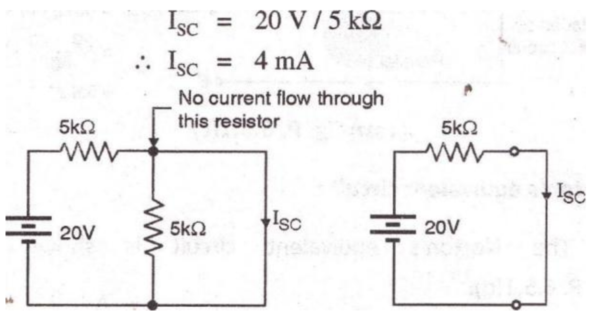
आकृती क्रमांक 2.3.14

पायरी 1:

I_{sc} शोधणे:

$$I_{sc} = 20\ V / 5\ k\Omega$$

$$I_{sc} = 4\ mA$$

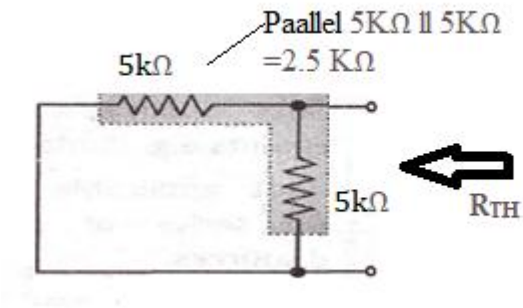


आकृती क्रमांक 2.3.15

पायरी 2 :

R_{TH} शोधणे

$$R_{TH} = 5K\Omega \parallel 5K\Omega = \frac{5k \times 5k}{25k+5k} = 2.5k\Omega$$



आकृती क्रमांक 2.3.16

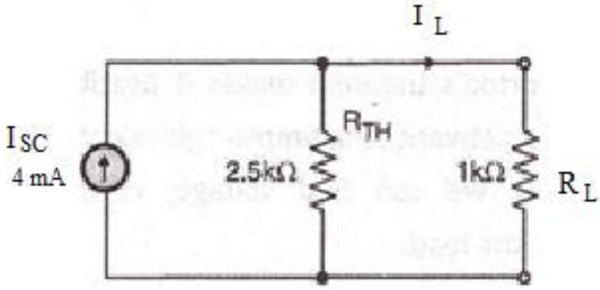
पायरी 3 :

I_L ची गणना करणे

$$I_L = \frac{2.5k}{2.5k+1k} \times Isc$$

$$I_L = \frac{2.5}{3.5k} \times 4\ mA$$

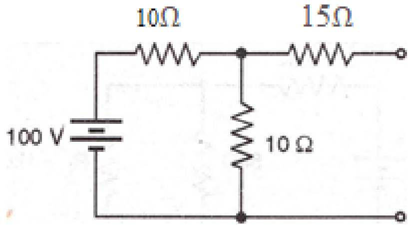
$$I_L = 2.857\ mA$$



आकृती क्रमांक 2.3.17

उदाहरण 5:

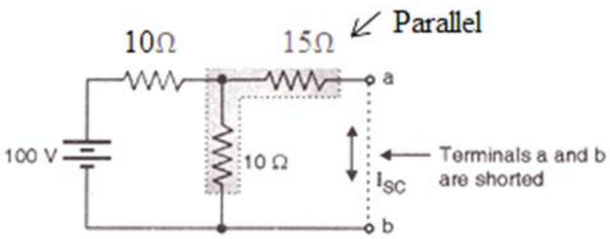
5. नॉर्टन प्रमेय वापरून आकृतीत दर्शविलेले नॉर्टनचे समतुल्य आकृती शोधणे

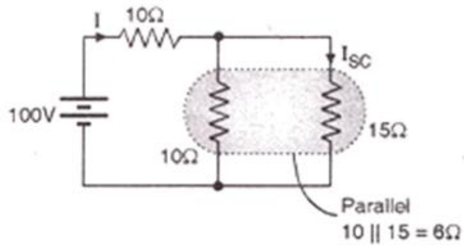


आकृती क्रमांक 2.3.18

पायरी 1:

Isc चे मूल्य प्राप्त करण्यासाठी





आकृती क्रमांक 2.3.19

एकूण प्रतिरोधक R_T द्वारे दिलेला आहे,

$$R_T = 10 + (10 \text{ II } 15)$$

$$= 10 + \left(\frac{10 \; X \; 15}{10+15}\right) = 10 + 6 = 16\Omega$$

स्त्रोत विद्युत् प्रवाह द्वारे दिलेला आहे,

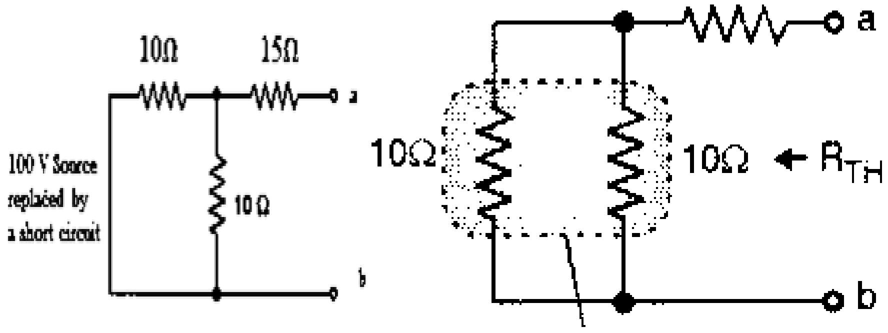
$$\boldsymbol{I = \frac{V}{R_T} + \frac{100}{16} = 6.25\ A}$$

विद्युत प्रवाह Isc म्हणजे 15 Ω (Resistance) प्रतिरोधकमधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह.
म्हणजे 15 Ω (Resistance) प्रतिरोधकमधून वाहणारा विद्युत् प्रवाह.

$$\boldsymbol{Isc \;\; = I\ X\ \frac{10}{(10+15)} = 6.25\ \ X\ \frac{10}{25} = 2.5\ A}$$

पायरी 2 :

R_{TH} चे मूल्य प्राप्त करण्यासाठी



आकृती क्रमांक 2.3.20

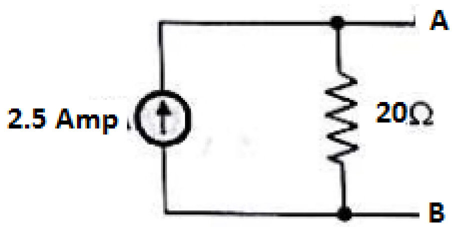
Parallel 10 || 10 = 5Ω

अशा प्रकारे ab वरून पाहिलेल्या आकृतीच्या प्रतिरोधकामध्ये 10Ω आणि 10Ω च्या समांतर संयोजनासह मालिकेतील 15Ω (Resistance) प्रतिरोधांचा समावेश आहे.

R_{TH} = 15 + (10 || 10) = 15 + 5 = 20Ω

पायरी 3:

नॉर्टनचे समतुल्य आकृती



आकृती क्रमांक 2.3.21

2.4 कमाल विद्युत शक्तीट्रान्सफर प्रमेय (Maximum Power Transfer Theorem)

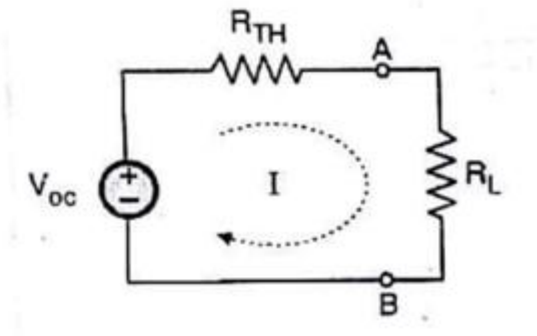
कमाल विद्युत शक्तीट्रान्सफर प्रमेय स्पष्ट करते की मर्यादित अंतर्गत प्रतिरोधक (DC आकृती) द्वारे जास्तीत जास्त बाह्य शक्ती निर्माण करण्यासाठी, दिलेल्या लोडचा प्रतिरोधक उपलब्ध स्त्रोताच्या प्रतिरोधकाइतका असणे आवश्यक आहे.

2.4.1 कमाल विद्युत शक्तीट्रान्सफरची अट:

जे दिलेल्या आकृतीचे थेवेनिनचे समतुल्य आकृती दाखवते.

नंतर लोडमध्ये जास्तीत जास्त शक्ती हस्तांतरणाची अट खालीलप्रमाणे आहे:

$R_L = R_{TH}$



आकृती क्रमांक 2.4.1

कमाल शक्तीचे मूल्य:
जर $R_{TH} = R_L$

$$I = \frac{V_{oc}}{R_{TH} + R_L} = \frac{V_{oc}}{2R_L} \quad \dots.[R_L = R_{TH}]$$

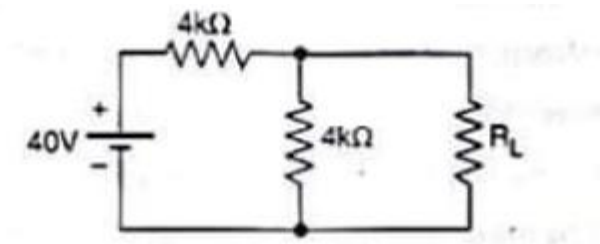
$$Power\ delivered\ to\ the\ load, P_{Lmax} = I_L^2\, R_L$$

$$= \left[\frac{V_{oc}}{2R_1}\right]^2 \times R_L = \frac{V_{oc}^2}{4R_L} \times R_L$$

$$\therefore P_{L\,max} = \frac{V_{oc}}{4R_L}$$

उदाहरण 1:

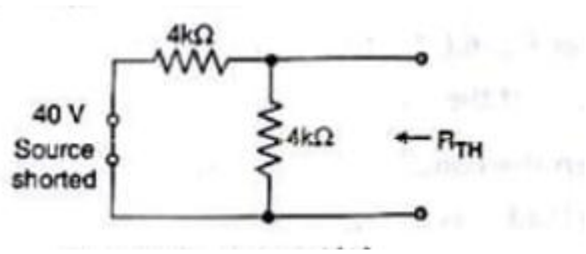
1. आकृतीसाठी जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीट्रान्सफर प्रमेय सत्यापित करणे.
1 साठी. RL = 1 KΩ
2. RL = 2 KΩ
3. RL = 4 KΩ



आकृती क्रमांक 2.4.2

RTh शोधणे:

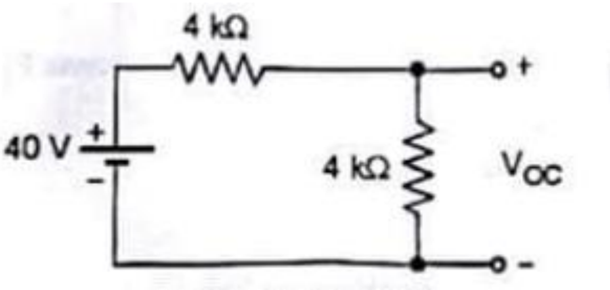
RTh = 4 k2 || 4 KΩ
RTh = 2 KΩ



आकृती क्रमांक 2.4.3

शोधणे V_{oc}

$$V_{oc} = \frac{4}{(4+4)} \times 40 = 20\ V$$



आकृती क्रमांक 2.4.4

Po शोधणे:

$$Output\ Power\ P_O = \frac{V_O^2}{R_L}$$

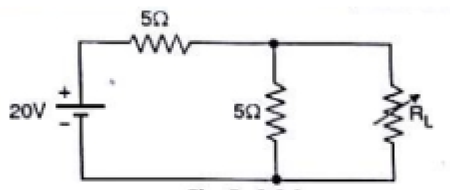
$$V_O = \frac{R_L}{R_L + R_{TH}} \times V_{OC}$$

$$\therefore\ P_O = \frac{(R_L/(R_L + R_{TH}) \times V_{OC})^2}{R_L}$$

$$\therefore\ P_O = \frac{R_L - V_{OC}}{(R_L + R_{TH})^2}$$

उदाहरण 2:

2.लोड प्रतिरोधक RL चे मूल्य जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीट्रान्सफर मिळवण्यासाठी शोधणे



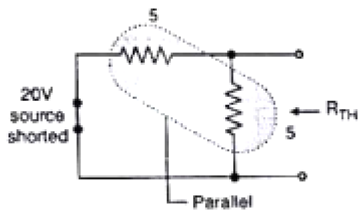
आकृती क्रमांक 2.4.5

आपल्याला थेवेनिनच्या समतुल्य प्रतिरोधक R_{TH} चे मूल्य शोधावे लागेल

$$\therefore \quad R_{TH} = 5\ \Omega || 5\ \Omega = \frac{5\times5}{(5+5)} = 2.5\ \Omega$$

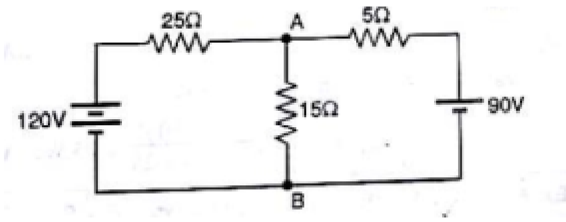
जास्तीत जास्त वीज हस्तांतरण होण्यासाठी,

$R_L = R_{TH} = 2.5\ \Omega$



आकृती क्रमांक 2.4.6

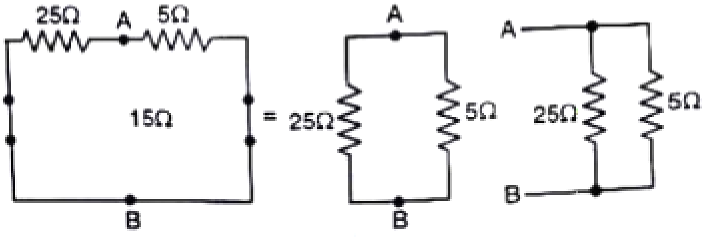
प्रतिरोधकाचे मूल्य निश्चित करणे जे 15Ω च्या जागी कनेक्ट केल्यावर जास्तीत जास्त शक्ती शोषेल



आकृती क्रमांक 2.4.7

पायरी 1:

थेवेनिनच्या प्रतिरोधक शॉर्ट आकृतीची (short circuit) टू विद्युत दाब स्त्रोतांची गणना करण्यासाठी आणि लोड प्रतिरोध काढून टाकण्यासाठी 15 Ω.

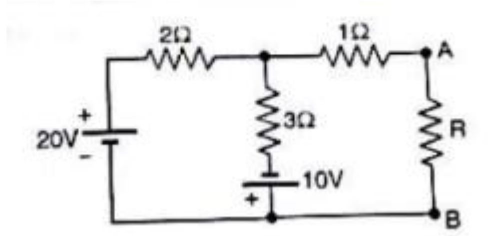


आकृती क्रमांक 2.4.8

$$R_{TH} = 25||5 = \frac{25\times5}{25+5} = \frac{125}{30} = 4.17\ \Omega$$

उदाहरण 3:

3.A-B शाखेतील प्रतिरोधक R चे मूल्य मोजणे, जेणेकरून जास्तीत जास्त विद्युत शक्ती लोडमध्ये (RL) हस्तांतरित होईल

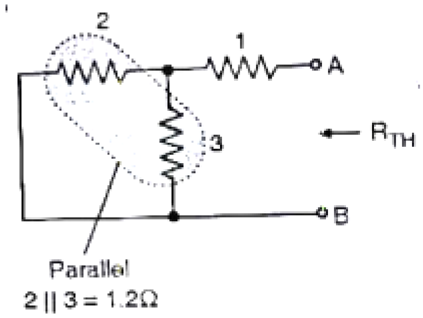


आकृती क्रमांक 2.4.9

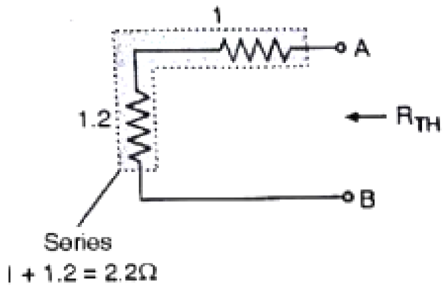
जास्तीत जास्त शक्ती येण्यासाठी, खालील अटी पूर्ण केल्या पाहिजेत.

R = RTH

तर आपण थेवेनिनच्या समतुल्य प्रतिरोधक RTH चे मूल्य शोधू या



आकृती क्रमांक 2,4,10



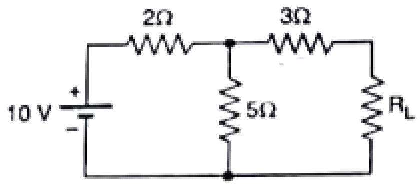
आकृती क्रमांक 2.4.11

$R_{TH} = 1 + 1.2 = 2.2\ \Omega$

जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीट्रान्सफर सुनिश्चित करण्यासाठी ∴ R 6.2 Ω च्या समान असावा

उदाहरण 4:

4.R चे मूल्य मोजणे, जेणेकरून आकृतीमध्ये हस्तांतरित केलेली शक्ती जास्तीत जास्त असेल

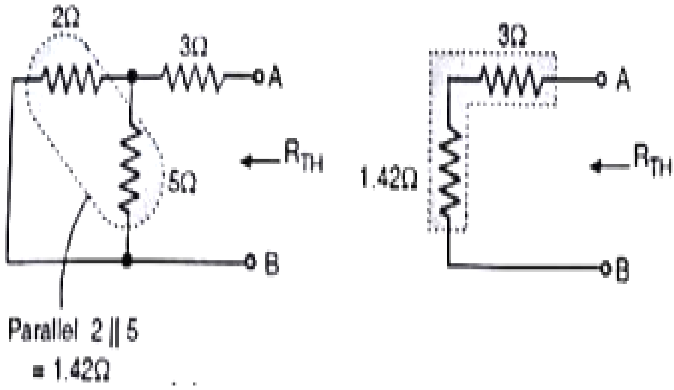


आकृती क्रमांक 2.4.12

पायरी 1:

RTH शोधणे:

विद्युतदाब शॉर्ट आकृती करणे आणि R_L उघडा आणि R_{TH}. शोधणे



आकृती क्रमांक 2.4.13

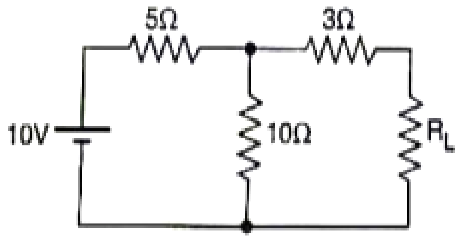
पायरी 2:

RL शोधणे:

कमाल विद्युत शक्तीट्रान्सफरसाठी RL= 4.42Ω

उदाहरण 5:

4.प्रतिरोधक RL (load resistance) चे मूल्य शोधणे आणि त्यात जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीहस्तांतरित करणे.

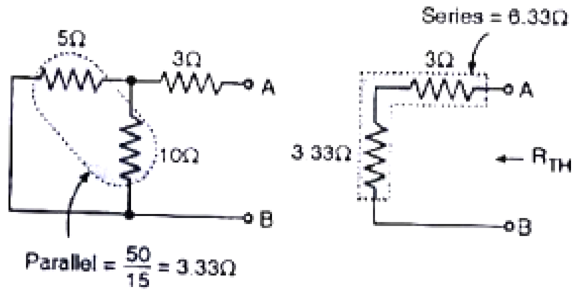


आकृती क्रमांक 2.4.14

पायरी 1:

RTH शोधणे:

विद्युतदाब शॉर्ट आकृती करणे आणि R_1 उघडा आणि RTH शोधणे



आकृती क्रमांक 2.4.15

$$R_{TH} = 6.33\ \Omega$$

पायरी 2:

R_1 शोधणे:

R चे मूल्य, जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीट्रान्सफर असल्याची खात्री करण्यासाठी

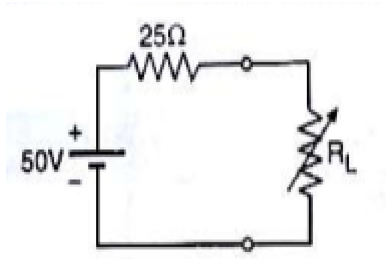
$$R_L = R_{TH}$$

$$R_L = 6.33\ \Omega$$

कमाल विद्युत शक्तीट्रान्सफर प्रमेय सांगा.

उदाहरण 6:

6. आकृतीसाठी (आकृती क्रमांक 2.4.16) लोड प्रतिरोधक असताना लोड प्रतिरोधकचे मूल्य निर्धारित करणे आणि जास्तीत जास्त शक्तीचे मूल्य देखील शोधणे



आकृती क्रमांक 2.4.16

$$R_L = 25\ \Omega$$

कमाल शक्तीचे मूल्य द्वारे दिले जाते,

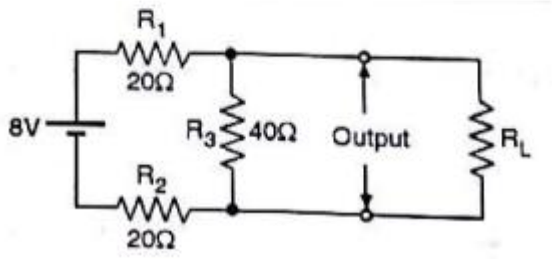
$$P_{L(max)} = \frac{(V_{OC})^2}{4R} = \frac{(50)^2}{4*25} = 25W$$

उदाहरण 7:

आकृतीत दाखवलेल्या (आकृती क्रमांक 2.4.17)

1. लोड प्रतिरोधक RL ज्यामध्ये जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीहस्तांतरित केली जाईल.

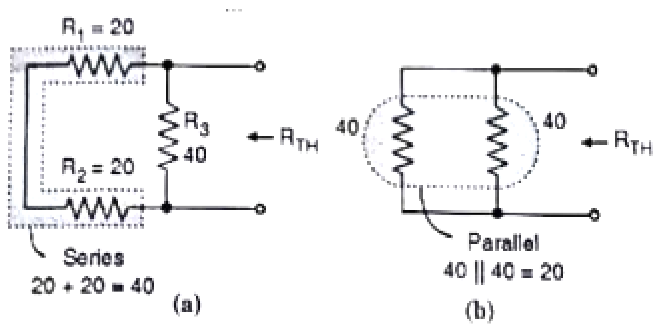
2. RL लोड काढण्यासाठी जास्तीत जास्त शक्ती हस्तांतरित केली जाते.



आकृती क्रमांक 2.4.17

R_L चे मूल्य:

$R_L = R_{TH}$ - तेव्हा जास्तीत जास्त विद्युत शक्तीट्रान्सफर होईल - म्हणून आपल्याला RTH मिळेल

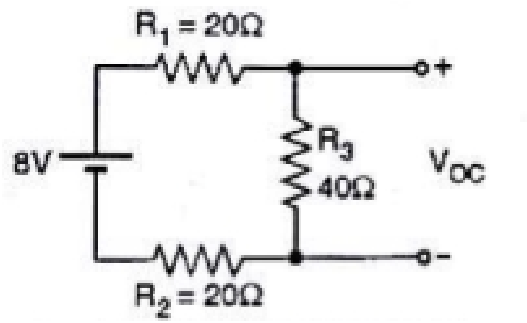


आकृती क्रमांक 2.4.18

$$R_{TH} = 40 \,||\, 40 = 20\ \Omega$$
$$R_L = 20\ \Omega$$

शोधणे: PL max : $\frac{V_{oc}^2}{4R_L}$

$$P_{L\ max} = \frac{V_{oc}^2}{4R_L}$$



आकृती क्रमांक 2.4.19

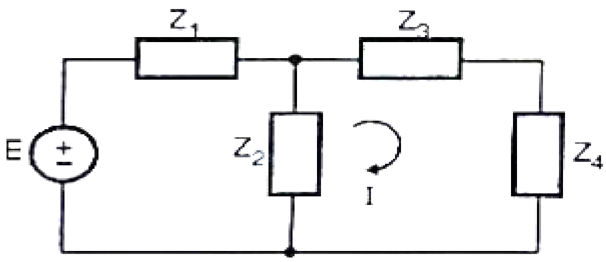
$$V_C = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \times 8V$$

$$Vc = \frac{40}{20+20+40} \times 8 = 4V$$

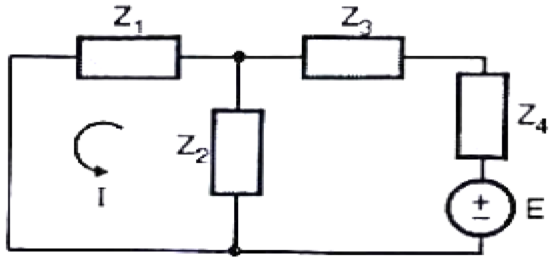
$$\therefore\ P_{L\,max} = \frac{(4)^2}{4 \times 20} = 0.2W$$

2.5 रेसिप्रोसिटी प्रमेय (Reciprocity Theorem)

(आकृती क्रमांक 2.5.1) लूप 1 मध्ये E हे विद्युत दाब आहे तर लूप 2 मध्ये ,I विद्युत प्रवाह आहे पारस्परिकता प्रमेय असे सांगते की E/I चे गुणोत्तर E आणि I च्या स्थानाची अदलाबदल झाली तरीही समान राहते.



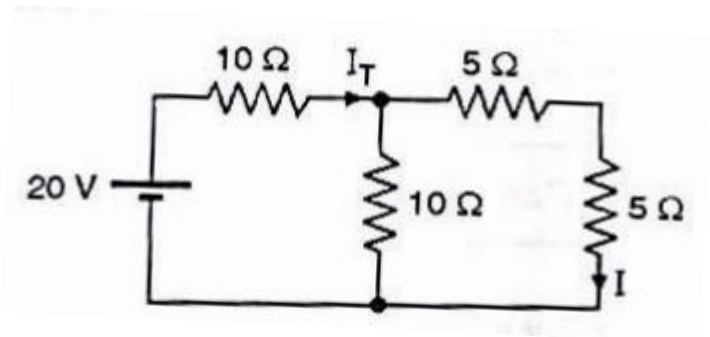
आकृती क्रमांक 2.5.1



आकृती क्रमांक 2.5.2

उदाहरण 1:

1. आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या आकृतीसाठी पारस्परिकता प्रमेय (Reciprocity theorem) सत्यापित करणे



आकृती क्रमांक 2.5.3

पायरी 1:

विद्युत् प्रवाह I शोधणे:

येथे 5Ω आणि 5Ω शृंखलेत (Series)आहेत आणि ते 10Ω च्या समांतर आहे तर हे संयोजन 10Ω सह

मालिकेत आहे अशा प्रकारे एकूण प्रतिरोधक आहे.

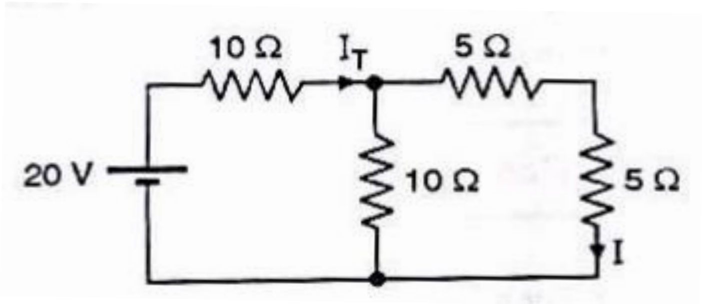
$$Rt = (5+5) \parallel 10 + 10$$

$$= (10 \parallel 10) + 10$$

$$= \frac{100}{20} + 10 = 15\Omega$$

एकूण प्रवाह

$$It = \frac{20}{Rt} = \frac{20}{15} = 1.33A$$



आकृती क्रमांक 2.5.4

सध्याचे विद्युत् प्रवाह विभाजन नियम लागू करणे

$$I = \frac{It \times 10}{10+5+5}$$

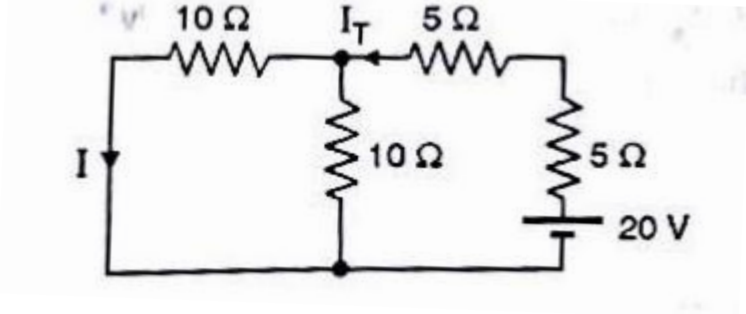
$$= \frac{1.33 \times 10}{20}$$

$$= 0.666A$$

$$\frac{V}{I} = \frac{20}{0.66} = 30$$

पायरी 2 :

विद्युत प्रवाह आणि विद्युत दाब स्त्रोताच्या स्थानांची अदलाबदल करणे



आकृती क्रमांक 2.5.5

येथे 10Ω आणि 10Ω समांतर आहेत आणि नंतर हे संयोजन (5Ω +5Ω) सह (series) मालिकेत आहे

$$R_T = (10 \parallel 10) + (5+5)$$

$$= \frac{100}{20} + 10 = 15$$

एकूण प्रवाह

$$I_T = \frac{20}{15} = 1.33A$$

सध्याचे विद्युत् प्रवाह विभाजन नियम लागू करणे

$$I = \frac{It \times 10}{10+10}$$

$$= \frac{1.33 \times 10}{20} = 0.66$$

$$\frac{V}{I} = \frac{20}{0.66} = 30$$

दोन्ही प्रकरणांमध्ये गुणोत्तर V/I समान आहे, त्यामुळे परस्पर (Reciprocity)प्रमेय सत्यापित केला जातो.

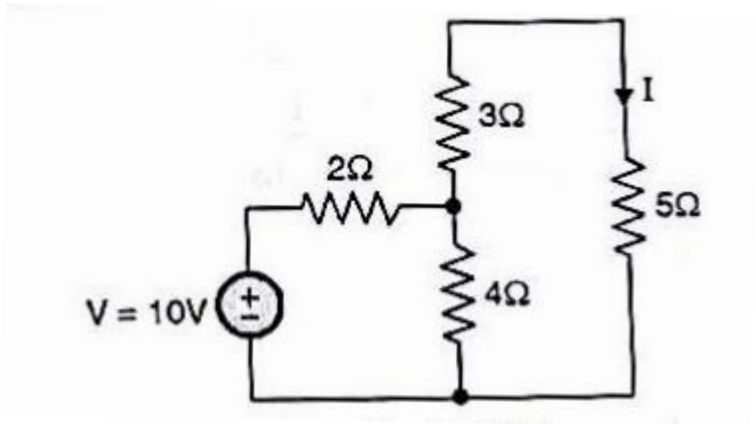
उदाहरण 2:

2. आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या आकृतीसाठी पारस्परिकता प्रमेय सत्यापित करणे

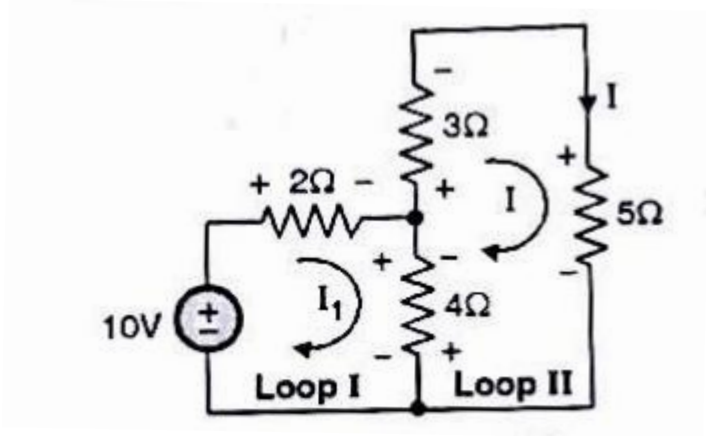
पायरी 1:

विद्युत् प्रवाह I शोधणे:

KVL लागू करणे



आकृती क्रमांक 2.5.6



आकृती क्रमांक 2.5.7

पायरी 1:

विद्युत् प्रवाह I शोधणे:

लूप 1 साठी KVL लागू करणे

10-2I1-4(I1-I) = 0

10-2I1-4I1+4I = 0

6I1-4I = 10.........(1)

लूप 2 साठी KVL लागू करणे

-5I-4(I-I1)-3I = 0

-5I-4I+4I1-3I = 0

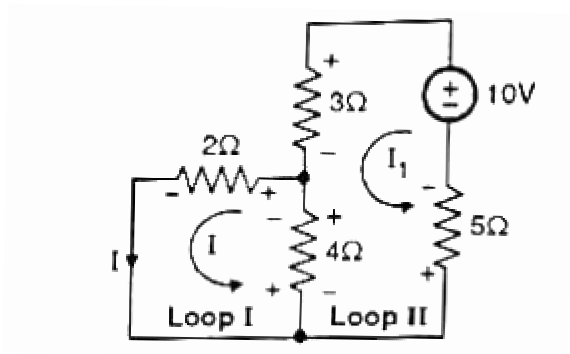
4I1 - 12I = 0....(2)

1 आणि 2 समीकरण सोडवणे

I = 0.7142A

$$\frac{V}{I} = \frac{10}{0.1742} = 14$$

Step 2: विद्युत प्रवाह आणि विद्युत दाब स्त्रोताच्या स्थानांची अदलाबदल करणे



आकृती क्रमांक 2.5.8

लूप 1 साठी KVL लागू करणे

-2I - 4(I1-I) = 0

$$-2I-4I+4I1 = 0$$

$$-6I - 4I1 = 0.........(1)$$

लूप 2 साठी KVL लागू करणे

$$10-3I1 - 4(I-I1) - 5I1 = 0$$

$$10-3I1-4I+4I1-5I1 = 0$$

$$4I-12I1 = -10........(2)$$

1 आणि 2 समीकरण सोडवणे

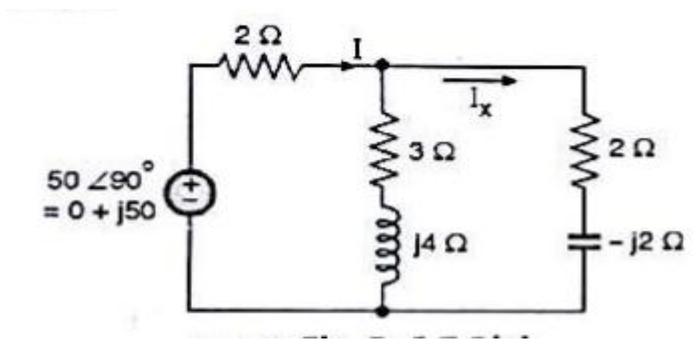
$$I = 0.7142A$$

$$\frac{V}{I} = \frac{10}{0.7142} = 14$$

दोन्ही प्रकरणांमध्ये गुणोत्तर V/I समान आहे, त्यामुळे परस्पर (Reciprocity) प्रमेय सत्यापित केला जातो.

उदाहरण 3:

3.आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या आकृतीसाठी पारस्परिकता प्रमेय सत्यापित करणे



आकृती क्रमांक 2.5.9

पायरी 1 :

Ix शोधणे:

येथे शाखा 2-j2 आणि 3+j4 समांतर आहेत आणि हे संयोजन 2Ω सह मालिकेत आहे त्यामुळे आकृतीचा एकूण

प्रतिबाधा (Impedance) आहे

$$Zt = [(3 + j4)\|(2 - j2)] + 2$$

$$Zt = \frac{(3+j4) \times (2-j2)}{3+j4+2-j2} + 2$$

$$Zt = \frac{14+2j}{5+2j} + 2 = 2.55 - 0.620j + 2$$

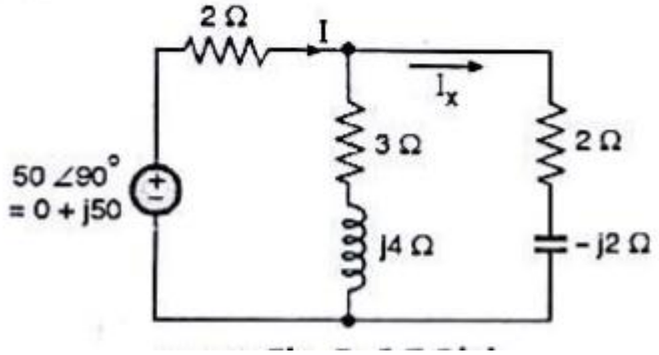
$$Zt = 4.5517-0.620j$$

आता एकूण विद्युत् प्रवाह आहे,

$$I = \frac{50\angle 90}{4.55-0.620j} = \frac{0+j50}{4.55-0.620j}$$

$$= -1.4703+10.7844j$$

विद्युत् प्रवाह विभाग नियम वापरून



आकृती क्रमांक 2.5.10

$$Ix = \frac{I \times (3+j4)}{3+j4+2-j2}$$

$$Ix = \frac{(-1.470+10.78j) \times (3+j4)}{5+j2}$$

$$Ix = \frac{(-47.54+26.47j)}{5+j2}$$

$$Ix = -6.372+7.84j$$

$$\text{Thus, } \frac{V}{Ix} = \frac{0+j50}{-6.372+7.84j}$$

$$= 3.84-3.119j$$

पायरी 2:

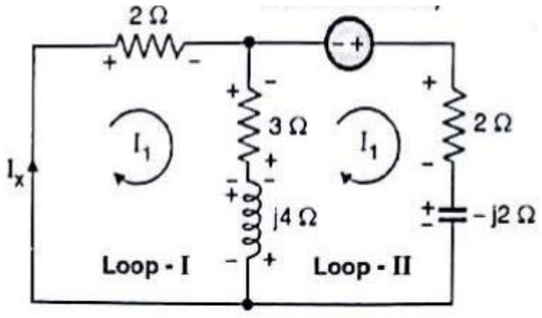
विद्युत प्रवाह आणि विद्युत दाब स्त्रोताच्या स्थानांची अदलाबदल करणे

लूप 1 साठी KVL लागू करणे

$$-2Ix-(3+4j)(Ix-I1) = 0$$

$$-2Ix-Ix(3+4j)+I1(3+4j) = 0$$

$$-Ix(5+4j)+I1(3+4j) = 0$$



आकृती क्रमांक 2.5.11

लूप 2 साठी KVL लागू करणे

$$0+50j-(2-2j)I1-(3+4j)(I1-Ix) = 0$$
$$0+50j-I(2-2j+3+4j)+Ix(3+4j) = 0$$
$$-I1(5+2j)+Ix(3+4j) = -0-50j$$

खालीलप्रमाणे क्रॅमरचा नियम वापरून आपण Ix ची गणना करू:

$$\text{Ix} = \frac{-200+150\text{j}}{(17+30)\ -\ (-7+24\text{j})}$$

$$= \frac{-200+150\text{j}}{24+6\text{j}}$$

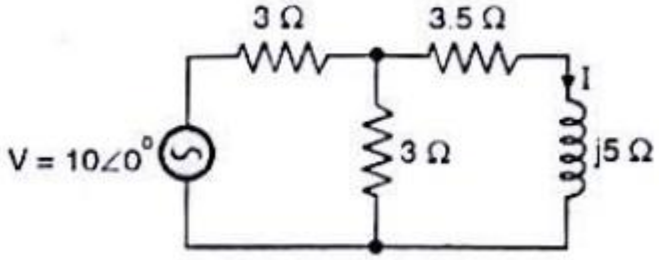
$$\text{Ix} = -6.3725+7.8433\text{j}$$

$$\frac{\text{V}}{\text{Ix}} = \frac{0+50\text{j}}{-6.3723+7.8433\text{j}} \quad = 3.84-3.1198\text{j}$$

दोन्ही प्रकरणांमध्ये गुणोत्तर V/Ix समान आहे, त्यामुळे परस्पर (Reciprocity)प्रमेय सत्यापित केला जातो.

उदाहरण 4:

4. आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या आकृतीसाठी पारस्परिकता प्रमेय सत्यापित करणे



आकृती क्रमांक 2.5.12

पायरी 1:

विद्युत् प्रवाह I शोधणे:

आकृतीचा एकूण प्रतिबाधा j5 आणि 3.5 Ω मालिकेत आहेत म्हणून मोजला जातो, तो 3Ω च्या समांतर आहे

आणि नंतर हे संयोजन 3Ω सह मालिकेत आहे.

$$Zt = [(3.5 + j5) \parallel 3)\ ] + 3$$

$$= \frac{((3.5+j5)\times 3}{3.5+j5+3} +3$$

$$= \frac{10.5+15j}{6.5+j5}+3$$

$$= 2.13 + 0.6691j + 3$$

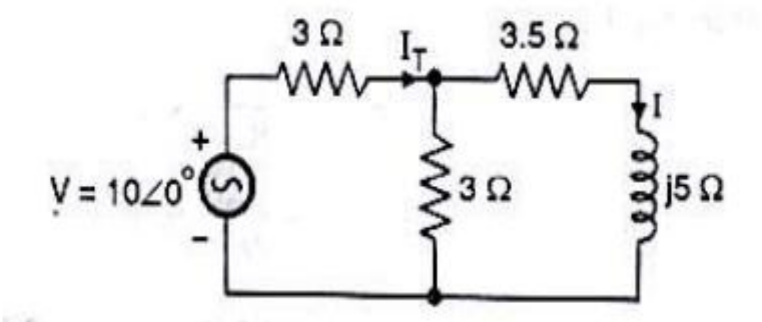
$$= Zth = 5.13 + 0.6691j$$

आता एकूण विद्युत् प्रवाह आहे,

$$It = \frac{10\angle 0}{5.13+0.6691j} = \frac{10+j0}{5.13+0.6691j}$$

$$= 1.9167 - 025j$$

आकृतीचा विचार करणे



आकृती क्रमांक 2.5.13

विद्युत् प्रवाह विभाग नियम वापरून

$$I = \frac{It \times 3}{3 + 3.5 + j5}$$

$$= \frac{(1.9167 - 0.25j) \times 3}{6.5 + 5j}$$

$$= \frac{(\mathbf{5.7501 - 0.75j})}{\mathbf{6.5 + 5j}}$$

$$= \mathbf{0.5 - 0.5j}$$

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{\mathbf{10+j0}}{\mathbf{0.5-0.5j}} = 10+10j$$

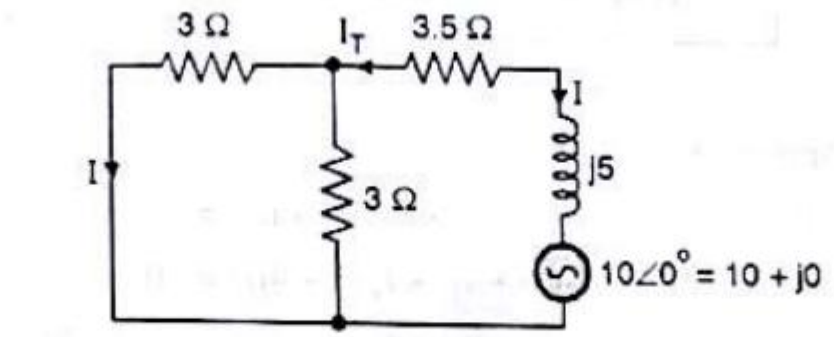
पायरी 2:

विद्युत प्रवाह आणि विद्युत दाब स्त्रोताच्या स्थानांची अदलाबदल करणे

$$Z_t = (3 \parallel 3)+3.5+5j = 5+5j$$

एकूण विद्युत् प्रवाह आहे

$$I_t = \frac{10+j0}{5+j5} = 1-1j$$



आकृती क्रमांक 2.5.14

विद्युत् प्रवाह विभाग नियम वापरून

$$\mathbf{I} = \frac{(1-1j)\times 3}{3+3} = \frac{3-3j}{6} = 5\text{-}0.5j$$

$$\frac{V}{I} = \frac{10+j0}{0.5-0.5j} = 10+10j$$

दोन्ही प्रकरणांमध्ये गुणोत्तर V/I समान आहे, त्यामुळे परस्पर (Reciprocity)प्रमेय सत्यापित केला जातो.

विशिष्ट शिक्षण/कौशल्य विकासासाठी (स्वयं शिक्षण) सुचविलेले लघुप्रकल्प/तुम्हाला नेमून दिलेले काम; नियतकर्म /क्रियाकलाप

लघुप्रकल्प

1. प्रतिरोधक आणि DC स्त्रोतांच्या (source) योग्य मूल्यासह सुपरपोझिशन प्रमेयावर (Superposition theorem) प्रयोग करण्यासाठी एक प्रात्यक्षिक किट तयार करणे.
2. प्रतिरोधक आणि DC स्त्रोतांच्या (source) योग्य मूल्यासह थेवेनिनच्या प्रमेयावर (Thevenin's theorem) प्रयोग करण्यासाठी एक प्रात्यक्षिक किट तयार करणे.
3. प्रतिरोधक आणि DC स्त्रोतांच्या (source) योग्य मूल्यासह नॉर्टनच्या प्रमेयावर (Norton's theorem) प्रयोग करण्यासाठी एक प्रात्यक्षिक किट तयार करणे.
4. प्रतिरोधक आणि DC स्त्रोतांच्या (source) योग्य मूल्यासह जास्तीत जास्त पॉवर ट्रान्सफर प्रमेयावर (Maximum power transfer theorem) प्रयोग करण्यासाठी प्रायोगिक किट तयार करण्यासाठी प्रात्यक्षिक किट तयार करणे.
5. प्रतिरोधक आणि डीसी स्त्रोतांच्या योग्य मूल्यासह पारस्परिकता प्रमेयावर (Reciprocity theorem) प्रयोग करण्यासाठी प्रायोगिक किट तयार करण्यासाठी प्रात्यक्षिक किट तयार करणे.

तुम्हाला नेमून दिलेले काम; नियतकर्म.

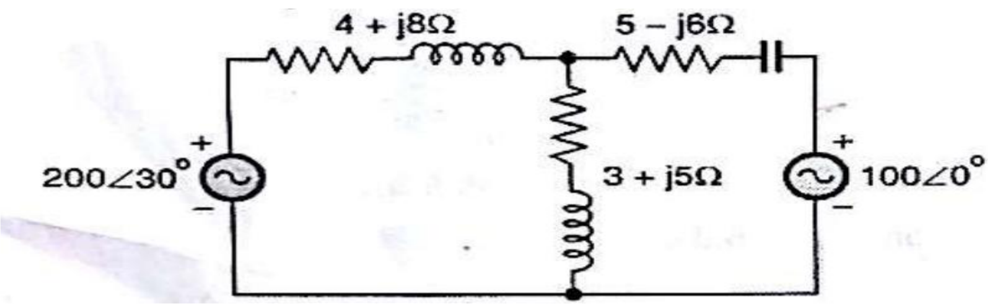
1. सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून जटिल आकृती (complex circuit) सुलभ करणे आणि दिलेल्या आकृतीसाठी समतुल्य आकृती (circuit) काढणे
2. थेवेनिनचे प्रमेय वापरून जटिल आकृती (complex circuit) सुलभ करणे आणि दिलेल्या आकृतीसाठी समतुल्य आकृती (circuit) काढणे
3. नॉर्टनचे प्रमेय वापरून जटिल आकृती (complex circuit) सुलभ करणे आणि दिलेल्या आकृतीसाठी समतुल्य आकृती (circuit) काढणे
4. जास्तीत जास्त पॉवर ट्रान्सफर करण्यासाठी पॉवर ट्रान्सफरचे प्रमेय वापरून जटिल आकृती (circuit) सुलभ करणे आणि दिलेल्या आकृतीसाठी समतुल्य आकृती (circuit) काढणे
5. रेसिप्रोसिटी प्रमेय वापरून जटिल आकृती (complex circuit) सुलभ करणे आणि दिलेल्या आकृतीसाठी समतुल्य आकृती (circuit) काढणे

क्रियाकलाप

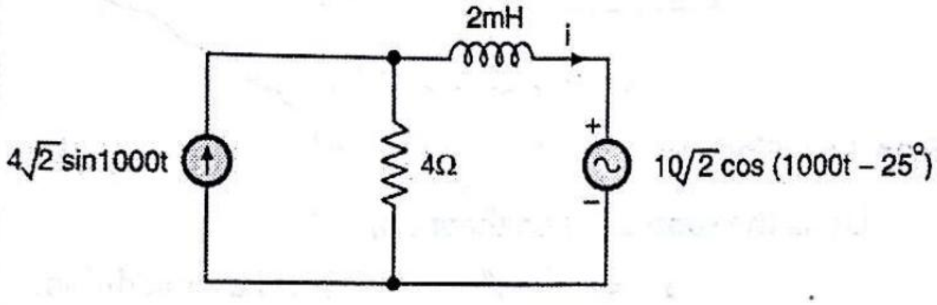
1. आभासी प्रयोगशाळेत विविध आकृती प्रमेयांचे सत्यापन (https://asnm-iitkgp.vlabs.ac.in/)
2. सिम्युलेशन सॉफ्टवेअर (MATLAB, PSPICE) वापरून विविध आकृती प्रमेयांची पडताळणी

स्वयं-शिक्षण समस्या आणि प्रश्न

1. सुपरपोझिशन प्रमेय लिहा
2. सुपरपोझिशन प्रमेय वापरून प्रतिबाधा (Impedance) 3+j5 द्वारे विद्युतप्रवाह शोधणे

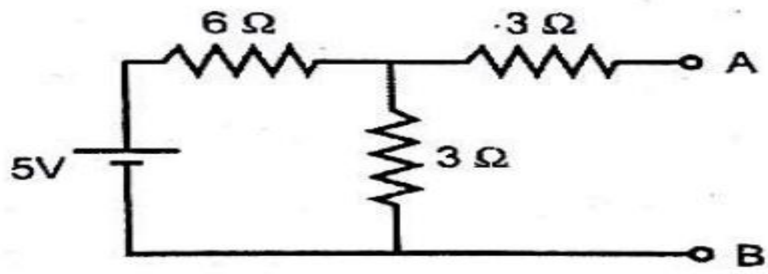


3. आकृतीमध्ये I शोधण्यासाठी सुपरपोझिशन प्रमेय वापरणे

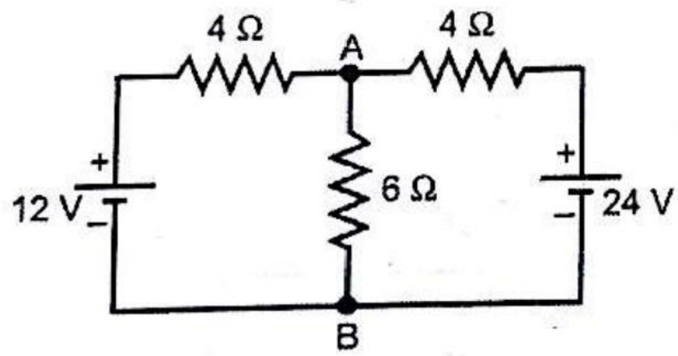


4. थेवेनिनचे प्रमेय लिहा

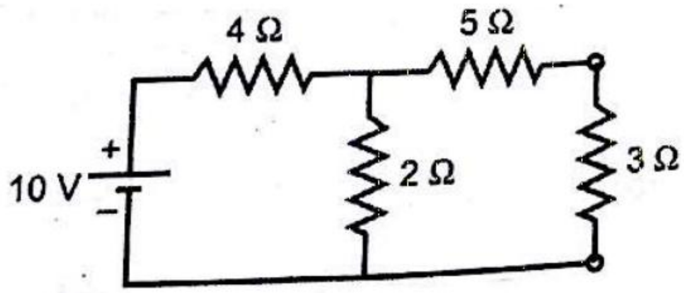
5. खाली दर्शविलेल्या आकृतीसाठी थेवेनिनचे समतुल्य आकृती (circuit) मिळवा



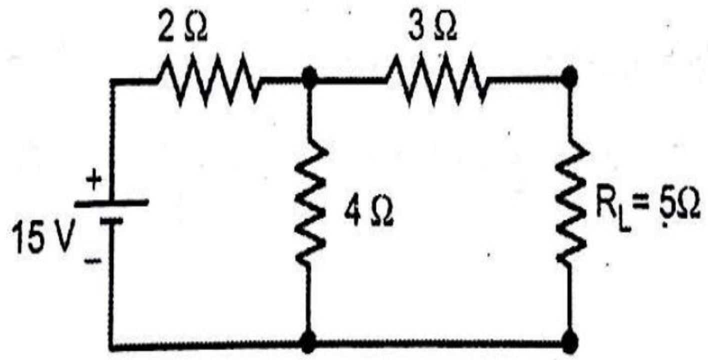
6. खालील आकृतीत दर्शविलेले आकृती (circuit) थेवेनिनच्या आकृतीमध्ये (circuit) रूपांतरित करणे



7. नॉर्टन प्रमेय लिहा
8. नॉर्टनचे प्रमेय वापरून 3Ω प्रतिरोधक द्वारे विद्युत् प्रवाह शोधणे

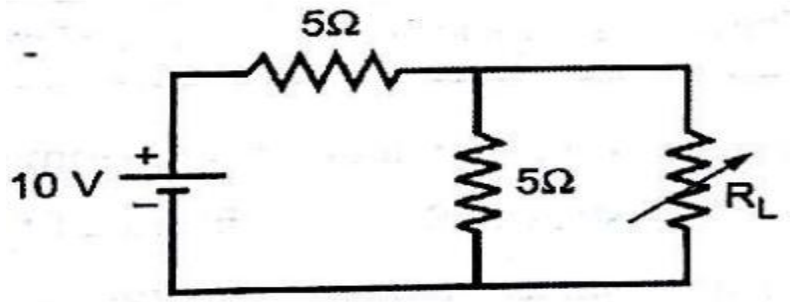


9. नॉर्टनचे प्रमेय वापरून 5 Ω प्रतिरोधाद्वारे विद्युत् प्रवाह शोधणे

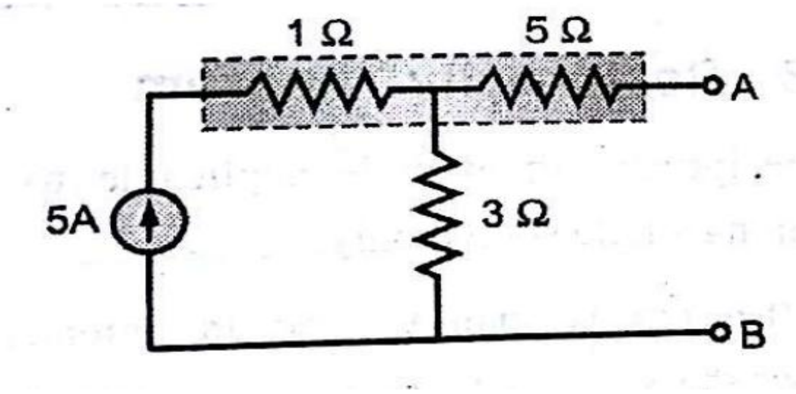


10. कमाल शक्ती हस्तांतरण प्रमेय लिहा
11. लोड प्रतिरोधक RL चे मूल्य शोधणे जेणेकरून लोड करण्यासाठी जास्तीत जास्त पॉवर ट्रान्सफर

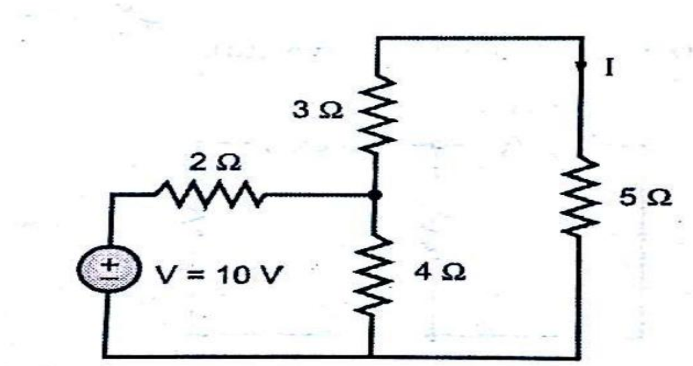
होईल



12. AB वर लोड प्रतिरोधकचे मूल्य शोधणे जेणेकरुन जास्तीत जास्त वीज वापरणे देखील त्याद्वारे वापरली जाणारी जास्तीत जास्त वीज शोधणे.



13. पारस्परिकता प्रमेय लिहा
14. विद्युत दाब आणि विधुयत प्रवाहसाठी परस्पर (Reciprocity) प्रमेय सत्यापित करणे



संदर्भ:

Sr.No	Author	Title	Publisher with ISBN Number
1	Ravish R Sihngh	Network Analysis and Synthesis	Me Graw Hill Education (India) Pvt. Ltd. ISBN: 978-1-25-906295-7
2	Boylested R.L.	Introductory Circuit Analysis	Wheeler New Delhi, 2013,ISBN: 978-0023131615
3	Theraja B.L.,Theraja A.K.	A Text book of Electrical Technology Vol-I	S. Chand and Co. New Delhi, 2006 ISBN:978- 81-219-2440-5
4	Mittal V.N., Mittal Arvind	Basic Electrical Engineering	McGraw Hill Education, Noida,2005,ISBN: 978007093572

युनिट 3
टू पोर्ट नेटवर्कचे विश्लेषण
(Analysis of Two Port Network)

विषय निष्पत्ती (Course Outcome):

टू पोर्ट नेटवर्कचे सर्किट पॅरामीटर्स निश्चित करणे .

(Determine the circuit parameters of two port network)

घटक निष्पत्ती (Unit Outcome):

3.1 दिलेल्या नेटवर्कच्या प्रकारांमध्ये फरक करणे.

Differentiate the given types of networks.

3.2 दिलेल्या सर्किट मधील Z,Y पॅरामीटरची गणना करणे .

Calculate Z, Y parameters of the given circuit.

3.3 दिलेल्या सर्किट मधील ABCD पॅरामीटर शोधणे.

Find the ABCD parameters of the given circuit.

3.4 टू पोर्ट नेटवर्क सिरिज, समांतर आणि कॅसकेड कॉन्फिगरेशन मध्ये जोडणे आणि आउटपुटचे विश्लेषण करणे.

Connect two port networks in series, parallel and cascade configuration and analyze the output.

3.5 अटेन्युएटरचे प्रकार आणि अनुप्रयोग यांची यादी करणे.

List the types and applications of attenuator.

3.6 निष्क्रिय फिल्टरचे प्रकार आणि अनुप्रयोग यांची यादी करणे.

List the types and applications of passive filters.

परिचय (Introduction) :

टू-पोर्ट नेटवर्कचे विश्लेषण जटिल(Complicated) विद्युत सर्किट, प्रणाली(Systems) आणि उपकरणाच्या (Device) वर्तन आणि वैशिष्ट्यांबद्दल उपयुक्त माहिती प्रदान करते. विद्युत अभियांत्रिकी, दूरसंचार आणि इलेक्ट्रॉनिक्स यासह विविध क्षेत्रातील टू-पोर्ट नेटवर्क हे मूलभूत घटक आहेत.टू-पोर्ट नेटवर्कमध्ये टर्मिनलच्या टू जोड्या असतात ज्याद्वारे विद्युत सिग्नल जाऊ शकतात. टू-पोर्ट नेटवर्क्सच्या विश्लेषणामध्ये सर्किट सिद्धांत(Theorem), रेखीय बीजगणित आणि सिग्नल प्रोसेसिंगमधील तत्त्वे लागू करणे हे समाविष्ट आहे. प्रवर्धन (Amplifier), फिल्टर्स, अँटेना, पारेषण वाहिनी (Transmission Line)आणि संप्रेषण प्रणाली (Communication System) सह विविध अनुप्रयोगांमध्ये (Application) टू-पोर्ट नेटवर्कचे विश्लेषण महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावते. टू-पोर्ट नेटवर्कचे वैशिष्ट्य सांगण्यासाठी विविध पद्धती अस्तित्वात आहेत. यामध्ये इम्पीडन्स पॅरामीटर्स (Impedance Parameters), ॲडमिटन्स पॅरामीटर्स (Admittance Parameters) आणि स्कॅटरिंग पॅरामीटर्स (Scattering Parameters) समाविष्ट आहेत. अशाप्रकारे अभियंत्यांसाठी टू-पोर्ट नेटवर्कचे विश्लेषण हे कार्यक्षम(Efficient) आणि ऑप्टिमाइज(Optimise) इलेक्ट्रॉनिक सर्किट तसेच प्रणाली(System) डिझाइन करण्यामध्ये महत्वपूर्ण भूमिका बजावते.

3.1.नेटवर्कचे प्रकार (Types of Network):

परस्पर जोडलेले अणुविद्युत (Electronic) घटक किंवा विशिष्ट कार्य करणाऱ्या उपकरणांचा संग्रह यांस नेटवर्क (Network) असे म्हटले जाते. नेटवर्कमध्ये सक्रिय आणि निष्क्रिय घटकांचा समावेश होतो. नेटवर्कचे वर्तन हे त्यातील घटकांच्या वर्तनावर आणि वैशिष्ट्यांवर अवलंबून असते.
अशाप्रकारे वैशिष्ट्यांच्या आधारे नेटवर्कचे वर्गीकरण खालीलप्रमाणे केले जाऊ शकते.

i) स्त्रोतांच्या उपस्थिती किंवा अनुपस्थितीवर आधारित -

ॲक्टिव्ह नेटवर्क (Active Network)
प्यासीव नेटवर्क (Passive Network)

ii) विद्युत् प्रवाहाच्या दिशेवर आधारित -

बायलेटरल नेटवर्क (Bilateral Network)
युनिलॅटरल नेटवर्क (Unilateral Network)

iii) रेखीयतेवर आधारीत -

लिनिअर नेटवर्क (Linear Network)
नॉनलिनीअर नेटवर्क (Nonlinear Network)

iv) विद्युत परिणामांवर आधारीत -

सिमेट्रिकल नेटवर्क (Symmetrical Network)
असिमेट्रिकल नेटवर्क (Asymmetrical Network)

v) सर्किटमधील पोर्ट्सवर आधारित -

सिंगल पोर्ट नेटवर्क (Single Port Network)
टू पोर्ट नेटवर्क (Two Port Network)

विविध प्रकारच्या नेटवर्कची व्याख्या खालीलप्रमाणे करता येते **:-**

1. ॲक्टिव्ह नेटवर्क (Active Network):

ज्या नेटवर्कमध्ये ऊर्जा (Energy) पुरवठ्यासाठी निष्क्रिय घटकासह कमीत कमी एक विद्युत दाब**(Voltage)** किंवा विद्युत प्रवाह**(Current)** स्त्रोत असतो,त्यास सक्रिय नेटवर्क असे म्हणतात.

2. प्यासीव नेटवर्क (Passive Network):

ज्या नेटवर्कमध्ये ऊर्जा पुरवठ्यासाठी सक्रिय घटकासह एकही विद्युत दाब**(Voltage)** किंवा विद्युत प्रवाह**(Current)** स्त्रोत नसतो,त्यास निष्क्रिय नेटवर्क असे म्हणतात.

3. बायलेटरल नेटवर्क (Bilateral Network):

ज्याचे गुणधर्म किंवा वैशिष्ट्ये दोन्ही दिशेने समान आहेत त्यास द्विपक्षीय नेटवर्क असे म्हणतात.

4. युनिलॅटरल नेटवर्क (Unilateral Network):
ज्याचे गुणधर्म किंवा वैशिष्ट्ये त्याच्या ऑपरेशनच्या दिशेने बदलतात त्यास एकतर्फी नेटवर्क असे म्हणतात.

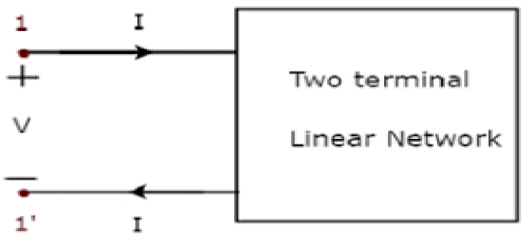
5. लिनिअर नेटवर्क (Linear Network):
रेखीय नेटवर्क म्हणजे ज्याचे पॅरामीटर्स वेळेनुसार स्थिर असतात आणि ते व्होल्टेज किंवा विद्युत् प्रवाहाने बदलत नाहीत. रेखीय नेटवर्क ओहमच्या कायद्याचे (Ohm's law) गुणधर्म पाळतात.

6. नॉनलिनीअर नेटवर्क (Nonlinear Network):
अरेखीय नेटवर्क असे आहे ज्याचे पॅरामीटर व्होल्टेज किंवा विद्युत प्रवाहसह बदलतात. अरेखीय नेटवर्क ओहमच्या कायद्याचे (Ohm's law)गुणधर्म पाळत नाहीत.

7. सिमेट्रिकल नेटवर्क (Symmetrical Network):
जेव्हा इनपुट आणि आउटपुट टर्मिनल्सची अदलाबदल करूनही नेटवर्कच्या विद्युत गुणधर्मांवर परिणाम होत नाहीत. अश्या नेटवर्कला सममितीय (symmetrical)नेटवर्क म्हणतात.

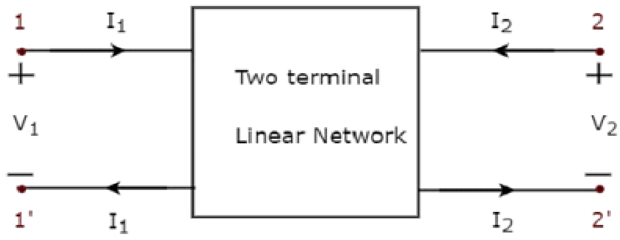
8. असिमेट्रिकल नेटवर्क (Asymmetrical Network):
जेव्हा इनपुट आणि आउटपुट टर्मिनल्सची अदलाबदल केल्यानंतर नेटवर्कच्या विद्युत गुणधर्मांवर परिणाम होतो. अश्या नेटवर्कला असममितीय नेटवर्क म्हणतात.

9. सिंगल पोर्ट नेटवर्क (Single Port Network):
एक पोर्ट नेटवर्क हे असे विद्युत नेटवर्क आहे ज्यामध्ये विद्युत प्रवाह एका टर्मिनलमधून प्रवेश करतो आणि दुसऱ्या टर्मिनलमधून बाहेर जातो.



आकृती क्र.3.1. एक पोर्ट नेटवर्क

10. टू पोर्ट नेटवर्क (Two Port Network):
टू पोर्ट नेटवर्क हे असे विद्युत नेटवर्क आहे ज्यामध्ये विद्युत प्रवाह एका पोर्टच्या टर्मिनलमधून प्रवेश करतो आणि दुसऱ्या पोर्टच्या टर्मिनलमधून बाहेर जातो.



आकृती क्र.3.2. टू पोर्ट नेटवर्क

3.2.1. ओपन-सर्किट इम्पीडन्स पॅरामीटर्स (Z पॅरामीटर्स) :

टू-पोर्ट नेटवर्कचे Z पॅरामीटर्स टू-पोर्ट विद्युत प्रवाह I_1 आणि I_2 च्या संदर्भात टू-पोर्ट विद्युत दाब V_1 आणि V_2 व्यक्त करून परिभाषित केले जाऊ शकतात.
मॅट्रिक्स स्वरूपात, आपण असे लिहू शकतो

$$(V_1, V_2) = f(I_1, I_2) \qquad \text{.............} (3.1)$$

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} V_2 \qquad \text{....................} (3.2)$$

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} V_2 \qquad \text{....................} (3.3)$$

मॅट्रिक्स स्वरूपात Z पॅरामीटर खालीलप्रमाणे आहेत,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$[V] = [Z]\,[I] \qquad \text{...................................} (3.4)$$

दिलेल्या नेटवर्कसाठी वैयक्तिक Z पॅरामीटर्स प्रत्येक पोर्ट विद्युत प्रवाह शून्याच्या समान सेट करून परिभाषित केले जाऊ शकतात.

केस 1 : जेव्हा आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट केले जाते,

$$I_2 = 0$$

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \quad (\text{जेव्हा } I_2 = 0) \qquad \text{...............................} (3.5)$$

जेथे Z_{11} हे आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट असलेले ड्रायव्हिंग पॉइंट इम्पीडन्स आहे. याला ओपन -सर्किट इनपुट इम्पीडन्स देखील म्हणतात.
त्याचप्रमाणे,

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \quad (\text{जेव्हा } I_2 = 0) \qquad \text{...........................} (3.6)$$

जेथे Z_{21} हे आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट असलेले ट्रान्सफर इम्पीडन्स आहे. याला ओपन -सर्किट फॉरवर्ड ट्रान्सफर इम्पीडन्स असेही म्हणतात.
केस 2 : जेव्हा इनपुट पोर्ट ओपन सर्किट केले जाते.

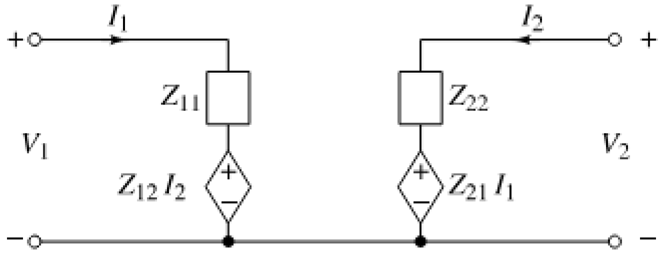
$$I_1 = 0$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \quad (\text{जेव्हा } I_1 = 0) \qquad \text{.......................................} (3.7)$$

जेथे Z_{12} हे इनपुट पोर्ट ओपन सर्किट केलेले ट्रान्सफर इम्पीडन्स आहे. त्याला ओपन सर्किट रिव्हर्स ट्रान्सफर इम्पीडन्स असेही म्हणतात.
त्याचप्रमाणे,

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \quad (\text{जेव्हा } I_1 = 0) \qquad \text{..............................(3.8)}$$

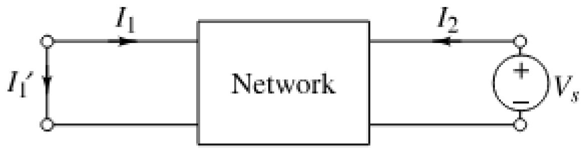
जेथे Z_{22} हा ओपन सर्किट ड्रायव्हिंग पॉइंट इम्पीडन्स आहे ज्यामध्ये इनपुट पोर्ट ओपन सर्किट केलेले आहे. याला ओपन सर्किट आउटपुट इम्पीडन्स देखील म्हणतात. हे इम्पीडन्स पॅरामीटर इनपुट किंवा आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किटसह मोजले जात असल्याने, त्यांना ओपन सर्किट इम्पीडन्स पॅरामीटर म्हणतात.
Z पॅरामीटरच्या दृष्टीने टू पोर्ट नेटवर्कचे समतुल्य सर्किट आकृती क्र.3.3 मध्ये दर्शविले आहे.



आकृती क्र.3.3. टू पोर्ट नेटवर्कचे समतुल्य सर्किट

रेसिप्रोसिटी अट (Condition for Reciprocity):

एक्सआयटेशन (Excitation) आणि प्रतिसाद (Response) यांची अदलाबदल झाल्यास जर एका पोर्ट वरील एक्सआयटेशन (Excitation) प्रमाण आणि दुसऱ्या पोर्ट वरील प्रतिसादाचे (Response) प्रमाण (Ratio) समान असेल तर नेटवर्क परस्पर (Reciprocal) आहे असे म्हटले जाते.



आकृती क्र.3.4 (अ)

अ) आकृती क्र.3.4 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असताना इनपुट पोर्टवर विद्युत दाब(Voltage) Vs दिल्यास ,

$$V_1 = V_s$$

$$V_2 = 0$$

$$I_2 = -I'_2$$

Z- पॅरामीटर समीकरणांमधून,

$$V_s = Z_{11} I_1 - Z_{12} I'_2$$

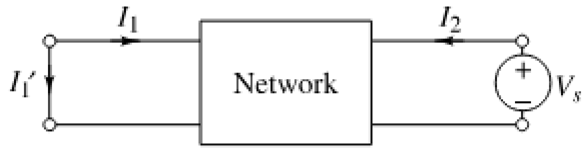
$$0 = Z_{21} I_1 - Z_{22} I'_2$$

$$I_1 = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} I'_2$$

$$V_s = Z_{11} \frac{Z_{22}}{Z_{21}} I_2' - Z_{12} I'_2$$

$$\frac{V_S}{I'_2} = \frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}\,Z_{21}}{Z_{21}}$$

ब) इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असताना आउटपुट पोर्टवर विद्युत दाब(Voltage) Vs दिल्यास ,



आकृती क्र.3.4 (ब)

$$V_2 = V_s$$

$$V_1 = 0$$

$$I_1 = -I_1'$$

Z- पॅरामीटर समीकरणांमधून,

$$V_s = -Z_{21}\, I_1' + Z_{22}\, I_2$$

$$0 = -Z_{11}\, I_1' + Z_{12}\, I_{2'}$$

$$I_2 = \frac{Z_{11}}{Z_{12}}\, I_{1'}$$

$$V_s = Z_{22}\, \frac{Z_{11}}{Z_{12}}\, I_{1'} - Z_{21}\, I_{1'}$$

$$\frac{V_S}{I'_1} = \frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}\,Z_{21}}{Z_{12}}$$

म्हणून, नेटवर्क परस्पर असण्यासाठी,

$$\frac{V_S}{I'_1} = \frac{V_S}{I'_2}$$

म्हणजे

$$Z_{12} = Z_{21} \quad \text{........................(3.9)}$$

सिमेट्री अट (Condition for Symmetry):

नेटवर्क सममितीय(Symmetrical) असण्यासाठी, एका पोर्टवरील विद्युत दाब-टू-विद्युत प्रवाह गुणोत्तर (Voltage to Current Ratio) दुसऱ्या पोर्टवरील विद्युत दाब-टू-विद्युत प्रवाह गुणोत्तर एवढेच असले पाहिजे ज्यामध्ये एक पोर्ट ओपन सर्किट केलेले असेल.

अ) जेव्हा आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट केले जाते, म्हणजे, $I_2 = 0$

Z- पॅरामीटर समीकरणातून,

$$V_s = Z_{11}\, I_1$$

$$\frac{V_S}{I_1} = Z_{11}$$

ब) जेव्हा इनपुट पोर्ट ओपन सर्किट केले जाते, म्हणजे, $I_1 = 0$

Z- पॅरामीटर समीकरणातून,

$$V_s = Z_{22} I_2$$

$$\frac{V_S}{I_2} = Z_{22}$$

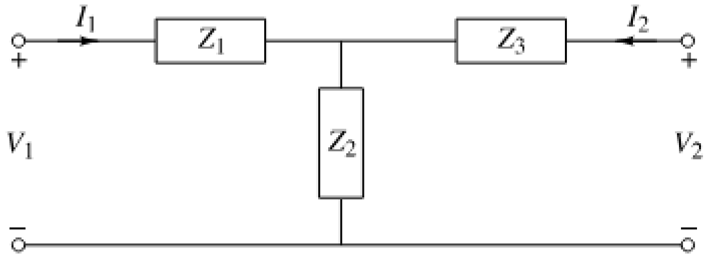
म्हणून, नेटवर्क सममितीय असण्यासाठी,

$$\frac{V_S}{I_1} = \frac{V_S}{I_2}$$

$$Z_{11} = Z_{22} \qquad \text{........................ (3.10)}$$

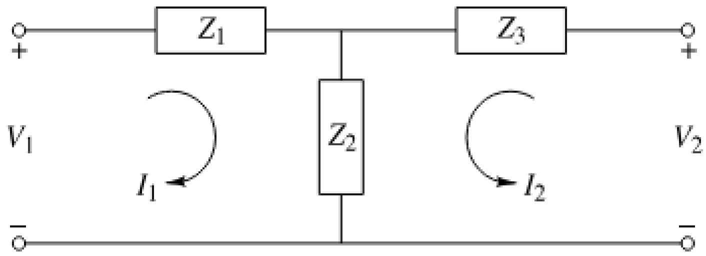
सोडविलेली उदाहरणे :

प्रश्न क्र 1 : आकृती क्र.3.5 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी Z- पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र.3.5

उत्तर :



आकृती क्र.3.6

मेष 1 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

$$V_1 = Z_1 I_1 + Z_2 (I_1 + I_2)$$

$$= (Z_1 + Z_2) I_1 + Z_2 I_2 \qquad \text{...............................(i)}$$

मेष 2 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

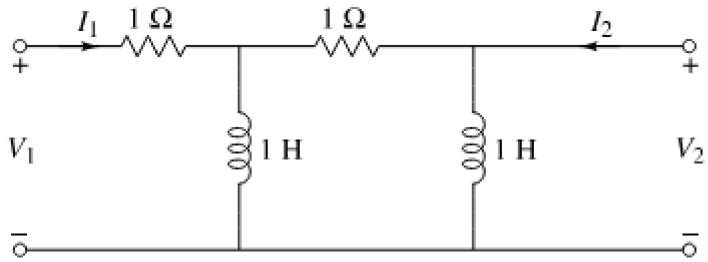
$$V2 = Z3\ I2 + Z2\ (I1 + I2)$$

$$= Z_2 I_1 + (Z_2 + Z_3) I_2 \qquad \text{...............................(ii)}$$

समीकरण (i) आणि (ii) ची Z पॅरामीटर समीकरणाशी तुलना करून ,

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

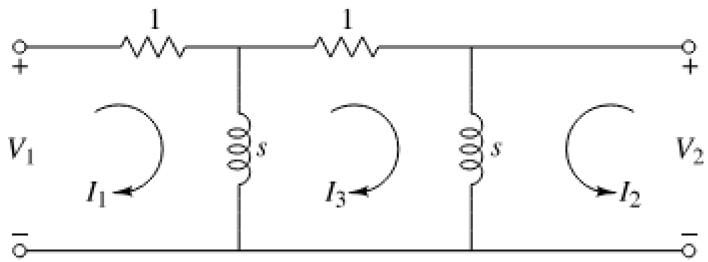
प्रश्न क्र 2 : आकृती क्र.3.7 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी Z- पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र.3.7

उत्तर :

रूपांतरित नेटवर्क आकृती क्र.3.8 मध्ये दर्शविले आहे.



आकृती क्र.3.8

मेष 1 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

$V_1 = (s + 1)\, I_1 - sI_3$ ....(i)

मेष 2 वर केवीएल (KVL) लागू करून,

$V_2 = sI_2 + sI_3$ ....(ii)

मेष 2 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

$-sI_1 + sI_2 + (2s + 1)I_3 = 0$

$I_3 = \frac{s}{2s+1} I_1 - \frac{s}{2s+1} I_2$ ....(iii)

समीकरण (iii) समीकरण (i) मध्ये ठेवून ,

$$V_1 = (s + 1)I_1 - s \left\{ \frac{s}{2s+1} I_1 - \frac{s}{2s+1} I_2 \right\}$$

$$= \left\{\frac{s^2+3s+1}{2s+1}\right\} I_1 + \left\{ \frac{s^2}{2s+1} \right\} I_2$$ ....(iv)

समीकरण (iii) समीकरण (ii) मध्ये ठेवून ,

$$V_2 = sI_2 + s\left\{\frac{s}{2s+1}I_1 - \frac{s}{2s+1}I_2\right\}$$

$$= \left\{\frac{s^2}{2s+1}\right\}I_1 + \left\{\frac{s^2+s}{2s+1}\right\}I_2 \quad \text{.................................(v)}$$

समीकरण (iv) आणि (v) ची Z पॅरामीटर समीकरणाशी तुलना करून,

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s^2+3s+1}{2s+1} & \frac{s^2}{2s+1} \\ \frac{s^2}{2s+1} & \frac{s^2+s}{2s+1} \end{bmatrix}$$

3.2.2 शॉर्ट सर्किट ॲडमिटन्स पॅरामीटर्स (Y पॅरामीटर्स)

टू-पोर्ट नेटवर्कचे Y पॅरामीटर्स टू-पोर्ट व्होल्टेज V_1 आणि V_2 च्या संदर्भात टू-पोर्ट प्रवाह I_1 आणि I_2 व्यक्त करून परिभाषित केले जाऊ शकतात.

$$(I_1, I_2) = f(V_1, V_2) \quad \text{..........................(3.11)}$$

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \quad \text{..................(3.12)}$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \quad \text{..................(3.13)}$$

मॅट्रिक्स स्वरूपात Y पॅरामीटर खालीलप्रमाणे आहेत ,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$[I] = [Y]\,[V] \quad \text{......................................(3.14)}$$

दिलेल्या नेटवर्कसाठी वैयक्तिक Y पॅरामीटर्स प्रत्येक पोर्ट व्होल्टेज शून्याच्या समान सेट करून परिभाषित केले जाऊ शकतात.

केस 1: जेव्हा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केलेले असते,

म्हणजे

$V_2 = 0$

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \quad (\text{जेव्हा } V_2 = 0) \quad \text{............................(3.15)}$$

जेथे Y_{11} हे आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असलेले ड्रायव्हिंग पॉइंट ॲडमिटन्स आहे. याला शॉर्ट-सर्किट इनपुट ॲडमिटन्स देखील म्हणतात.

त्याचप्रमाणे,

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \quad (\text{जेव्हा } V_2 = 0) \quad \text{..............................(3.16)}$$

जेथे Y_{21} हे आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असलेले ट्रान्सफर ॲडमिटन्स आहे. याला शॉर्ट-सर्किट फॉरवर्ड

ट्रान्सफर ॲडमिटन्स असेही म्हणतात.

केस 2 : जेव्हा इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केलेले असते,
म्हणजे,

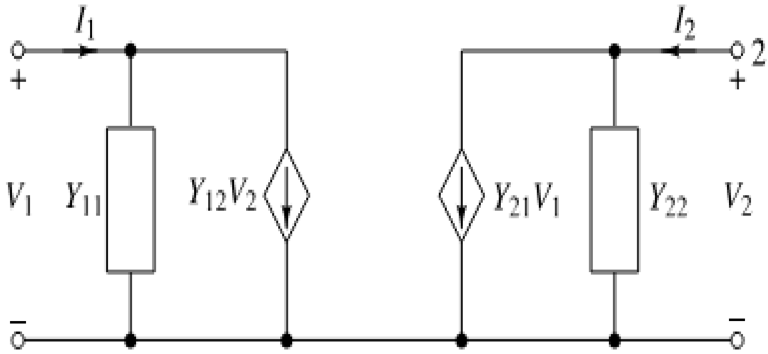
$$V_1 = 0$$

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \quad (\text{जेव्हा } V_1 = 0) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.17)$$

जेथे Y_{12} हे इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असलेले ट्रान्सफर ॲडमिटन्स आहे. याला शॉर्ट-सर्किट रिव्हर्स ट्रान्सफर ॲडमिटन्स असेही म्हणतात.
त्याचप्रमाणे,

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \quad (\text{जेव्हा } V_1 = 0) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.18)$$

जेथे Y_{22} हा शॉर्ट सर्किट ड्रायव्हिंग पॉइंट ॲडमिटन्स आहे ज्यामध्ये इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केलेले आहे. याला शॉर्ट सर्किट आउटपुट ॲडमिटन्स देखील म्हणतात. हे ॲडमिटन्स पॅरामीटर इनपुट किंवा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किटसह मोजले जात असल्याने, त्यांना शॉर्ट सर्किट ॲडमिटन्स पॅरामीटर असे म्हटले जाते.
Y पॅरामीटरच्या दृष्टीने टू पोर्ट नेटवर्कचे समतुल्य सर्किट आकृती क्र.3.9 मध्ये दर्शविले आहे.



आकृती क्र.3.9

रेसिप्रोसिटी अट (Condition for Reciprocity) :

आकृती क्र.3.10(अ)

आकृती क्र.3.10(ब)

अ) आकृती क्र.3.10(अ) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे V_s हे आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असलेल्या इनपुट पोर्टवर लागू केले आहे.

$$V_1 = V_s$$

$$V_2 = 0$$

$$I_2 = -I'_2$$

Y- पॅरामीटर्स समीकरणातून,

$$-I'_2 = Y_{21} V_s$$

म्हणजे $$\frac{I_{2'}}{V_s} = - Y_{21}$$

ब) आता, जेव्हा इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट करून आउटपुट पोर्टवर व्होल्टेज V_S लागू केला जातो.

$$V_2 = V_s$$

म्हणजे $$V_1 = 0$$

$$I_1 = -I'_1$$

Y- पॅरामीटर्स समीकरणातून,

$$-I'_1 = Y_{12} V_s$$

$$\frac{I_{1'}}{V_s} = - Y_{12}$$

त्यामुळे नेटवर्क परस्पर(Reciprocal) असण्यासाठी,

$$\frac{I_{2'}}{V_s} = \frac{I_{1'}}{V_s}$$

म्हणजे ,

$$Y_{12} = Y_{21} \quad \text{.....................................(3.19)}$$

सिमेट्री अट (Condition for Symmetry) :

अ) जेव्हा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केले जाते, म्हणजे $V_2 = 0$

Y- पॅरामीटर समीकरणातून ,

$$I_1 = Y_{11} V_S$$

$$\frac{V_S}{I_1} = \frac{1}{Y_{11}}$$

ब) जेव्हा इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केले जाते, म्हणजे $V_1 = 0$

Y- पॅरामीटर समीकरणातून,

$$I_2 = Y_{22} V_S$$

$$\frac{V_S}{I_2} = \frac{1}{Y_{22}}$$

म्हणून, नेटवर्क सममितीय असण्यासाठी,

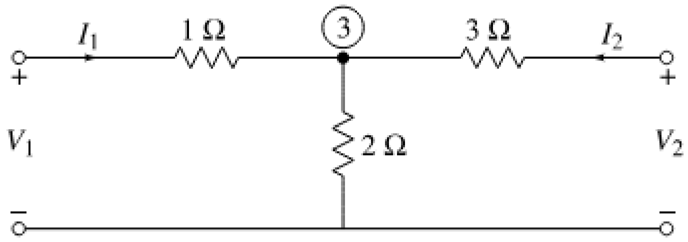
$$\frac{V_S}{I_1} = \frac{V_S}{I_2}$$

म्हणजे ,

$$Y_{11} = Y_{22} \qquad \text{.........................} \ (3.20)$$

सोडविलेली उदाहरणे :

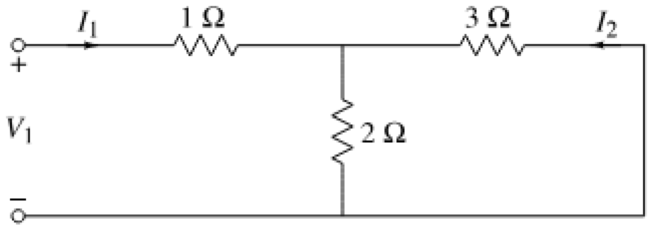
प्रश्न क्र 1 : आकृती क्र.3.11 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी Y- पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र.3.11

उत्तर :

केस 1 : जेव्हा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केलेले असते, म्हणजे $V_2 = 0$



आकृती क्र.3.12

$$R_{eq} = 1 + \frac{2*3}{2+3}$$

$$= 1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5}\,\Omega$$

आता

$$V_1 = \frac{11}{5} I_1$$

$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}$ (जेव्हा $V_2 = 0$)

$= \frac{5}{11}$ ℧

तसेच

$I_2 = \frac{2}{5}(-I_1) = \frac{-2}{5} * \frac{5}{11} V_1 = \frac{-2}{11} V_1$

$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}$ (जेव्हा $V_2 = 0$)

$= \frac{-2}{11}$ ℧

केस 2 : जेव्हा इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केलेले असते, म्हणजे, $V_1 = 0$.

$R_{eq} = 3 + \frac{1*2}{1+2}$

$= 3 + \frac{2}{3}$

$= \frac{11}{3}$ Ω

आता

$V_2 = \frac{11}{3} I_2$

$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}$ (जेव्हा $V_1 = 0$)

$= \frac{3}{11}$ ℧

तसेच

$I_2 = \frac{2}{3}(-I_2) = \frac{-2}{3} * \frac{3}{11} V_2 = \frac{-2}{11} V_2$

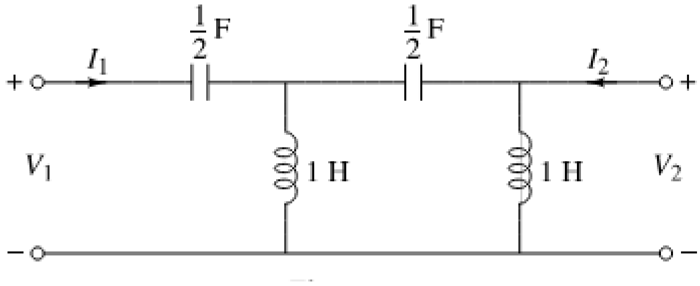
$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}$ (जेव्हा $V_1 = 0$)

$= \frac{-2}{11}$ ℧

त्यामुळे, Y- पॅरामीटर खालीलप्रमाणे आहेत,

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{11} & \frac{-2}{11} \\ \frac{-2}{11} & \frac{3}{11} \end{bmatrix}$$

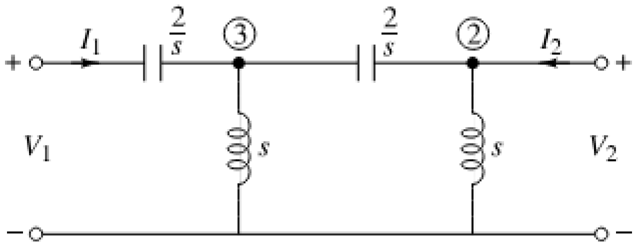
प्रश्न क्र 2 : आकृती क्र.3.13 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी Y- पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र.3.13

उत्तर :

रूपांतरित नेटवर्क आकृती क्र.3.14 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे आहे.



आकृती क्र.3.14

आकृती क्र.3.14 वरून,

$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{2/S} = \frac{s}{2} V_1 - \frac{s}{2} V_3$ ....(i)

नोड 3 वर केसीएल (KCL) लागू करून,

$$\frac{s}{2}(V_1 - V_3) = \frac{V_3}{s} + \frac{s}{2}(V_3 - V_2)$$

$$\frac{s}{2}V_3 + \frac{1}{s}V_3 + \frac{s}{2}V_3 = \frac{s}{2}V_1 + \frac{s}{2}V_2$$

$V_3 = \frac{s^2}{2s^2+1} V_1 + \frac{s^2}{2s^2+1} V_2$ ....(ii)

समीकरण (ii) समीकरण (i) मध्ये ठेवून ,

$$I_1 = \frac{s}{2} V1 - \frac{s}{2}\left\{ \frac{s^2}{2s^2+1} V_1 + \frac{s^2}{2s^2+1} V_2 \right\}$$

$$= \left\{ \frac{s}{2} - \frac{s^3}{4(s^2+1)} \right\} V_1 - \frac{s^3}{4(s^2+1)} V_2$$

$$= \frac{s^3+2s}{4(s^2+1)} V_1 - \frac{s^3}{4(s^2+1)} V_2 \qquad \text{................(iii)}$$

नोड 2 वर केसीएल (KCL) लागू करून,

$$I_2 = \frac{V_2}{s} + \frac{s}{2}(V_2 - V_3)$$

$$= \frac{s^2+2}{2s} V_2 - \frac{s}{2} V_3 \qquad \text{.......... (iv)}$$

समीकरण (ii) समीकरण (iv) मध्ये ठेवून ,

$$I_2 = \frac{s^2+2}{2s} V_2 - \frac{s}{2} \left\{ \frac{s^2}{2s^2+1} V_1 + \frac{s^2}{2s^2+1} V_2 \right\}$$

$$= \frac{-s^3}{4(s^2+1)} V_1 + \left\{ \frac{s^2+2}{2s} - \frac{s^3}{4(s^2+1)} \right\} V_2$$

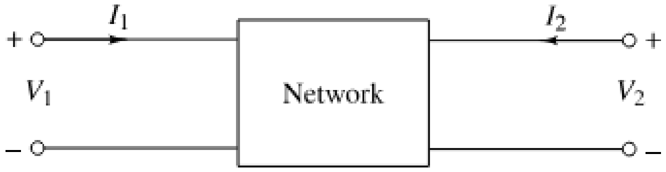
$$= \frac{-s^3}{4(s^2+1)} V_1 + \frac{s^4+6s^2+4}{4s(s^2+1)} V_2 \qquad \text{.............(v)}$$

समीकरण (iii) आणि (v) ची Y पॅरामीटर समीकरणाशी तुलना करून ,

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{s^3+2s}{4(s^2+1)} & \dfrac{-s^3}{4(s^2+1)} \\ \dfrac{-s^3}{4(s^2+1)} & \dfrac{s^4+6s^2+4}{4s(s^2+1)} \end{bmatrix}$$

3.3.1 पारेषण (ABCD) पॅरामीटर्स:

पारेषण पॅरामीटर्स(Transmission) किंवा चेन पॅरामीटर्स किंवा ABCD पॅरामीटर्स ,इनपुट पोर्टवरील विद्युत दाब(Voltage) आणि विद्युत प्रवाहला(Current), आउटपुट पोर्टवरील विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांच्याशी संबंधित करतात.



आकृती क्र.3.15

समीकरण स्वरूपात,

$$(V_1, I_1) = f(V_2, -I_2) \qquad \text{................ (3.21)}$$

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad \text{................(3.22)}$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad \text{.............. (3.23)}$$

येथे नकारात्मक चिन्हाचा वापर I_2 सह केला आहे आणि B आणि D या पॅरामीटर्ससाठी नाही. वर्तमान I_2 मध्ये नकारात्मक चिन्ह आहे कारण पारेषण (Transmission) फील्डमध्ये, आउटपुट करंट पोर्टमध्ये जाण्याऐवजी आउटपुट पोर्टमधून बाहेर येत आहे असे गृहीत धरले जाते.
मॅट्रिक्स स्वरूपात ABCD पॅरामीटर खालीलप्रमाणे आहेत,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

जेथे $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ मॅट्रिक् ला पारेषण (Transmission) मॅट्रिक्स म्हणतात.
दिलेल्या नेटवर्कसाठी, हे पॅरामीटर्स खालीलप्रमाणे निर्धारित केले जातात,
केस 1 : जेव्हा आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट केलेले असते, म्हणजे.

$$I_2 = 0$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} \quad (\text{जेव्हा } I_2 = 0) \quad \text{........... (3.24)}$$

जेथे A हे आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट केलेले रिव्हर्स व्होल्टेज गेन आहे.
त्याचप्रमाणे,

$$C = \frac{I_1}{V_2} \quad (\text{जेव्हा } I_2 = 0) \quad \text{.......... (3.25)}$$

जेथे C हे आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट केलेले ट्रान्सफर ॲडमिटन्स आहे.

केस 2: जेव्हा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केले जाते,

$$V_2 = 0$$

$$B = -\frac{V_1}{I_2} \quad (\text{जेव्हा } V_2 = 0) \quad \text{................(3.26)}$$

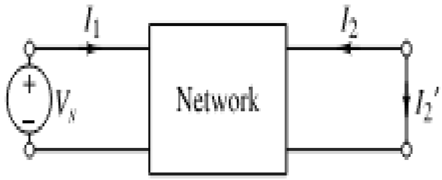
जेथे B हा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट केलेला ट्रान्सफर इंपिडेन्स आहे.
त्याचप्रमाणे,

$$D = -\frac{I_1}{I_2} \quad (\text{जेव्हा } V_2 = 0) \quad \text{.............. (3.27)}$$

जेथे D हा आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किटसह रिव्हर्स करंट गेन आहे.

पारस्परिकतेची अट (Condition for Reciprocity) :

अ) आउटपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असताना इनपुट पोर्टवर विद्युत दाब(Voltage) Vs दिल्यास ,



आकृती क्र.3.16 (अ)

$$V_1 = Vs$$

$$V_2 = 0$$

$$I_2' = -I_2$$

ABCD- पॅरामीटर समीकरणांमधून,

$$Vs = B\, I_2'$$

$$\frac{V_s}{I'_2} = B$$

ब) इनपुट पोर्ट शॉर्ट सर्किट असताना आउटपुट पोर्टवर विद्युत दाब(Voltage) Vs दिल्यास ,

आकृती क्र.3.16 (ब)

$$V_2 = Vs$$

$$V_1 = 0$$

$$I'_1 = -I_1$$

ABCD- पॅरामीटर समीकरणांमधून,

$$0 = AVs - BI_2$$

$$-I_1 = CVs - DI_2$$

$$I_2 = \frac{A}{B} Vs$$

$$-I'_1 = CVs - \frac{AD}{B} Vs$$

$$\frac{V_s}{I'_1} = \frac{B}{AD-BC}$$

म्हणून, नेटवर्क परस्पर(Reciprocal) असण्यासाठी,

$$\frac{V_s}{I'_2} = \frac{V_s}{I'_1}$$

$$B = \frac{B}{AD-BC}$$

म्हणजेच

$$AD - BC = 1 \qquad \text{............ (3.28)}$$

सिमेट्री अट (Condition for Symmetry):

अ) जेव्हा आउटपुट पोर्ट ओपन सर्किट केले जाते, म्हणजे, $I_2 = 0$

ABCD - पॅरामीटर समीकरणातून,

$$V_s = A\,V_2$$

$$I_1 = C\,V_2$$

$$\frac{V_s}{I_1} = \frac{A}{C}$$

ब) जेव्हा इनपुट पोर्ट ओपन सर्किट केले जाते, म्हणजे, $I_1 = 0$

ABCD - पॅरामीटर समीकरणातून,

$$C\,Vs = D\,I_2$$

$$\frac{V_s}{I_2} = \frac{D}{C}$$

म्हणून, नेटवर्क सममितीय (Symmetrical) असण्यासाठी,

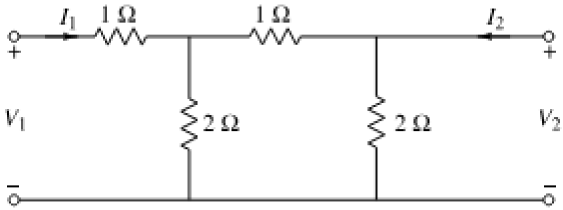
$$\frac{V_s}{I_1} = \frac{V_s}{I_2}$$

म्हणजेच

$$A = D \qquad \text{......................(3.29)}$$

सोडविलेली उदाहरणे :

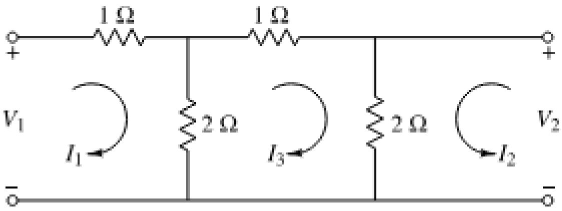
प्रश्न क्र 1 : आकृती क्र.3.17 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी ABCD - पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र.3.17

उत्तर :

सर्किट मध्ये विद्युत प्रवाह (Current) ची दिशा दाखवून ,



आकृती क्र.3.18

मेष 1 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

$$V_1 = I_1 + 2\,(I_1 - I_3) = 3I_1 - 2I_3 \qquad \text{................(i)}$$

मेष 2 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

$$V_2 = 2\,(I_2 + I_3) = 2I_2 + 2I_3 \qquad \text{.....................(ii)}$$

मेष 3 वर केवीएल (KVL) लागू करून ,

$$2(I_3 - I_1) + I_3 + 2(I_3 + I_2) = 0$$

$$5I_3 = 2I_1 - 2I_2$$

$$I_3 = \frac{2}{5} I_1 - \frac{2}{5} I_2 \qquad \text{..................(iii)}$$

समीकरण (iii) समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$$V_1 = 3I_1 - 2\,(\frac{2}{5} I_1 - \frac{2}{5} I_2)$$

$$= \frac{11}{5} I_1 + \frac{4}{5} I_2 \qquad \text{.................. (iv)}$$

समीकरण (iii) समीकरण (ii) मध्ये ठेवून ,

$$V_2 = 2I_2 + 2\left\{ \frac{2}{5} I_1 - \frac{2}{5} I_2 \right\}$$

$$= \frac{4}{5} I_1 + \frac{6}{5} I_2$$

$\frac{4}{5}I_1 = V_2 - \frac{6}{5}I_2$

$I_1 = \frac{5}{4}V_2 - \frac{3}{2}I_2$

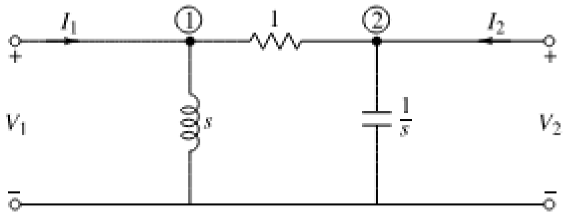
$V_1 = \{\frac{5}{4}V_2 - \frac{3}{2}I_2 + \frac{4}{5}I_2\}$

$= \frac{11}{4}V_2 - \frac{5}{2}I_2$ ....(vi)

समीकरण (v) आणि (vi) ची ABCD पॅरामीटर समीकरणाशी तुलना करून ,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{4} & \frac{5}{2} \\ \frac{5}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

प्रश्न क्र 2 : आकृती क्र.3.19 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी पारेषण (Transmission) - पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र.3.19

उत्तर :

मेष 1 वर केसीएल (KCL) लागू करून ,

$I_1 = \frac{V_1}{S} + \{V_1 - V_2\}$

$= \frac{S+1}{S}V_1 - V_2$ ....(i)

मेष 2 वर केसीएल (KCL) लागू करून ,

$I_2 = \frac{V_2}{1/S} + \{V_2 - V_1\}$

$I_2 = (s + 1)V_2 - V_1$

$V_1 = (s + 1)V_2 - I_2$ ....(ii)

समीकरण (ii) समीकरण (i) मध्ये ठेवून ,

$I_1 = \frac{S+1}{S}\{(s + 1)V_2 - I_2\} - V_2$

$$= \left\{ \frac{(S+1)^2}{S} - 1 \right\} V_2 - \frac{S+1}{S} I_2$$

$$= \left\{ \frac{(S^2+S+1)}{S} \right\} V_2 - \left\{ \frac{S+1}{S} \right\} I_2 \qquad \text{.........................(iii)}$$

समीकरण (ii) आणि (iii) ची ABCD पॅरामीटर समीकरणाशी तुलना करून ,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+1 & -1 \\ \frac{(S^2+S+1)}{S} & \frac{S+1}{S} \end{bmatrix}$$

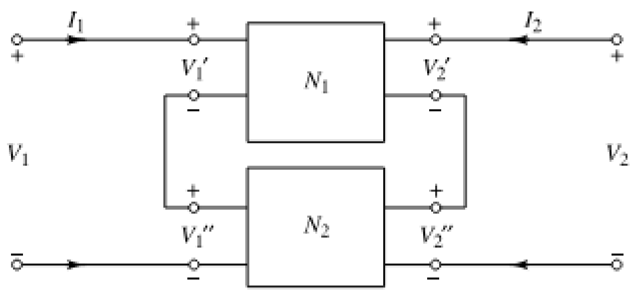
3.4 टू पोर्ट नेटवर्कची आंतररचना (Interconnection of Two Port Network):

टू पोर्ट नेटवर्कची आंतररचना तीन प्रकारे करता येते -

1. टू पोर्टची सिरिज जोडणी (Series Connection)
2. टू पोर्टची समांतर जोडणी (Parallel Connection)
3. टू पोर्टची कॅसकेड जोडणी (Cascade Connection)

3.4.1. टू पोर्टची सिरिज जोडणी (Series Connection):

अशी कल्पना करा कि आकृती क्र.3.20 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे टू नेटवर्क N_1 आणि N_2 सिरिजमध्ये जोडलेले आहेत. जेव्हा टू पोर्ट सिरिजमध्ये जोडलेले असतात, तेव्हा आपल्याला एकूण सिरिज कनेक्शनचे एकत्रित Z पॅरामीटर मिळतात.



आकृती क्र.3.20. टू पोर्टची सिरिज जोडणी

अशी कल्पना करा कि N_1 नेटवर्कचे Z पॅरामीटर Z_{11}' , Z_{12}' , Z_{21}' , Z_{22}' हे आहेत आणि N_2 नेटवर्कचे Z पॅरामीटर Z_{11}'' , Z_{12}'', Z_{21}'', Z_{22}'' हे आहेत.

नेटवर्क N_1 करिता, ,

$$\begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad \text{................................(3.30)}$$

नेटवर्क N_2 करिता,

$$\begin{bmatrix} V"_1 \\ V"_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z"_{12} \\ Z'_{21} & Z"_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad \text{....................................(3.31)}$$

एकत्रित नेटवर्क(Combined Network) करिता,

$V_1 = V_1' + V_1''$ आणि $V_2 = V_2' + V_2''$

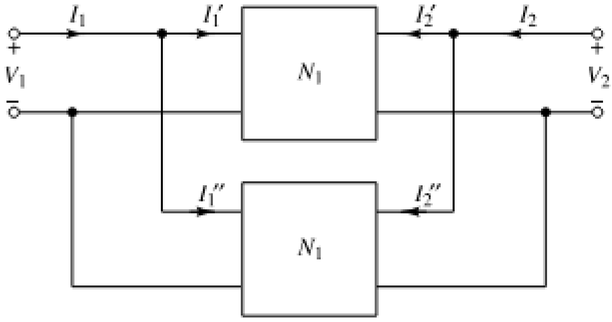
म्हणून ,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 & + & V"_1 \\ V'_2 & + & V"_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} + Z"_{11} & Z'_{12} + Z"_{12} \\ Z'_{21} + Z"_{21} & Z'_{22} + Z"_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

अशा प्रकारे, सिरिज(Series) नेटवर्कमध्ये परिणामी Z पॅरामीटर मॅट्रिक्स हे प्रत्येक वैयक्तिक टू पोर्ट नेटवर्कच्या Z मॅट्रिक्सची बेरीज असते.

3.4.2. टू पोर्टची समांतर जोडणी (Parallel Connection) :

आकृती क्र.3.21 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे टू नेटवर्क N_1 आणि N_2 समांतर जोडलेले आहेत. जेव्हा टू पोर्ट समांतर जोडलेले असतात, तेव्हा आपल्याला एकूण समांतर कनेक्शनचे एकत्रित Y पॅरामीटर मिळतात.



आकृती क्र.3.21. टू पोर्टची समांतर जोडणी

अशी कल्पना करा कि N_1 नेटवर्कचे Y पॅरामीटर Y_{11}' , Y_{12}', Y_{21}',Y_{22}' हे आहेत आणि N_2 नेटवर्कचे Y पॅरामीटर Y_{11}'' , Y_{12}'', Y_{21}'', Y_{22}'' हे आहेत.

नेटवर्क N_1 करिता,

$$\begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{11} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad ....(3.32)$$

नेटवर्क N_2 करिता ,

$$\begin{bmatrix} I"_1 \\ I"_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{11} & Y"_{12} \\ Y'_{21} & Y"_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad ....(3.33)$$

एकत्रित नेटवर्क(Combined Network) करिता,

$I_1 = I_1' + I_1''$ आणि $I_2 = I_2' + I_2''$

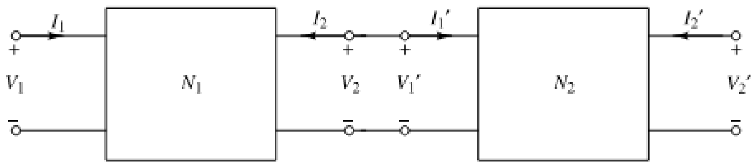
म्हणून,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 & + & I"_1 \\ I'_2 & + & I"_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{11} + Y"_{11} & Y'_{12} + Y"_{12} \\ Y'_{21} + Y"_{21} & Y'_{22} + Y"_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

अशा प्रकारे, समांतर(Parallel) नेटवर्कमध्ये परिणामी Y पॅरामीटर मॅट्रिक्स हे प्रत्येक वैयक्तिक टू पोर्ट नेटवर्कच्या Y मॅट्रिक्सची बेरीज आहे.

3.4.3. टू पोर्टची कॅसकेड जोडणी (Cascade Connection) :

आकृती क्र.3.22 टू पोर्ट नेटवर्क चे कॅसकेड कनेक्शन दर्शवते. अश्या प्रकारच्या कनेक्शनमध्ये पहिल्या नेटवर्कचा आउटपुट पोर्ट हा दुसऱ्या नेटवर्कचा इनपुट पोर्ट बनलेला असतो. अशी कल्पना करा कि जेव्हा विद्युत प्रवाह नेटवर्कमध्ये प्रवेश करतो तेव्हा इनपुट आणि आउटपुट विद्युत प्रवाह धनप्रभारीत (Positive)असतो.



अशी कल्पना करा कि N_1 नेटवर्कचे पारेषण (Transmission) पॅरामीटर A_1 , B_1 C_1 , D_1 हे आहेत आणि N_2 नेटवर्कचे पारेषण (Transmission) पॅरामीटर A_2 , $B_2,$ C_2 , D_2 हे आहेत.

नेटवर्क N_1 करिता,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \qquad ....(3.34)$$

नेटवर्क N_2 करिता ,

$$\begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix} \qquad ....(3.35)$$

जेव्हा,

$$V_1' = V_2 \text{ आणि } I_1' = (-I_2)$$

समीकरणे (3.34)आणि (3.35) ला एकत्र करून ,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix} \qquad ....(3.36)$$

म्हणून,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \qquad ....(3.37)$$

समीकरण (3.37) वरून असे लक्षात येते कि कॅसकेड(Cascade) कनेक्शनचे परिणामी ABCD मॅट्रिक्स हे वैयक्तिक ABCD मॅट्रिक्सचे परिणाम(Product) आहे.

3.5 अटेन्युएटर (Attenuator):

बिनतारी दूरसंचार (Wireless Communication)तंत्रज्ञानाने भिन्न मनोरंजक शोधांचा मार्ग मोकळा केला आहे. याला "ओव्हर द एअर" दूरसंचार (Communication) असेही म्हणतात. या तंत्रज्ञानामुळे मोबाईल

आणि आंतरग्रहीय दूरसंचार (Interplanetary Communication) एक वास्तव बनले.दूरसंचार प्रणालींमध्ये, माहिती एका ठिकाणाहून दुसऱ्या ठिकाणी हस्तांतरित करण्यासाठी रेडिओ लहरी(Radio Signal) किंवा ध्वनिक ऊर्जा (Audio Signal) यासारख्या काही प्रकारच्या ऊर्जा वापरल्या जातात.येथे कोणत्याही तारा वापरल्या जात नाहीत आणि हवा हे सामान्यतः प्रसाराचे माध्यम असते. या तंत्रज्ञानासमोर काही आव्हाने आहेत ज्यामुळे त्याची कार्यक्षमता आणि विश्वासार्हता (Reliability) कमी होते. असेच एक आव्हान म्हणजे अटेन्युएशन. अटेन्युएशनसाठी वापरलेले उपकरण म्हणजे अटेन्युएटर.

व्याख्या(Definition) :

- सिग्नल्सच्या लहरींमध्ये अडथळा न आणता त्यांची तीव्रता कमी करण्यासाठी तयार करण्यात आलेल्या उपकरणाला "अटेन्युएटर" असे म्हणतात.
- एका माध्यमातून सिग्नल एका ठिकाणाहून दुसऱ्या ठिकाणी पाठवले जातात. हे सिग्नल डेटा सिग्नल, व्होल्टेज सिग्नल, वर्तमान सिग्नल इत्यादी असू शकतात.जेव्हा सिग्नलने प्रवास केलेले अंतर वाढते तेव्हा सिग्नलची तीव्रता हळूहळू कमी होते. या माध्यमाद्वारे सिग्नलची तीव्रता हळूहळू कमी होण्याला अटेन्युएशन म्हणतात.

3.5.1 ॲटेन्युएटरचे प्रकार:

अटेन्युएटर्स हे स्थिर (Fixed) अटेन्युएटरर्स आणि बदलणारे (Adjustable) अटेन्युएटरर्स दोन्ही म्हणून उपलब्ध आहेत. स्थिर(Fixed) अटेन्युएटर नेटवर्कला अटेन्युएटर पॅड म्हणून ओळखले जाते.

अटेन्युएटर चे काही प्रकार खालीलप्रमाणे आहेत-

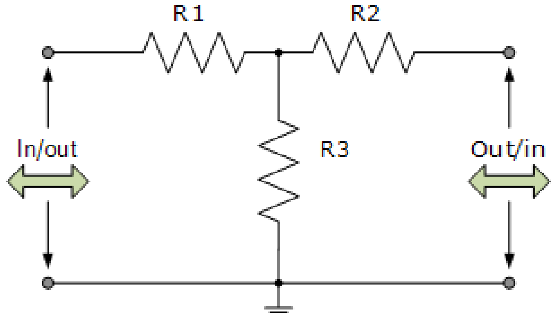
I. T कॉन्फिगरेशन (T Configuration)
II. पाय(π) कॉन्फिगरेशन (Pi(π) Configuration)
III. एल कॉन्फिगरेशन (L Configuration)

वरील तीन प्रकारांपैकी आता आपण टी कॉन्फिगरेशन(T Configuration) आणि पाय(π) कॉन्फिगरेशन (Pi(π) Configuration) हे दू प्रकार अभ्यासणार आहोत.

1. T-पॅड ॲटेन्युएटर (T- Pad Attenuator):

T-पॅड अटेन्युएटर हे एक अटेन्युएटर नेटवर्क आहे ज्यामध्ये तीन नॉन-इंडक्टिव्ह प्रतिरोधके (Resistors)घटक असतात आणि ज्याने "T" कॉन्फिगरेशन तयार होते.

मुख्य T-पॅड ॲटेन्युएटर सर्किट :



आकृती क्र.3.23. T-पॅड अटेन्युएटरचे सर्किट कॉन्फिगरेशन

- आकृती क्र.3.23 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे T-पॅड अटेन्युएटर रचनेमध्ये सममित(Symmetrical) आहे. या प्रकारच्या अटेन्युएटर रचनेचा वापर समान किंवा असमान पारेषण वाहिनीच्या (Transmission Line) इम्पीडन्स जुळण्यासाठी केला जाऊ शकतो.
- सामान्यतः, प्रतिरोधक R_1 आणि R_2 समान व्हॅल्यूचे असतात. परंतु असमान इम्पीडन्सच्या सर्किट(Circuit) दरम्यान टू प्रतिरोधक(Resistor) भिन्न व्हॅल्यूचे असू शकतात.
- या उदाहरणात T-पॅड अटेन्युएटरला "टेपर पॅड अटेन्युएटर" असे संबोधले जाते.

समान इम्पीडन्स सह T-पॅड अटेन्युएटर :

- यामध्ये इनपुट इम्पीडन्स आणि आउटपुट इम्पीडन्स हे अटेन्युएटर नेटवर्कचा भाग असलेल्या लोड इम्पीडन्सशी जुळतात याची खात्री करण्यासाठी तीन प्रतिरोधक(Resistor) घटक निवडले जातात.
- टी-पॅडचे इनपुट आणि आउटपुट इम्पीडन्स लोडशी पूर्णपणे जुळण्यासाठी डिझाइन केलेले असल्याने,या व्हॅल्यूला सममितीय T-पॅड नेटवर्कचा "वैशिष्ट्यपूर्ण प्रतिबाधा"(Characteristic Impedance) म्हणतात.

T-पॅड अटेन्युएटर समीकरणे :

कोणत्याही इच्छित अटेन्युएशन वर इम्पीडन्स जुळण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या टी-पॅड अटेन्युएटर सर्किटच्या प्रतिरोधक(Resistor) व्हॅल्यूची गणना करण्यासाठी समीकरणे खालीलप्रमाणे आहेत:

$$R1 = R2 = Z\left[\frac{K-1}{K+1}\right]$$

$$R3 = 2Z\left[\frac{K}{K^2+1}\right]$$

जेथे , K = इम्पीडन्स घटक
Z = स्त्रोत / भार इम्पीडन्स

T अटेन्युएटरची वैशिष्ट्ये:

1. **प्यासीव रचना (Passive Design)** : T अटेन्युएटर कार्यान्वित करण्यासाठी उर्जा स्त्रोताची आवश्यकता नसते.
2. **सिम्पल संरचना(Simple Design) :** T अटेन्युएटर हे संरचना करण्यासाठी सर्वात सोपे अटेन्युएटर आहे .
3. **बॅलन्स रचना (Balance Design) :** T अटेन्युएटर त्यांच्या रचनेमध्ये सममितीय असतात , म्हणजे ते त्यांच्या कार्यक्षमतेवर परिणाम न करता दोन्ही दिशेने कनेक्ट केले जाऊ शकतात.
4. **फ्लॅट फ्रीक्वेंसी प्रतिसाद (Flat Frequency Response):** T-पॅड अटेन्युएटरना विस्तारित फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद असतो, म्हणजे ते त्यांच्या कार्यान्वित बँडमध्ये सर्व फ्रिक्वेंसी समान रीतीने कमी करतात.
5. **असंतुलित किंवा संतुलित:** T-पॅड अटेन्युएटर ॲप्लिकेशनच्या आधारावर एकतर असंतुलित किंवा संतुलित करण्यासाठी डिझाइन केले जाऊ शकतात.
6. **फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद (Frequency Response) :** T-पॅड अटेन्युएटरचा फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद प्रतिरोधकांच्या व्हॅल्यूवर अवलंबून असतो.

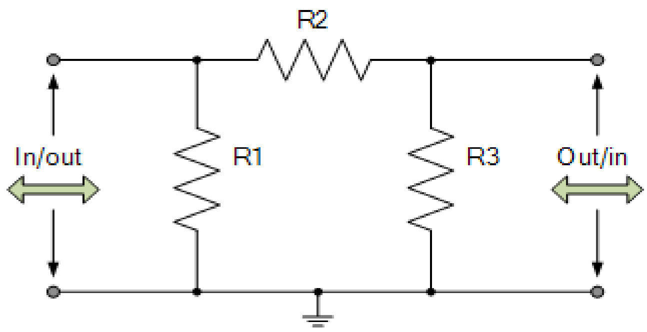
T अटेन्युएटरचे अनुप्रयोग (Application):

1. ध्वनीप्रणाली (Audio Systems)
2. दूरसंचारप्रणाली (Telecommunications systems)
3. RF सर्किट
4. इन्स्ट्रुमेंटेशन
5. सिग्नल वितरण (Signal Distribution)
6. अँटेना प्रणाली

2. पाय(π)-पॅड ॲटेन्युएटर (Pi(π)- Pad Attenuator) :

पाय(π)-पॅड अटेन्युएटर सामान्यतः रेडिओ फ्रिक्वेन्सी आणि मायक्रोवेव्ह ट्रान्समिशन लाईन्समध्ये वापरले जातात आणि ते संतुलित किंवा असंतुलित डिझाइन असू शकतात.

मुख्य पाय(π) -पॅड अटेन्युएटर सर्किट :



आकृती क्र.3.24. पाय(π) -पॅड अटेन्युएटरचे सर्किट कॉन्फिगरेशन

- आकृती क्र.3.24 मध्ये दाखविलेल्या सर्किटला पाय -पॅड अटेन्युएटर असे म्हटले जाते कारण त्याची मूळ मांडणी आणि रचना ग्रीक अक्षर पाय (π) सारखी असते.यामध्ये एक सिरिज प्रतिरोधक आणि टू समांतर शंट प्रतिरोधके असतात .तसेच इनपुट आणि आउटपुट ला एकत्रितपणे जमिनीला जोडलेले असते.
- आपण पाहू शकतो की स्टँडर्ड पाय-पॅड एटेन्युएटर दोन्ही इनपुट आणि आउटपुट दोन्हीकडून सममित(Symmetrical) आहे.
- सामान्यतः, प्रतिरोधक R_1 आणि R_3 समान व्हॅल्यूचे असतात परंतु जेव्हा असमान इम्पीडन्सच्या सर्किट्समध्ये ऑपरेट करण्यासाठी डिझाइन केलेले असते तेव्हा हे टू प्रतिरोधक भिन्न व्हॅल्यूचे असू शकतात.

समान प्रतिबाधासह पाय -पॅड ॲटेन्युएटर :

- पाय(π)-पॅड अटेन्युएटर हे एक सममितीय अटेन्युएटर डिझाइन आहे ज्यामध्ये पूर्णपणे निष्क्रिय(Passive) रेझिस्टर(Resistor) घटक असतात.
- या मध्ये इनपुट इम्पीडन्स आणि आउटपुट इम्पीडन्सहे अटेन्युएटर नेटवर्कचा भाग असलेल्या भार (Load) इम्पीडन्सशी जुळतात याची खात्री करण्यासाठी तीन प्रतिरोधक घटक निवडले जातात.
- पाय-पॅडचे इनपुट आणि आउटपुट इम्पीडन्स भारशी पूर्णपणे जुळण्यासाठी डिझाइन केलेले असल्याने, या व्हॅल्यूला सममितीय(Symmetrical) पाय(π)-पॅड नेटवर्कचे "वैशिष्ट्यपूर्ण प्रतिबाधा"(Characteristic Impedance) म्हणतात.

पाय-पॅड अटेन्युएटर समीकरणे :

कोणत्याही इच्छित अटेन्युएशन वर इम्पीडन्स जुळण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या पाय(π)-पॅड अटेन्युएटर सर्किटच्या प्रतिरोधक व्हॅल्यूची गणना करण्यासाठी समीकरणे खालीलप्रमाणे आहेत.

$$Z_S = Z_L = Z$$

$$R_1 = R_3 = Z\left[\frac{K-1}{K+1}\right]$$

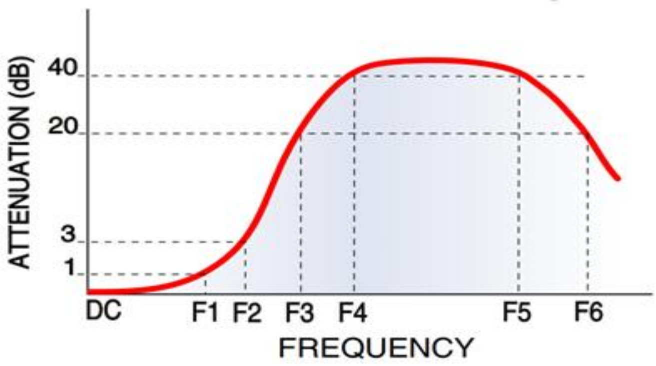
$$R_2 = Z\left[\frac{K^2-1}{2K}\right]$$

जेथे:

K = इम्पीडन्स घटक

Z = स्त्रोत / भार इम्पीडन्स

3.5.2.फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद (Frequency Response) :



आकृती 3.25. अटेन्युएटरचा फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद

जेथे अटेन्युएशनची परिपूर्ण पातळी महत्त्वाची असते तेथे काही अटेन्युएटरर्सना फ्रिक्वेन्सी बँड मधील अटेन्युएशनची पातळी विविध फ्रिक्वेन्सीवर मोजण्यासाठी कॅलिब्रेशन(Callibration) चार्ट प्राप्त करून दिले जातात.

पाय(π) अटेन्युएटरची वैशिष्ट्ये :

1. **सोपी संरचना(Simple Design):** π अटेन्युएटर प्रतिरोधकांचा वापर करून तयार करणे तुलनेने सोपे आहे, ज्यामुळे ते किफायतशीर आणि विविध अनुप्रयोगांसाठी योग्य बनतात.
2. **इम्पीडन्स जुळणी (Impedance matching):** π अटेन्युएटर केवळ सिग्नल कमी करण्यासाठीच नव्हे तर स्त्रोत आणि भार (source and the load) यांच्यातील इम्पीडन्सशी देखील जुळण्यासाठी डिझाइन केले जाऊ शकतात.
3. **संतुलित कामगिरी (Balanced performance):** जेव्हा टू समांतर (Shunt)प्रतिरोधकांचे व्हॅल्यू समान असते, तेव्हा π अटेन्युएटर सममितीय(Symmetrical) बनतात, संतुलित कार्यप्रदर्शन देतात .
4. **स्थिर किंवा परिवर्तनीय अटेन्युएशन (Fixed or variable attenuation):** π अटेन्युएटर सर्किट एका विशिष्ट ॲप्लिकेशनसाठी स्थिर अटेन्युएशन प्रदान करण्यासाठी किंवा परिवर्तनीय अटेन्युएशन प्रदान करण्यासाठी तयार केले जाऊ शकतात

5. **सिग्नल विरूपण(Signal Distortion):** π अटेन्युएटर सिग्नल विरूपण कमी करण्यासाठी डिझाइन केलेले आहेत.

पाय(π) अटेन्युएटरचे अनुप्रयोग (Application):

1. विद्युत दाब विभाजक (voltage Division)
2. फिल्टर सर्किट
3. सिग्नल उत्पादक (Signal Generators)
4. प्रतिबाधा जुळणी (Impedance Matching)
5. ध्वनी यंत्रणा (Audio Equipment)
6. प्रवर्धक सर्किट (Amplifier Circuits)

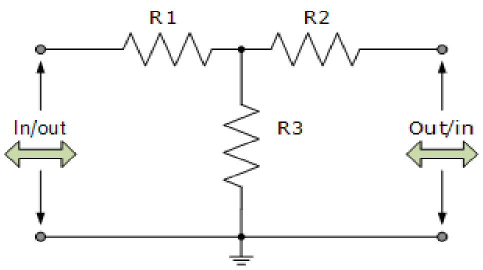
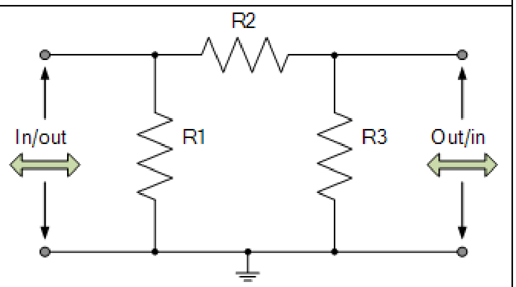
3.5.3 अटेन्युएटरचा "के" घटक (K-Factor):

- कोणतेही अटेन्युएटर डिझाइन करण्यासाठी प्रथम आपल्याला त्यासाठी आवश्यक "के" घटक (K-Factor) माहित असणे गरजेचे आहे.
- "के" घटक, ज्याला "इम्पीडन्स घटक" म्हणून देखील ओळखले जाते, सामान्यतः अटेन्युएटरसह जटिल अटेन्युएटर सर्किट्सची रचना प्रक्रिया सुलभ करण्यासाठी वापरले जाते.
- हा "के" घटक किंवा व्हॅल्यू म्हणजे अटेन्युएशन च्या दिलेल्या व्हॅल्यूशी संबंधित विद्युत दाब(Voltage), विद्युत प्रवाह(Current) किंवा शक्ती(Power) यांचे गुणोत्तर असतो.
- "K" चे समीकरण खालीलप्रमाणे आहे –

$K = \text{antilog}\left(\frac{dB}{20}\right) = 10^{\frac{dB}{20}}$ ....(विद्युत दाब (Voltage)किंवा विद्युत प्रवाह(Current) साठी)

$K = \text{antilog}\left(\frac{dB}{10}\right) = 10^{\frac{dB}{10}}$ ....(विद्युत शक्ती (Power) साठी)

3.5.4 टी-पॅड ॲटेन्युएट आणि पाय (π) अटेन्युएटर मधील तुलना

क्र.	पॅरामीटर	T अटेन्युएटर	π अटेन्युएटर
1	सर्किट आकृती		
2	आकार	आकार "T" चिन्हाप्रमाणे असतो.	आकार "π" चिन्हाप्रमाणे असतो.
3	रचना	टू सिरीज प्रतिरोधांच्या मध्ये एक प्रतिरोध समांतर जोडलेला असतो.	एक प्रतिरोधच्या दोन्ही बाजूस एक एक प्रतिरोध समांतर जोडलेला असतो
4	कॉन्फिगरेशन	T अटेन्युएटर एक संतुलित कॉन्फिगरेशन प्रदान करते.	π अटेन्युएटर असंतुलित कॉन्फिगरेशन प्रदान करते.

क्र.	पॅरामीटर	T अटेन्युएटर	π अटेन्युएटर
5	अटेन्युएशन गुणोत्तर	T अटेन्युएटरचे अटेन्युएशन गुणोत्तर R_2 आणि R_3 च्या समांतर रेझिस्टन्स R_1 च्या सिरीज रेझिस्टन्सच्या गुणोत्तराने ठरवले जाते.	π अटेन्युएटरचे अटेन्युएशन गुणोत्तर शंट रेझिस्टर R_1 च्या एकूण मालिका रेझिस्टन्स R_2 आणि R_3 च्या गुणोत्तराने ठरवले जाते.
6	लॉसेस	T अटेन्युएटर विशेषत: कमी इन्सर्शन लॉसेस प्रदर्शित करतात.	π अटेन्युएटरमध्ये किंचित जास्त इन्सर्शन लॉसेस असू शकतो.
7	समीकरण	R1=R3=Z ((K+1) / (K-1)) R2= Z ((K2 -1)/2K)	R1=R2= Z (K-1/K+1) R3= 2 Z (K / K2 - 1)
8	अनुप्रयोग	ध्वनी (Audio) प्रणाली , दूरसंचार (Telecommunication) , RF सर्किट	प्रवर्धक (Amplifier) सर्किट, विद्युत दाब(Voltage) विभाजक , इन्स्ट्रुमेंटेशन.

तक्ता क्र.3.1.T-पॅड ॲटेन्युएट आणि पाय(π) अटेन्युएटर मधील तुलना

3.5.5 अटेन्युएटरचे अनुप्रयोग (Application):

- ब्रॉडकास्टिंग स्टेशनमध्ये ॲटेन्युएटरचा वापर व्हॉल्यूम कंट्रोल उपकरण म्हणून केला जातो.
- प्रयोगशाळांमध्ये चाचणीच्या उद्देशाने, लहान व्होल्टेज सिग्नल मिळविण्यासाठी, अटेन्युएटर वापरले जातात.
- सर्किट्समधील प्रतिबाधा जुळणी सुधारण्यासाठी स्थिर (Fixed) अटेन्युएटरचा वापर केला जातो.
- उच्च व्होल्टेज व्हॅल्यूमुळे होणाऱ्या नुकसानापासून सर्किटचे संरक्षण करण्यासाठी वापरले जातात.
- स्पीकर्स, विद्युतगिटार इत्यादी अणुविद्युत उपकरणांचा आवाज नियंत्रित करण्यासाठी अटेन्युएटरचा वापर केला जातो.
- प्रेषकयंत्र आणि स्वीकार यंत्र यांची पातळी योग्यरित्या जुळण्यासाठी फायबर ऑप्टिक दूरसंचारमध्ये ऑप्टिकल अटेन्युएटर लागू केले जातात.

3.6 फिल्टर:

फिल्टर हे फ्रिक्वेंसी निवडक सर्किट आहे जे ठराविक फ्रिक्वेंसी पुढे जाऊ देते आणि बँडच्या बाहेरची फ्रिक्वेंसी ब्लॉक करते.

3.6.1 फिल्टरचे वर्गीकरण (Filter Classifications):

1. ॲनालॉग आणि डिजिटल फिल्टर (Analog and Digital Filter)
2. सक्रिय आणि निष्क्रिय फिल्टर (Active and Passive Filter)
3. ऑडिओ आणि रेडिओ फ्रिक्वेन्सी फिल्टर (Audio frequency and Radio frequency Filter)

1. ॲनालॉग आणि डिजिटल फिल्टर (Analog and Digital Filter) :

ॲनालॉग फिल्टर्स हे ॲनालॉग सिग्नलचे फिल्टरिंग करण्यासाठी वापरले जातात तर डिजिटल फिल्टर डिजिटल तंत्राचा वापर करून ॲनालॉग सिग्नलवर प्रक्रिया करण्यासाठी वापरले जातात.

2. सक्रिय आणि निष्क्रिय फिल्टर (Active and Passive Filter):

त्यांच्या कन्स्ट्रकशन मध्ये वापरल्या जाणाऱ्या घटकांच्या प्रकारानुसार, फिल्टरला सक्रिय आणि निष्क्रिय म्हणून वर्गीकृत केले जाऊ शकते. निष्क्रिय फिल्टरमध्ये प्रतिरोधक (Resistor), विद्युतसंग्रहक(Capacitor), विद्युत प्रवर्तक(Inductor) हे घटक वापरलेले असतात. सक्रिय फिल्टरमध्ये प्रतिरोधक, विद्युतसंग्रहक, विद्युत प्रवर्तक, ट्रांझिस्टर किंवा कार्यरत प्रवर्धक(Operational Amplifier) इत्यादी घटक असतात.

3. ऑडिओ (AF) आणि रेडिओ फ्रिक्वेन्सी (RF) फिल्टर:

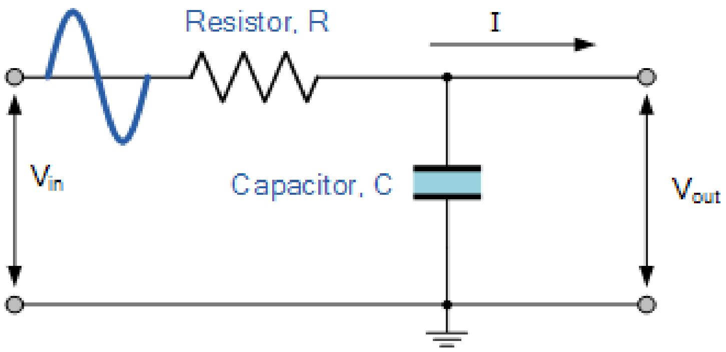
जे फिल्टर ऑडिओ फ्रिक्वेन्सी रेंज वर ऑपरेट केले जातात त्यांना ऑडिओ फ्रिक्वेन्सी फिल्टर असे म्हणतात. उदा. RC फिल्टर.

जे फिल्टर रेडिओ फ्रिक्वेन्सी रेंज वर ऑपरेट केले जातात त्यांना रेडिओ फ्रिक्वेन्सी फिल्टर असे म्हणतात. उदा. LC फिल्टर, क्रिस्टल फिल्टर.

3.6.2 निष्क्रिय (Passive) फिल्टरचे खालील प्रकारांमध्ये वर्गीकरण केले जाते.

1. लो पास फिल्टर (Low Pass Filter)
2. हाय पास फिल्टर (High Pass Filter)
3. बँड पास फिल्टर (Band Pass Filter)
4. बँड स्टॉप फिल्टर (Band Stop Filter)

1. लो पास फिल्टर (Low Pass Filter):

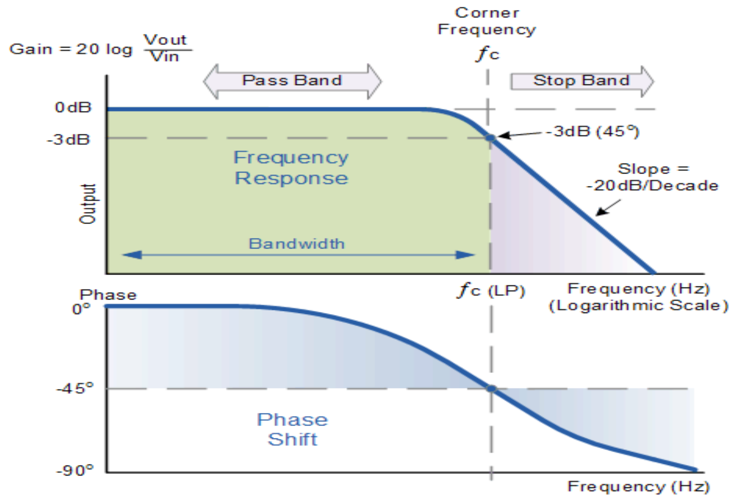


आकृती क्र.3.26. लो पास फिल्टर सर्किट

- एक प्रतिरोध आणि एक कपॅसिटर यांना एकत्रितपणे सिरीज(Series) मध्ये जोडून सिंपल निष्क्रिय RC लो पास फिल्टर तयार केले जाते. या प्रकारच्या फिल्टर व्यवस्थेमध्ये इनपुट सिग्नल (V_{IN}) प्रतिरोध आणि कपॅसिटर यांच्या सिरीज कॉम्बिनेशनला दिला जातो . परंतु आउटपुट सिग्नल (V_{OUT}) फक्त कॅपेसिटरद्वारे घेतले जाते.
- कॅपेसिटरचा रिॲक्टन्स वारंवारतेच्या(Frequency) उलट बदलतो मात्र फ्रिक्वेंसी बदलत असताना रेझिस्टरची व्हॅल्यू स्थिर राहते. कमी फ्रिक्वेन्सीला कॅपेसिटरचा कॅपेसिटिव्ह रिॲक्टन्स (X_C) हा रेझिस्टरच्या(R) रेझिस्टिव्ह व्हॅल्यूच्या तुलनेत खूप मोठा असतो.
- याचाच अर्थ कपॅसिटरचा विद्युत दाब(Voltage) V_C हा रेसिस्टर द्वारे विकसित झालेल्या व्होल्टेज ड्रॉप V_R पेक्षा मोठा असतो.परंतु उच्च फ्रिक्वेन्सीला कपॅसिटीव्ह रिॲक्टन्स च्या बदलामुळे कपेसिटरचे वोल्टेज V_C कमी होते आणि रेसिस्टरचे वोल्टेज V_R वाढते.

- वरील सर्किट हे RC लो पास फिल्टर(RC Low Pass Filter) सर्किटचे असले तरी, ते फ्रिक्वेन्सी अवलंबित व्हेरिएबल संभाव्य विभाजक सर्किट(Frequency Dependant Variable Potential Divider) म्हणून देखील विचारात घेतले जाऊ शकते.

फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद (Frequency Response) :



आकृती क्र.3.27. फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद

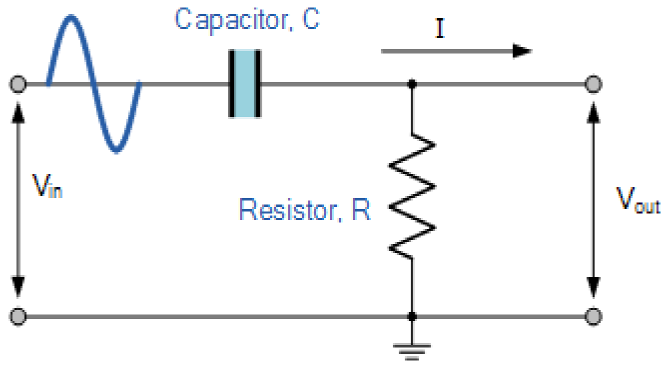
i. ज्या फ्रिक्वेंसी पॉइंटला कॅपेसिटिव्ह रिॲक्टन्स आणि रेसिस्टन्स समान असतात (R = Xc) त्या फ्रिक्वेंसी पॉइंटला कट ऑफ फ्रिक्वेंसी पॉइंट किंवा कॉर्नर फ्रिक्वेंसी पॉइंट असे म्हटले जाते.

ii. त्यावेळेस आउटपुट सिग्नल हा इनपुट सिग्नल व्हॅल्यूच्या 70.7% किंवा इनपुटच्या -3dB (20 लॉग (V_{out}/V_{in})) ने कमी होतो.

iii. फिल्टरमध्ये असलेल्या कपॅसिटर मुळे आउटपुट सिग्नलचा फेज कोन (Φ) हा इनपुट सिग्नलला लॅग करतो.

iv. वरील आकृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे -3dB कट-ऑफ फ्रिक्वेंसी (f_c) वर फेज कोन (Φ) -45° फेजच्या बाहेर आहे.

2. हाय पास फिल्टर (High Pass Filter):

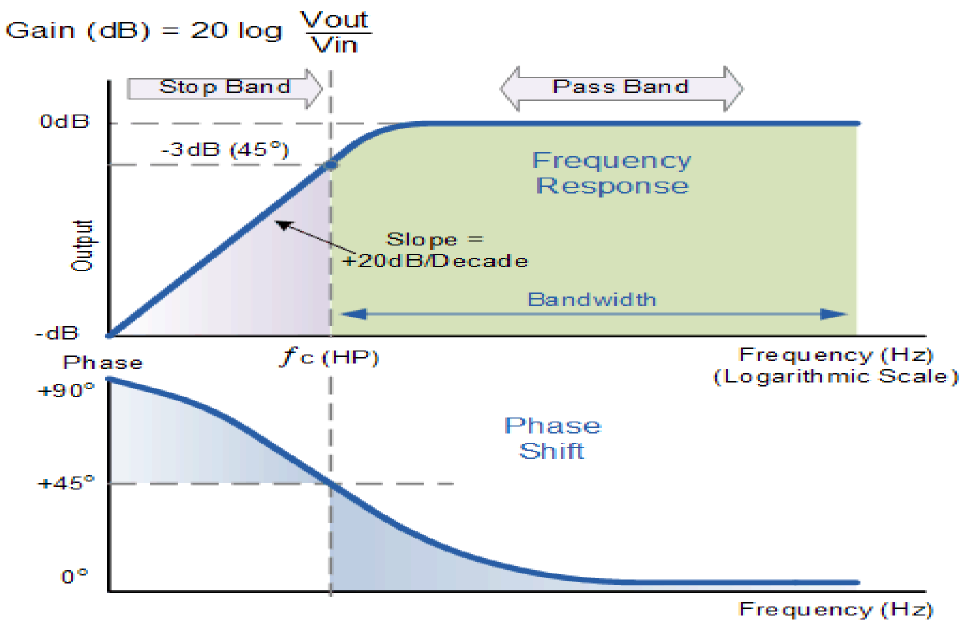


आकृती क्र.3.28. हाय पास फिल्टर सर्किट

- हाय पास फिल्टर हे लो पास फिल्टर सर्किटच्या अगदी विरुद्ध आहे.

- लो पास फिल्टर केवळ त्याच्या कट-ऑफ फ्रिक्वेंसी(f_C) बिंदूच्या खालील सिग्नल पास करण्यास परवानगी देतात,तर निष्क्रिय हाय पास फिल्टर सर्किट कट-ऑफ पॉइंटच्या(f_C) वरचे सिग्नल पास करतात.
- या सर्किट व्यवस्थेमध्ये, कमी फ्रिक्वेन्सीवर कॅपेसिटरचा रिॲक्टन्स खूप जास्त असतो त्यामुळे कॅपेसिटर ओपन सर्किटप्रमाणे काम करतो आणि कट-ऑफ फ्रिक्वेन्सी पॉइंट (f_C) पर्यंत पोहोचेपर्यंत V_{IN} वर कोणतेही इनपुट सिग्नल ब्लॉक करतो.
- कट-ऑफ फ्रिक्वेंसी पॉईंटच्या वर कपॅसिटर रिॲक्टन्स पुरेसा कमी होत जातो आणि सर्व इनपुट सिग्नल थेट आउटपुटवर जाण्यासाठी शॉर्ट सर्किटसारखे कार्य करू लागतो.

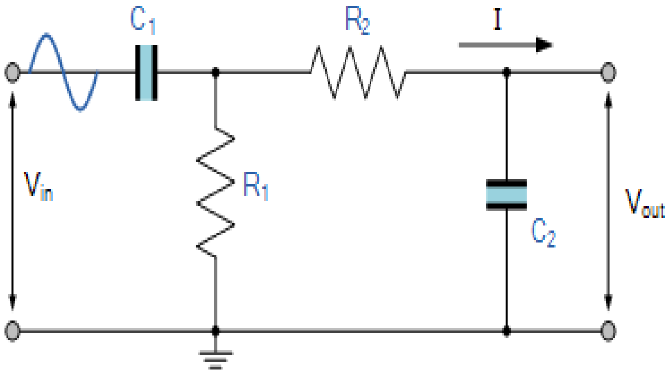
फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद (Frequency Response) :



आकृती क्र.3.29. फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद

- निष्क्रिय हाय पास फिल्टरसाठी फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद(response) हा लो पास फिल्टरच्या अगदी उलट आहे.
- जोपर्यंत फ्रिक्वेंसी कट-ऑफ पॉइंट (f_C) पर्यंत पोहोचत नाही म्हणजे $R = X_C$, त्यावेळेस सिग्नल कमी फ्रिक्वेन्सीवर ॲटेन्युएट केला जातो आणि आउटपुट +20dB/Decade पर्यंत वाढते.
- यात एक प्रतिसाद वक्र (Response Curve) आहे जो अनंतापासून कट-ऑफ फ्रिक्वेंसीपर्यंत(From Infinity To The Cut-Off Frequency) खाली विस्तारत जातो , जेथे आउटपुट व्होल्टेज ॲम्प्लिटयूड(Amplitude) इनपुट सिग्नल व्हॅल्यूच्या $1/\sqrt{2} = 70.7\%$ किंवा इनपुट व्हॅल्यूच्या -3dB (20 लॉग (Vout/Vin)) एवढे असते.
- तसेच फ्रिक्वेंसी(f_C) असताना आउटपुट सिग्नलचा फेज कोन (Φ) इनपुटच्या तुलनेत +45° ने पुढे जातो(leading).
- फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद वक्र (Frequency Response Curve) असे सूचित करते की फिल्टर अनंतापर्यंत (Infinity) सर्व सिग्नल पास करू शकतात.

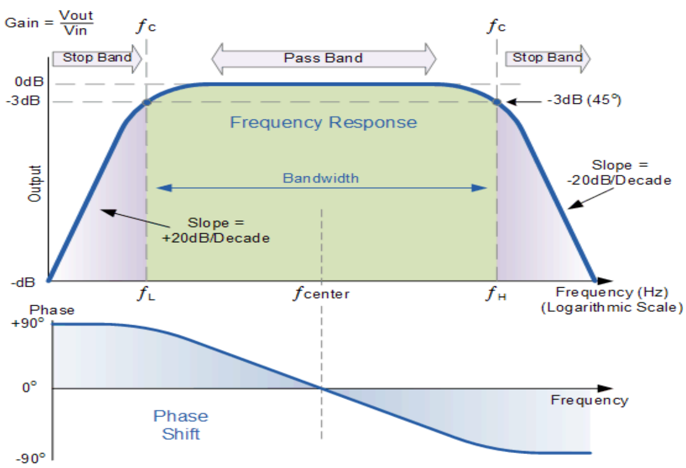
3. बँड पास फिल्टर (Band Pass Filter):



आकृती क्र.3.30. बँड पास फिल्टर सर्किट

- हाय पास फिल्टर आणि लो पास फिल्टरला एकत्र जोडून निष्क्रिय बँड पास फिल्टर तयार केला जातो .
- निष्क्रिय बँड पास फिल्टर, विशिष्ट बँड किंवा फ्रिक्वेन्सीच्या श्रेणीमध्ये असलेल्या विशिष्ट फ्रिक्वेन्सी वेगळे करण्यासाठी किंवा फिल्टर करण्यासाठी वापरला जाऊ शकतो.
- साध्या RC निष्क्रिय फिल्टरमधील कट-ऑफ फ्रिक्वेंसी किंवा (f_C) पॉइंट अध्रुवीकृत (Non Polarized)कॅपेसिटरसह सिरीजमधील फक्त एकाच रेझिस्टरचा वापर करून अचूकपणे नियंत्रित केला जाऊ शकतो आणि ते कोणत्या मार्गाने जोडलेले आहेत यावर अवलंबून लो पास(Low Pass) किंवा हाय पास (High Pass)फिल्टर प्राप्त होतो.
- कमी फ्रिक्वेन्सी रेंजचे सिग्नल पास करणाऱ्या लो पास फिल्टर किंवा उच्च फ्रिक्वेन्सी रेंजचे सिग्नल पास करणाऱ्या हाय पास फिल्टरच्या विपरीत, बँड पास फिल्टर विशिष्ट "बँड" किंवा फ्रिक्वेन्सीच्या "स्प्रेड" मध्ये इनपुट विकृत(Distorted) न करता सिग्नल पास करतात. बँडविड्थ(Bandwidth) ही सामान्यतः फ्रिक्वेन्सी रेंज म्हणून परिभाषित केली जाते जी टू निर्दिष्ट (Specified)फ्रिक्वेन्सी कट-ऑफ पॉइंट्स (f_C) दरम्यान अस्तित्वात असते.
- आयडिअल(Ideal) बँड पास फिल्टरचा वापर विशिष्ट फ्रिक्वेन्सी विलग करण्यासाठी किंवा फिल्टर करण्यासाठी देखील केला जातो ज्या विशिष्ट फ्रिक्वेन्सीच्या विशिष्ट बँडमध्ये असतात.

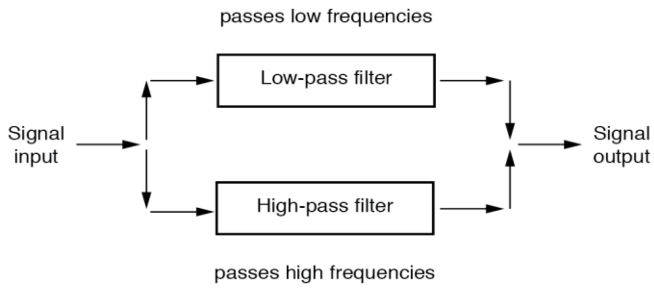
फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद (Frequency Response) :



आकृती क्र.3.31. फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद

- फ्रिक्वेन्सी "लोअर कट-ऑफ" पॉइंट f_L पर्यंत पोहोचेपर्यंत +20dB/Decade च्या उताराने आउटपुट वाढत असताना सिग्नल कमी फ्रिक्वेन्सीवर कमी केला जातो. या वारंवारतेवर आउटपुट व्होल्टेज पुन्हा इनपुट सिग्नल मूल्याच्या $1/\sqrt{2}$ = 70.7% किंवा इनपुटच्या -3dB (20*log(V_{OUT}/V_{IN})) आहे.
- आउटपुट "अप्पर कट-ऑफ" पॉइंट f_H पर्यंत पोहोचेपर्यंत जास्तीत जास्त वाढीवर चालू राहते जेथे कोणतेही उच्च फ्रिक्वेंसी सिग्नल कमी करून -20dB/Decade दराने आउटपुट कमी होते.
- आउटपुट सिग्नलचा फेज एंगल इनपुटला $+90^0$ ने केंद्रापर्यंत किंवा रेझोनंट फ्रिक्वेंसीपर्यंत नेतो, f_r पॉइंट जर तो "शून्य" अंश (0^o) किंवा "इन-फेज" होतो आणि नंतर इनपुटला LAG मध्ये -90^0 ने बदलतो.

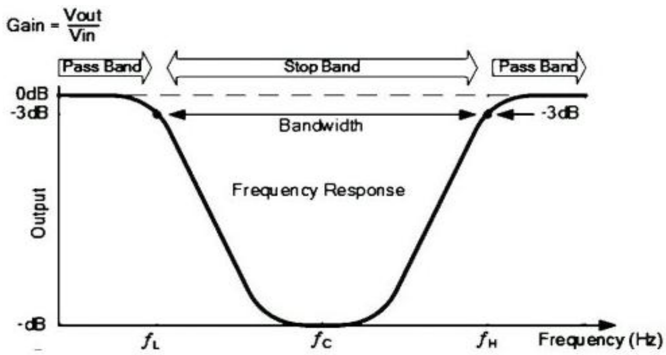
4. बँड स्टॉप फिल्टर (Band Stop Filter):



आकृती क्र.3.32. बँड स्टॉप फिल्टर सर्किट

- बँड स्टॉप फिल्टर हा लो पास आणि हाय पास फिल्टर च्या समांतर एकत्रित जोडणीने तयार होतो.
- हे फिल्टर विशिष्ट बँडच्या फ्रिक्वेंसीना अडथळा निर्माण करतात.बँड पास फिल्टर मध्ये टू प्रकारच्या कटऑफ फ्रिक्वेन्सी असतात.
- बँड स्टॉप फिल्टरला नॉच फिल्टर असेही म्हणतात.
- हे बँडपास फिल्टरच्या पूर्णपणे विरुद्ध कार्य करते. हे कमी-फ्रिक्वेंसी सिग्नल आणि उच्च-फ्रिक्वेंसी सिग्नलला अनुमती देते. परंतु ते दरम्यानच्या फ्रिक्वेन्सीच्या(Between Two Frequencies) निश्चित बँडला परवानगी देत नाही.
- यात लोअर आणि अप्पर कटऑफ फ्रिक्वेन्सी देखील आहेत. आणि या कटऑफ फ्रिक्वेन्सींमधील फ्रिक्वेंसी असलेले कोणतेही सिग्नल फिल्टरद्वारे नाकारले जातात.

फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद (Frequency Response) :



आकृती क्र.3.33. फ्रिक्वेंसी प्रतिसाद

- आयडिअल (Ideal) बँड स्टॉप फिल्टरमध्ये, पास बँडचा गेन उच्च आणि स्टॉप बँडचा गेन शून्य असतो.

- परंतु व्यवहारात्मकदृष्ट्या (Practically) हाय पास फिल्टर आणि लो पास फिल्टर यांमधील ट्रान्सिशन रिजन (Transition Region) मुळे तसे होत नाही.
- आपण खालीलप्रमाणे स्टॉप बँड रिपल्स मोजू शकतो.

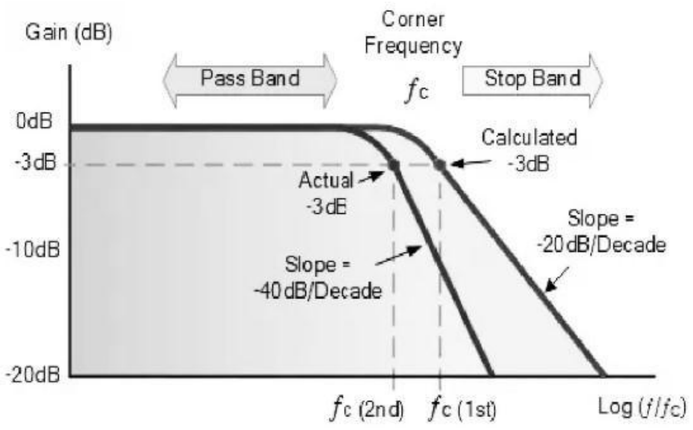
स्टॉप बँड रिपल (Stop Band Ripple) = – 20 log10(δs) dB, जेथे,
δs = स्टॉप बँड फिल्टरचा मॅग्नीटुड रेस्पॉन्स

3.6.3. फिल्टर वैशिष्ट्ये:

1**. फिल्टर क्रम (Order of Filter):**

फिल्टर क्रम रोल ऑफ रेट किंवा फिल्टरच्या पोल्सची संख्या किंवा फिल्टरमधील आरसी सर्किटच्या संख्येद्वारे परिभाषित केला जातो. फिल्टर क्रम व रोल ऑफ रेट आकृती क्र 3.34 मध्ये दर्शविले आहे.

क्रमांक	फिल्टर क्रम	रोल ऑफ रेट
1	फर्स्ट ऑर्डर (1^{st} Order)	±20 dB/दशक
2	सेकंड ऑर्डर (2^{nd} Order)	±40 dB/दशक
3	थर्ड ऑर्डर (3^{rd} Order)	±60 dB/दशक



आकृती क्र 3.34. फिल्टर वैशिष्ट्ये (Order of Filter)

2. कट ऑफ फ्रिक्वेन्सी :

फिल्टरच्या पास बँड आणि स्टॉप बँडमधील बाऊंड्री म्हणजे कट ऑफ फ्रिक्वेन्सी आहे.

3. पास बँड :

पास बँड ही फ्रिक्वेन्सीची श्रेणी आहे जी फिल्टरमधून जाऊ शकते.

4. स्टॉप बँड :

फिल्टरद्वारे ब्लॉक केलेला फ्रिक्वेन्सी बॅंड म्हणजे स्टॉप बँड आहे.

5. सेंटर फ्रिक्वेन्सी (f_c):

फिल्टर किंवा चॅनेलची सेंटर फ्रिक्वेन्सी हे वरच्या आणि खालच्या कटऑफ फ्रिक्वेन्सीच्या सेंट्रल फ्रिक्वेन्सीचे मोजमाप असते.

6**. रोल ऑफ रेट:**

स्टॉप बँडमध्ये ज्या दराने गेन झपाट्याने कमी होतो त्याला रोल ऑफ रेट म्हणतात.

7. बॅंडविड्थः

हायर कट ऑफ फ्रिक्वेन्सी आणि लोअर कट ऑफ फ्रिक्वेन्सी यातील फरक बैंडविड्थ म्हणून ओळखला जातो.

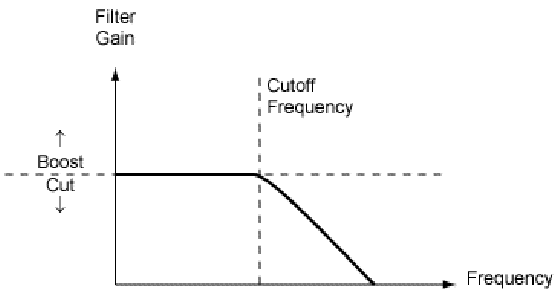
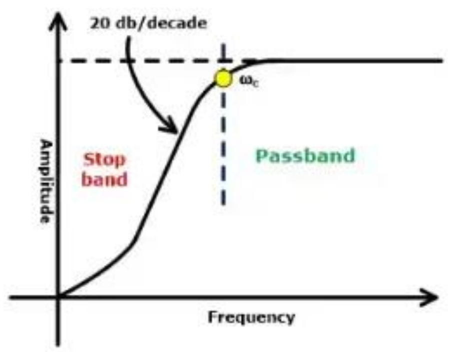
8. गुणवत्ता घटक (Quality Factor):

गुणवत्ता घटक हे फिल्टरच्या बँडविड्थचे व सेंटर फ्रिक्वेंसी f_c चे गुणोत्तर म्हणून परिभाषित केले जाते. यास "Q Factor " असेही म्हणतात .

Q = fc / B.W

4.6.4. लो पास फिल्टर आणि हाय पास फिल्टर यांची तुलना :

तक्ता क्र.3.2.लो पास फिल्टर आणि हाय पास फिल्टर यांची तुलना

क्र.	लो पास फिल्टर	हाय पास फिल्टर
1	हे इमेज स्मूथिंग करण्यासाठी वापरले जाते	हे इमेज शार्पेनिंग करण्यासाठी वापरली जाते
2	हे फिल्टर अलायसिंग इफेक्ट (Aliasing Effect) काढून टाकण्यास मदत करतात.	हे फिल्टर डिस्टोरशन मुळे होणारा आवाज (Noise) काढून टाकण्यास मदत करतात.
3	यात कमी फ्रिक्वेंसी जतन केली जाते.	यात उच्च फ्रिक्वेंसी जतन केली जाते.
4	हे फिल्टर कट ऑफ फ्रिक्वेन्सी पेक्षा कमी फ्रिक्वेन्सी असलेले सिग्नल पुढे नेते.	हे फिल्टर कट ऑफ फ्रिक्वेन्सी पेक्षा जास्त फ्रिक्वेन्सी असलेले सिग्नल पुढे नेते.
5	यात रेझिस्टरचा समावेश असतो जो कॅपेसिटर नंतर येतो.	यात कॅपेसिटरचा समावेश असतो ज्याच्या पाठोपाठ एक रेझिस्टर असतो.
6		

सक्रिय फिल्टर आणि निष्क्रिय फिल्टर यांची तुलना :

तक्ता क्र.3.3.सक्रिय फिल्टर आणि निष्क्रिय फिल्टर यांची तुलना

क्र.	सक्रिय फिल्टर	निष्क्रिय फिल्टर
1	सक्रिय फिल्टरमध्ये वापरलेले घटक म्हणजे प्रतिरोधक, विद्युतसंग्रहक, विद्युत प्रवर्तक बरोबर सक्रिय घटक ट्रांझिस्टर किंवा कार्यरत प्रवर्धक(Operational Amplifier)असतात.	निष्क्रिय फिल्टरमध्ये वापरलेले घटक म्हणजे प्रतिरोधक(Resistor),विद्युतसंग्रहक(Capacitor),विद्युत प्रवर्तक(Inductor) असतात.
2	ते ऑपरेट करण्यासाठी बाह्य उर्जा स्त्रोत आवश्यक आहे.	यासाठी बाह्य उर्जा स्त्रोताची आवश्यकता नाही.
3	हे हाय पॉवर गेन प्रदान करते.	हे पॉवर गेन प्रदान करत नाही.
4	लोडमधील बदलासह त्याची वैशिष्ट्ये बदलत नाहीत.	लोडमधील बदलांसह त्याची विद्युत वैशिष्ट्ये लक्षणीय बदलतात.
5	यात उच्च Q घटक आहे.	यात कमी Q घटक आहे.
6	हे फिल्टर निष्क्रिय फिल्टरपेक्षा महाग असतात.	हे फिल्टर सक्रिय फिल्टरपेक्षा स्वस्त असतात.

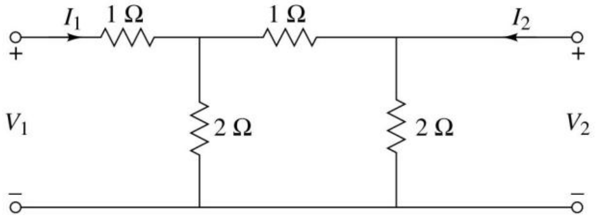
3.6.5. फिल्टर अनुप्रयोग (Application):

1. फिल्टर सर्किट्सचा वापर नॉईस (Noise) दूर करण्यासाठी केला जातो.
2. रेडिओ ट्यूनिंगमध्ये एका विशिष्ट फ्रिक्वेन्सी साठी वापरले जातात.
3. ऑडिओ सिस्टम्समध्ये पूर्व प्रवर्धन (Pre-amplification), समतुलीकरण(Equalisation), टोन कंट्रोलमध्ये वापरले जाते.
4. सिग्नल प्रोसेसिंग सर्किट्स आणि डेटा रूपांतरण मध्ये देखील वापरले जातात.
5. वैद्यकीय अणुविद्युत प्रणालीमध्ये फिल्टर सर्किट्सचा मोठ्या प्रमाणावर वापर केला जातो.
6. सेन्सर रीडिंगमधील आवाज आणि व्यत्यय फिल्टर करण्यासाठी पर्यावरणीय मॉनिटरिंग प्रणालीमध्ये फिल्टर सर्किट्सचा वापर केला जातो.

स्वाध्याय (Self Learning) :

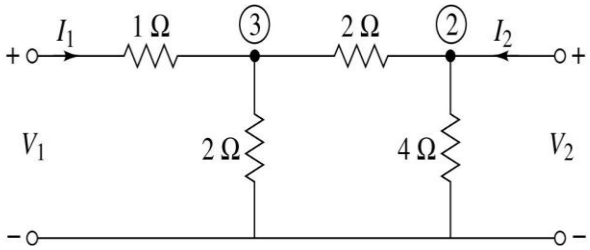
1. नेटवर्कचे विविध प्रकारांमध्ये वर्गीकरण करा.
2. खालील नेटवर्कची व्याख्या करा.
   1. द्विपक्षीय नेटवर्क (Bilateral Network)
   2. सममितीय नेटवर्क (Symmetrical Network)
   3. एक पोर्ट नेटवर्क (Single Port Network)
   4. टू पोर्ट नेटवर्क (Two Port Network)

3. आकृती क्र. 3.35 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी Z- पॅरामीटर शोधा.



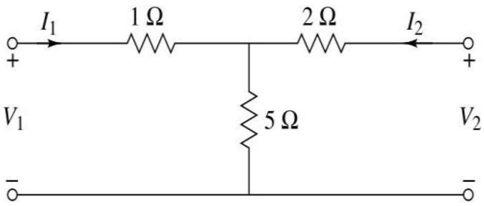
आकृती क्र. 3.35

4. आकृती क्र. 3.36 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी Y- पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र. 3.36

5. आकृती क्र. 3.37 मध्ये दर्शविलेल्या नेटवर्कसाठी ABCD- पॅरामीटर शोधा.



आकृती क्र. 3.37

6. टू पोर्ट नेटवर्कच्या आंतररचनेचे (Interconnection) प्रकार सांगा.
7. टू पोर्ट नेटवर्कच्या समांतर जोडणीचे वर्णन करा.
8. अटेन्युएटरची व्याख्या सांगा व अटेन्युएटरचे प्रकार सांगा.
9. अटेन्युएटरचे कोणतेही चार अनुप्रयोग (Application)सांगा.
10. T-अटेन्युएटर आणि π-अटेन्युएटर यांची तुलना करा.
11. फिल्टरची व्याख्या सांगा व फिल्टरचे प्रकार सांगा.
12. बँड पास फिल्टर आकृतीसह थोडक्यात स्पष्ट करा.
13. लो पास फिल्टर आणि हाय पास फिल्टर यांची तुलना करा.
14. बँड पास फिल्टर आणि बँड स्टॉप फिल्टर चे फ्रिक्वेन्सी प्रतिसाद (Frequency Response) काढा.
15. फिल्टरचे कोणतेही चार अनुप्रयोग (Application)सांगा.

लघुप्रकल्प (Microproject):

1. RC लो पास फिल्टरचे सर्किट विकसित करा.
2. RC हाय पास फिल्टरचे सर्किट विकसित करा.
3. RC बँड स्टॉप फिल्टरचे सर्किट विकसित करा.

संदर्भ (Bibliography) :

Sr No	Author	Title	Publisher with ISBN Number
1	Ravish R Singh	Network Analysis and Synthesis	McGraw Hill Education (India) Pvt.Ltd. ISBN : 972-1-25-906295-7
2	Ramesh Babu	Electric Circuit Analysis by Ramesh Babu	Sci-tech Publication (India) Pvt.Ltd. ISBN : 978 81 8371 0787

संकेतस्थळ (Websites):

Sr.No.	Link/Portal	Description
1.	https://www.Electrical4u.Com/	
2.	https://www.electronics-tutorials.ws/attenuators/t-pad-attenuator.html	
3.	https://www.electricaltechnology.org/2021/12/difference-between-active-passive-filter.html	
4	https://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_2.html	
5	eeeguide.com	

युनिट 4
सिंगल फेज ए.सी. सर्किट
(Single Phase A.C. Circuit)

विषय निष्पत्ती (Course Outcome):

सिंगल फेज ए.सी. सर्किटच्या विद्युत पॅरामीटर्सची गणना करा

Calculate the electrical parameters of single phase A.C. circuit.

युनिट निष्पत्ती (Unit Outcome):

4.1 सीरिझ ए.सी. सर्किटच्या फेजर आकृतीचे विश्लेषण करा.
Analyze the phasor diagram of series A.C. circuit.

4.2 निर्दिष्ट सर्किटसाठी एक्टिव्ह पॉवर, रिएक्टिव्ह पॉवर, अपॅरन्ट पॉवर आणि पॉवर फॅक्टरची गणना करा.
Calculate active, reactive, apparent power and power factor for the specified circuit.

4.3 समांतर ए.सी. सर्किटच्या फेजर आकृतीचे विश्लेषण करा.
Analyze the phasor diagram of parallel A.C. circuit.

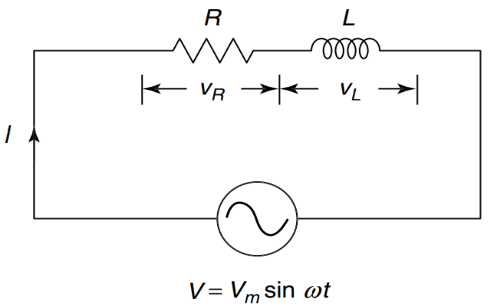
4.4 दिलेल्या सर्किटसाठी ॲडमिट्टन्स, कंडक्टन्स आणि ससेप्टन्स निश्चित करा.
Determine admittance, conductance and susceptance for the given circuit.

4.5 दिलेल्या आर, एल आणि सी घटकाच्या आउटपुटचा प्रारंभिक आणि अंतिम स्थितीत अर्थ लावा.
Interpret the output of the given R, L and C component at initial and final condition.

परिचय (Introduction)

इलेक्ट्रिकल सिस्टिमचा अभ्यास करणाऱ्या विद्यार्थ्यांसाठी सिंगल फेज ए.सी. सर्किट समजून घेणे आवश्यक आहे. आर-एल (RL), आर-सी (RC), आणि आर-एल-सी (RLC) सर्किट्स हे इलेक्ट्रिकल सिस्टिमचे महत्त्वाचे भाग आहेत. विद्युत दाब, विद्युत प्रवाह, इम्पीडन्स, पॉवर आणि पॉवर फॅक्टर यासारख्या संकल्पनांवर लक्ष केंद्रित करून विद्यार्थी या सर्किट्सचा अभ्यास करतात. रेझिस्टन्स, इंडक्टन्स आणि कॅपॅसिटन्सच्या समांतर सर्किट्सचा अभ्यास केल्याने विद्यार्थ्यांना समांतर सर्किट्च्या विद्युत दाब, विद्युत प्रवाह आणि पॉवरवर होणाऱ्या परिणाम समजण्यास मदत होते. समांतर सर्किट्चा हा अभ्यास विद्यार्थ्यांना ॲडमिट्टन्स, कंडक्टन्स आणि ससेप्टन्स यासारख्या संज्ञा समजून घेण्यास मदत करतो. शेवटी, विद्यार्थी स्विचिंग सर्किट्समधील प्रारंभिक आणि अंतिम परिस्थितींचा अभ्यास करतात, जे आर(R), एल (L) आणि सी (C) घटक वेगवेगळ्या वेळी कसे वागतात हे दर्शविते.

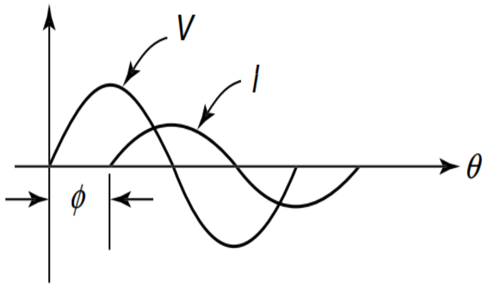
4.1 ए.सी. सीरिझ रेझिस्टर- इंडक्टर (आर-एल) सर्किट



आकृती क्र. 4.1 सीरिझ आर-एल सर्किट आकृती

वरील आकृती क्र. 4.1. सीरिझ आर-एल सर्किट दाखवते. येथे रेझिस्टर आणि इंडक्टर ए.सी. पुरवठ्यासह सीरिझ मध्ये जोडलेले आहेत.
विद्युत (पुरवठा) दाब (voltage) = $V = V_m \sin(\omega t)$
सर्किट मधील विद्युत प्रवाह (current) = $I = I_m \sin(\omega t - \Phi)$.
रेझिस्टरचे विद्युत दाब = $V_R = R*I$
इंडक्टरचे विद्युत दाब = $V_L = X_L*I$
जेथे (V_m) आणि (I_m) हे ए.सी. विद्युत दाब आणि ए.सी. विद्युत प्रवाह चे जास्तीत जास्त मूल्य आहे.

4.1.1 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म



आकृती क्र. 4.2 सीरिझ आर-एल सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

आकृती क्र. 4.2. मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांचे वेव्हफॉर्म दाखवले आहेत. वरील आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किट मधील विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला फेज कोन (Φ) ने लीड (lead) (पुढे) करतो किंवा आपण असे म्हणू शकतो की सर्किटचा विद्युत प्रवाह (I) फेज कोन (phase angle)(Φ) ने विद्युत दाबाच्या (V) मागे राहते.

4.1.2 इम्पीडन्स (impedance)

सीरिझ आर-एल (RL) सर्किटमध्ये इम्पीडन्स (Z) असे दिले जाते

$$V = V_R + V_L$$
$$V = RI + jX_LI$$
$$V = I(R + jX_L)$$
$$\frac{V}{I} = Z = R + jX_L$$
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$
$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \text{ ....(1)}$$

समीकरण 1 मध्ये $X_L = \omega L$ बदलणे

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$
$$\omega = 2\pi f$$
$$f = \text{फ्रिक्वेंसी (Frequency)}$$

प्रमाण (Z) ला सीरिझ आर-एल (RL) सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे.

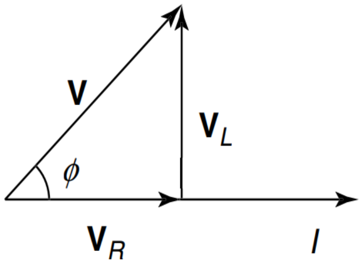
इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते

$$Z = R + jX_L$$

(R) ला रेसिस्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा खरा (real) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रेसिस्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहाला विरोध करतो. त्याचे एकक ओहम आहे.

(X_L) ला इन्डक्टिव्ह् रिऍक्टन्स (reactance) म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा काल्पनिक (imaginary) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रिऍक्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहातील बदलाला विरोध करते. त्याचे एकक ओहम आहे.

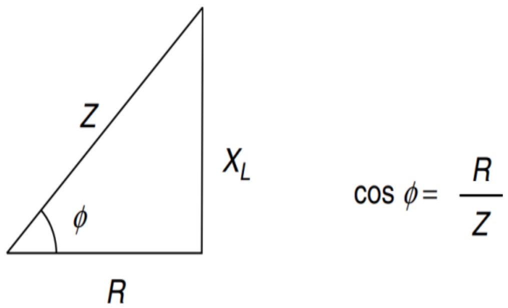
4.1.3 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती



आकृती क्र. 4.3 सीरिझ आर-एल सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

आकृती क्र. 4.3 मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांची फेजर आकृती दाखवली आहे. वरील फेजर आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टरचे विद्युत दाब (V_R) हे विद्युत प्रवाह (I) सह फेज मध्ये आहे तर इंडक्टरचे विद्युत दाब (V_L) हे विद्युत प्रवाह (I) ला 90° ने लीड (पुढे) (lead) करते.

4.1.4 इम्पीडन्स त्रिकोण (Impedance triangle)

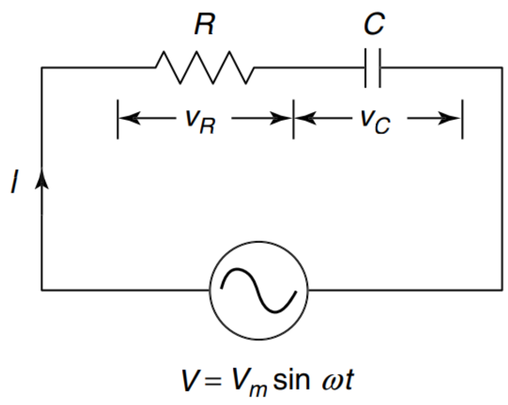


आकृती क्र. 4.4 सीरिझ आर-एल सर्किट इम्पीडन्स त्रिकोण

आकृती क्र. 4.4 सीरिझ आर-एल (RL) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-एल (RL) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर (power factor) हा लॅगिंग (lagging) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = $\cos(\Phi) = \frac{R}{Z}$ **(लॅगिंग)** (Lagging).

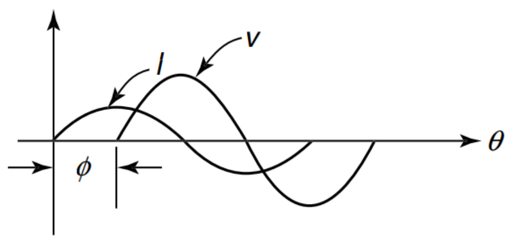
4.2 ए.सी. सीरिझ रेझिस्टर- कॅपॅसिटर (आर-सी) सर्किट



आकृती क्र. 4.5 सीरिझ आर-सी सर्किट आकृती

वरील आकृती क्र. 4.5. सीरिझ आर-सी सर्किट दाखवते. येथे रेझिस्टर आणि कॅपॅसिटर ए.सी. पुरवठ्यासह सीरिझ मध्ये जोडलेले आहेत.
विद्युत (पुरवठा) दाब (voltage) = $V = V_m \sin(\omega t)$
सर्किट मधील विद्युत प्रवाह (current) = $I = I_m \sin(\omega t - \Phi)$.
रेझिस्टरचे विद्युत दाब = $V_R = R * I$
कॅपॅसिटरचे विद्युत दाब = $V_C = X_C * I$
जेथे (V_m) आणि (I_m) हे ए.सी. विद्युत दाब आणि ए.सी. विद्युत प्रवाह चे जास्तीत जास्त मूल्य आहे.

4.2.1 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म



आकृती क्र. 4.6 सीरिझ आर- सी सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

आकृती क्र. 4.6. मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांचे वेव्हफॉर्म दाखवले आहेत. वरील आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किट मधील विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला फेज कोन (Φ) ने लॅग (lag) (मागे) करतो किंवा आपण असे म्हणू शकतो की सर्किटचा विद्युत प्रवाह (I) फेज कोन (phase angle)(Φ) ने विद्युत दाबाच्या (V) पुढे राहते.

4.2.2 इम्पीडन्स (impedance)

सीरिझ आर-सी (RC) सर्किटमध्ये इम्पीडन्स (Z) असे दिले जाते

$$V = V_R + V_C$$
$$V = RI - jX_C I$$
$$V = I(R - jX_C)$$
$$\frac{V}{I} = Z = R - jX_C$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2}$$

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

समीकरण 1 मध्ये $X_C = \frac{1}{\omega C}$ बदलणे

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$$

$$\omega = 2\pi f$$

f = फ्रिक्वेंसी (Frequency)

प्रमाण (Z) ला सीरिझ आर-सी (RC) सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स (complex impedance) असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे.

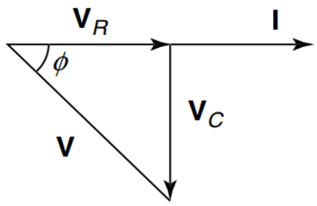
इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते

$Z = R - jX_C$

(R) ला रेसिस्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा खरा (real) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रेसिस्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहाला विरोध करतो. त्याचे एकक ओहम आहे.

(X_C) ला कॅपेसिटिव्ह रिऍक्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा काल्पनिक (imaginary) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रिऍक्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहातील बदलाला विरोध करते. त्याचे एकक ओहम आहे.

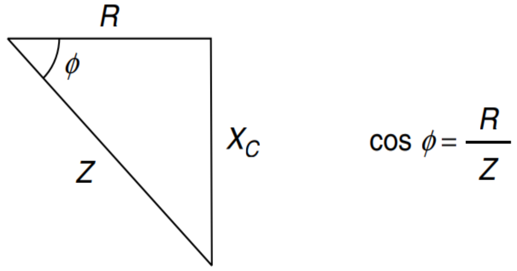
4.2.3 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती



आकृती क्र. 4.7 **सीरिझ आर-सी सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती**

आकृती क्र. 4.7 मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांची फेजर आकृती दाखवली आहे. वरील फेजर आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टरचे विद्युत दाब (V_R) हे विद्युत प्रवाह (I) सह फेज मध्ये आहे तर कॅपॅसिटरचे विद्युत दाब (V_C) हे विद्युत प्रवाह (I) ला 90° ने लॅग (मागे) (lag) करते.

4.2.4 इम्पीडन्स त्रिकोण (impedance triangle)

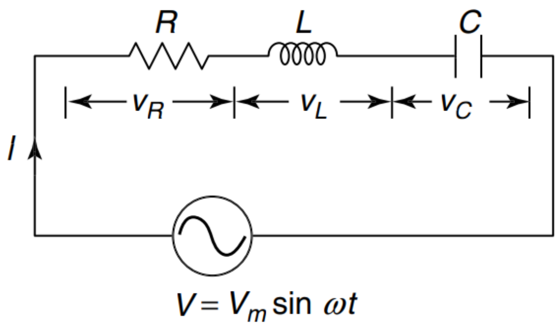


आकृती क्र. 4.8 सीरिझ आर-सी सर्किट इम्पीडन्स त्रिकोण

आकृती क्र. 4.8 सीरिझ आर-सी (RC) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-सी (RC) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर (power factor) हा लीडिंग (leading) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{R}{Z}$ **(लीडिंग)** (leading)

4.3 ए.सी. सीरिझ रेझिस्टर- इंडक्टर- कॅपॅसिटर (आर-एल-सी) सर्किट



आकृती क्र. 4.9 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट आकृती

वरील आकृती क्र. 4.9. सीरिझ आर-एल-सी सर्किट दाखवते. येथे रेझिस्टर , इंडक्टर आणि कॅपॅसिटर ए.सी. पुरवठ्यासह सीरिझ मध्ये जोडलेले आहेत.

विद्युत (पुरवठा) दाब (voltage) = V = $V_m \sin(\omega t)$

सर्किट मधील विद्युत प्रवाह (current) = I = $I_m \sin(\omega t \pm \Phi)$

$X_L > X_C$ तेव्हा '−' चिन्ह वापरले जाते.

$X_C > X_L$ तेव्हा '+' चिन्ह वापरले जाते.

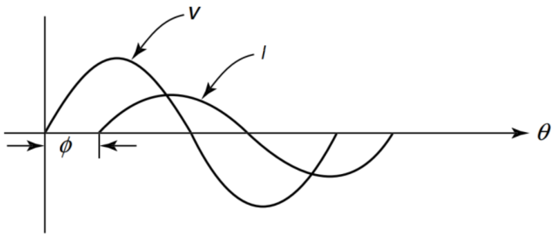
रेझिस्टरचे विद्युत दाब = $V_R = R * I$

इंडक्टरचे विद्युत दाब = $V_L = XL * I$

कॅपॅसिटरचे विद्युत दाब = $V_C = XC * I$

जेथे (V_m) आणि (I_m) हे ए.सी. विद्युत दाब आणि ए.सी. विद्युत प्रवाह चे जास्तीत जास्त मूल्य आहे.

4.3.1 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

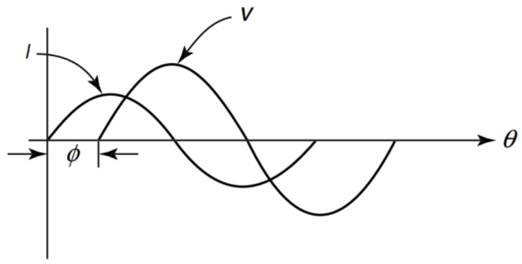


आकृती क्र. 4.10. सीरिझ आर-एल-सी सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

प्रकरण (i) $X_L > X_C$

आकृती क्र. 4.10. मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांचे वेव्हफॉर्म दाखवले आहेत. वरील आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किट मधील विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला फेज कोन (Φ) ने

लीड (lead) (पुढे) करतो किंवा आपण असे म्हणू शकतो की सर्किटचा विद्युत प्रवाह (I) फेज कोन (phase angle)(Φ) ने विद्युत दाबाच्या (V) मागे राहते.



आकृती क्र. 4.11. सीरिझ आर-एल-सी सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

प्रकरण (ii) $X_C > X_L$

आकृती क्र. 4.11. मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांचे वेव्हफॉर्म दाखवले आहेत. वरील आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किट मधील विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला फेज कोन (Φ) ने लॅग (lag) (मागे) करतो किंवा आपण असे म्हणू शकतो की सर्किटचा विद्युत प्रवाह (I) फेज कोन (phase angle)(Φ) ने विद्युत दाबाच्या (V) पुढे राहते.

4.3.2 इम्पीडन्स (impedance)

सीरिझ आर-एल-सी सर्किटमध्ये इम्पीडन्स (Z) असे दिले जाते

$$V = V_R + V_L + V_C$$

$$V = RI + jX_LI - jX_CI$$

$$V = I(R + j(X_L - X_C))$$

$$\frac{V}{I} = Z = R + j(X_L - X_C)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

येथे $X_L = \omega L$ आणि $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$\omega = 2\pi f$$

f = फ्रिक्वेंसी (Frequency)

प्रमाण (Z) ला सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स (complex impedance) असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे.

इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते.

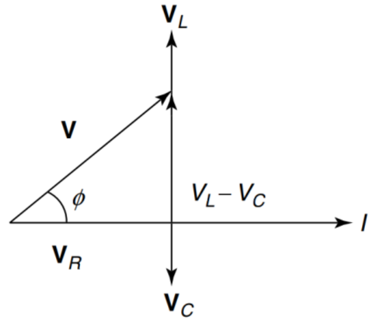
$Z = R + j(X_L - X_C)$

(R) ला रेसिस्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा खरा (real) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रेसिस्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहाला विरोध करतो. त्याचे एकक ओहम आहे.

(X_L) ला इन्डक्टिव्ह् रिऍक्टन्स (reactance) म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा काल्पनिक (imaginary) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रिऍक्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहातील बदलाला विरोध करते. त्याचे एकक ओहम आहे.

(X_C**)** ला कॅपेसिटिव्ह रिऍक्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा काल्पनिक (imaginary) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रिऍक्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहातील बदलाला विरोध करते. त्याचे एकक ओहम आहे.

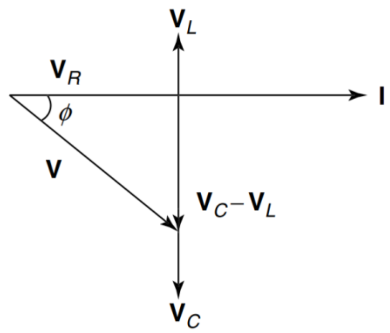
4.3.3 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती



आकृती क्र. 4.12 . सीरिझ आर-एल-सी सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

प्रकरण (i) $X_L > X_C$

आकृती क्र. 4.12 मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांची फेजर आकृती दाखवली आहे. वरील फेजर आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टरचे विद्युत दाब (V_R) हे विद्युत प्रवाह (I) सह फेज मध्ये आहे तर इंडक्टर आणि कॅपॅसिटर चे विद्युत दाब (V_L - V_C) हे विद्युत प्रवाह (I) ला 90° ने लीड (पुढे) (lead) करते. व्हा $X_L > X_C$ असेल तेव्हा सीरिझ आर-एल-सी सर्किट चा रिऍक्टन्स (X) हा इन्डक्टिव्ह् स्वरूपाचे असेल आणि सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किट हे आर-एल (RL) सर्किट सारखे वागेल.

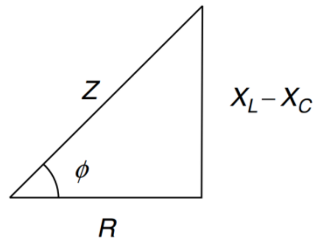


आकृती क्र. 4.13 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

प्रकरण (ii) $X_C > X_L$

आकृती क्र. 4.13 मध्ये विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांची फेजर आकृती दाखवली आहे. वरील फेजर आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टरचे विद्युत दाब (V_R) हे विद्युत प्रवाह (I) सह फेज मध्ये आहे तर इंडक्टर आणि कॅपॅसिटर चे विद्युत दाब ($V_C - V_L$) हे विद्युत प्रवाह (I) ला 90° ने लॅग (मागे) (lag) करते. जेव्हा $X_C > X_L$ असेल तेव्हा सीरिझ आर-एल-सी सर्किट चा रिऍक्टन्स (X) हा कॅपेसिटिव्ह स्वरूपाचे असेल आणि सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किट हे आर-सी (RC) सर्किट सारखे वागेल.

4.3.4 इम्पीडन्स त्रिकोण (impedance triangle)

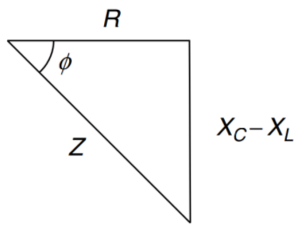


आकृती क्र. 4.14 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट इम्पीडन्स त्रिकोण

प्रकरण (i) $X_L > X_C$

आकृती क्र. 4.14 सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर (power factor) हा लॅगिंग (lagging) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{R}{Z}$ **(लॅगिंग)** (lagging)



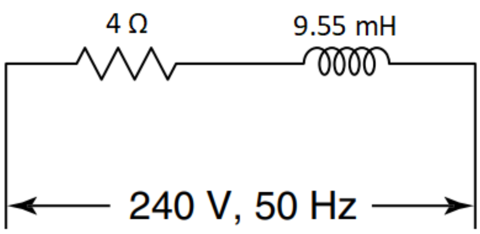
आकृती क्र. 4.15 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट इम्पीडन्स त्रिकोण

प्रकरण (ii) $X_C > X_L$

आकृती क्र. 4.15 सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर (power factor) हा लीडिंग (leading) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{R}{Z}$ **(लीडिंग)** (leading)

1. एक कॉइलचा रेसिस्टन्स 4 Ω आहे आणि इंडक्टन्स 9.55 mH आहे. गणना करा (i) रिऍक्टन्स (ii) इम्पीडन्स (iii) 240 V, 50 Hz सप्लायमधून घेतलेले विद्युत प्रवाह.



आकृती क्र. 4.16 सीरिझ आर-एल सर्किट आकृती

दिलेली माहिती :

रेसिस्टन्स (R) = 4 Ω

इंडक्टन्स (L) = 9.55 mH = 0.00955 H

सप्लाय विद्युत दाब (V) = 240 V

फ्रीक्वेंसी (f) = 50 Hz

(i) रिऍक्टन्स (X_L): = 2πfL

$$X_L = 2\pi \times 50 \times 0.00955 = 3\Omega$$

(ii) इम्पीडन्स (Z): = $\sqrt{R^2 + {X_L}^2}$

$$Z = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$Z = \sqrt{16 + 9}$$

$$Z = \sqrt{25}$$

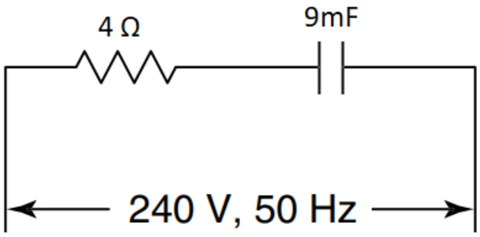
$$Z = 5\Omega$$

(iii) प्रवाह (I) = $\frac{V}{Z}$

$$I = \frac{240}{5}$$

$$I = 48A$$

2. एका सर्किटमध्ये रेसिस्टन्स 4 Ω आहे आणि कॅपॅसिस्टन्स 9mF आहे. गणना करा (i) रिऍक्टन्स (ii) इम्पीडन्स (iii) 240 V, 50 Hz सप्लायमधून घेतलेले प्रवाह.



आकृती क्र. 4.17 सीरिझ आर-सी सर्किट आकृती

दिलेली माहिती :
रेसिस्टन्स (R) = 4 Ω
कॅपॅसिस्टन्स (C) = 9mF = 0.009F
सप्लाय विद्युत दाब (V) = 240 V
फ्रीक्वेंसी (f) = 50 Hz

(i) रिऍक्टन्स (X_C): = $\frac{1}{2\pi fC}$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 0.009} = 0.35\Omega$$

(ii) इम्पीडन्स (Z): = $\sqrt{R^2 + X_C{}^2}$

$$Z = \sqrt{4^2 + 0.35^2}$$

$$Z = \sqrt{16 + 0.12}$$

$$Z = \sqrt{16.12}$$

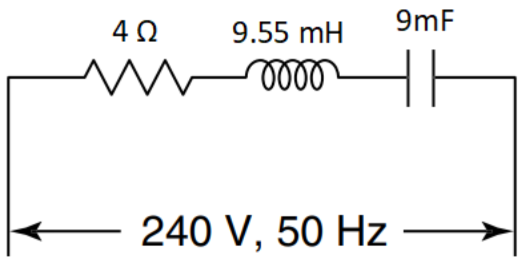
$$Z = 4.01\Omega$$

(iii) प्रवाह (I) = $\frac{V}{Z}$

$$I = \frac{240}{4.01}$$

$$I = 59.85A$$

3. एका सर्किटमध्ये रेसिस्टन्स 4 Ω, इंडक्टन्स 9.55 mH आणि कॅपॅसिस्टन्स 9mF आहे. गणना करा (i) रिऍक्टन्स (ii) इम्पीडन्स (iii) 240 V, 50 Hz सप्लायमधून घेतलेले विद्युत प्रवाह.



आकृती क्र. 4.18 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट आकृती

दिलेली माहिती :
रेसिस्टन्स (R) = 4 Ω
इंडक्टन्स (L) = 9.55 mH = 0.00955 H
कॅपॅसिस्टन्स (C) = 9mF = 0.009F
सप्लाय विद्युत दाब (V) = 240 V
फ्रीक्वेंसी (f) = 50 Hz

(i) रिऍक्टन्स (X_L): = 2πfL

$$X_L = 2\pi \times 50 \times 0.00955 = 3\Omega$$

(ii) रिऍक्टन्स (X_C): = $\frac{1}{2\pi fC}$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 0.009} = 0.35\Omega$$

$$\therefore X_L > X_C$$

(iii) इम्पीडन्स (Z): = $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$Z = \sqrt{4^2 + (3 - 0.35)^2}$$

$$Z = \sqrt{16 + 7}$$

$$Z = \sqrt{23}$$

$$Z = 4.79\Omega$$

(iv) प्रवाह (I) = $\frac{V}{Z}$

$$I = \frac{240}{4.79}$$

$$I = 50.10A$$

4.4 पॉवर फॅक्टर (power factor)

पॉवर फॅक्टर (power factor) हे विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फॅसर यांच्यातील कोनाचे कोसाइन म्हणून परिभाषित केले आहे.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ)

Φ (फाय) = विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फॅसर मधला फेज कोन आहे

सीरिझ आर-एल सर्किट चा पॉवर फॅक्टर लॅगिंग (lagging) प्रकाराचे आहे.

सीरिझ आर-सी सर्किट चा पॉवर फॅक्टर लीडिंग (leading) प्रकाराचे आहे.

सीरिझ आर-एल-सी सर्किट चा पॉवर फॅक्टर लॅगिंग (lagging) ($X_L > X_C$) आणि लीडिंग (leading) ($X_C > X_L$) प्रकाराचे आहे.

4.5 एक्टिव्ह पॉवर (active power)

एक्टिव्ह पॉवर (active power) ही ए.सी. (AC) सर्किटमध्ये वापरण्यायोग्य किंवा वापरण्यात येणारी विद्युत पॉवर आहे आणि त्यात वॅट (W) किंवा किलोवॅट (kW) ची एकके आहेत. खरी पॉवर (real power) किंवा वास्तविक पॉवर हे एक्टिव्ह पॉवर चे दुसरे नाव आहे, आणि हा एक प्रकार आहे जो प्रत्यक्षात सर्किटमध्ये उपयुक्त कार्य करतो. एक्टिव्ह पॉवर ही प्रत्यक्षात लोडमध्ये वापरली जाणारी पॉवर आहे. एक्टिव्ह पॉवर (P) अक्षराने दर्शविली जाते.

एक्टिव्ह पॉवर चे सूत्र आहे:

P = VI cos(Φ)

P = एक्टिव्ह पॉवर

V = आर.एम.एस विद्युत दाब आहे

I = आर.एम.एस विद्युत प्रवाह आहे

Φ(फाय) = विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फॅसर मधला फेज कोन आहे.

4.6 रिएक्टिव्ह पॉवर (reactive power)

रिएक्टिव्ह पॉवर (reactive power) म्हणजे इलेक्ट्रिक सर्किटमध्ये मागे-पुढे वाहणारी इलेक्ट्रिक पॉवर. रिएक्टिव्ह पॉवर ही संज्ञा काल्पनिक (imaginary) शक्ती किंवा वॅटलेस पॉवरसाठी देखील वापरली जाते. शुद्ध इंडक्टर आणि कॅपेसिटर मध्ये कोणतीही पॉवर वापरली जात नाही कारण ए.सी. (AC) सोर्स पासून मिळालेली एका हाफ सायकल (half cycle) मधली पॉवर दुसऱ्या हाफ सायकल (half cycle) मध्ये ए.सी. (AC) सोर्स कडे परत केली जाते. या फिरत्या पॉवर ला रिएक्टिव्ह पॉवर म्हणतात. रिएक्टिव्ह पॉवर चे एकक (VAR) (व्होल्ट-अँपिअर- रिएक्टिव्ह)आहे. रिएक्टिव्ह पॉवर (Q) अक्षराने दर्शविली जाते.

रिएक्टिव्ह पॉवर चे सूत्र आहे:

$Q = VI \sin(\Phi)$

Q = रिएक्टिव्ह पॉवर

V = आर.एम.एस विद्युत दाब आहे

I = आर.एम.एस विद्युत प्रवाह आहे

Φ(फाय) = विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फॅसर मधला फेज कोन आहे

4.7 अपॅरन्ट पॉवर (apparent power)

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह चा गुणाकार अपॅरन्ट पॉवर म्हणून ओळखले जाते. अपॅरन्ट पॉवर (S) अक्षराने दर्शविली जाते. अपॅरन्ट पॉवर चे एकक व्होल्ट-अँपिअर्स (VA) किंवा किलोव्होल्ट-अँपिअर्स (kVA) आहे

अपॅरन्ट पॉवर चे सूत्र आहे:

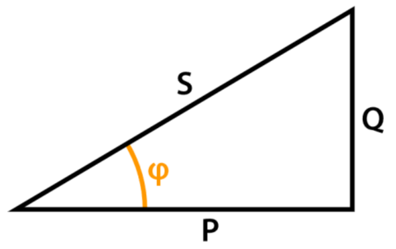
$S = VI$

S = अपॅरन्ट पॉवर

V = आर.एम.एस विद्युत दाब आहे

I = आर.एम.एस विद्युत प्रवाह आहे

4.8 पॉवर त्रिकोण (power triangle)



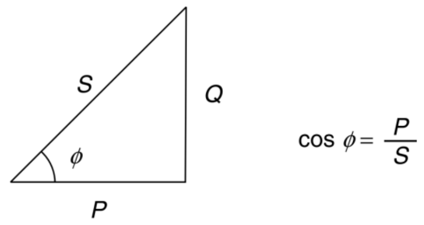
आकृती क्र. 4.19 पॉवर त्रिकोण

आकृती क्र. 4.19 पॉवर त्रिकोण (power triangle) दर्शविते. पॉवर त्रिकोण (power triangle) हा एक काटकोन त्रिकोण (right angled triangle) आहे, जिथे हायपोटेन्युज ही अपॅरन्ट पॉवर (S) (apparent power), काटकोना विरुद्ध बाजू ही रिएक्टिव्ह पॉवर (Q) (reactive power), आणि काटकोना समीप बाजू ही एक्टिव्ह पॉवर (P) (active power) आहे. एसी सर्किट्सचे हे तीन पॅरामीटर्स पायथागोरसच्या प्रमेयाला $S^2 = P^2 + Q^2$ असे फॉलो करतात. एक्टिव्ह पॉवर (P) आणि अपॅरन्ट पॉवर (S) मधला कोन पॉवर फॅक्टर (किंवा cos(Φ)) मूल्य देतो.

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

4.8.1 ए.सी. (AC) सीरिझ आर-एल (RL) सर्किट चा पॉवर त्रिकोण

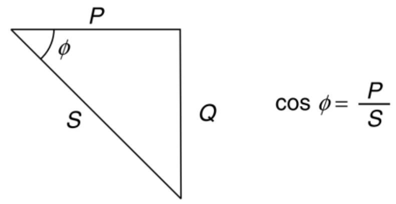


आकृती क्र. 4.20 सीरिझ आर-एल सर्किट पॉवर त्रिकोण

आकृती क्र. 4.20 सीरिझ आर-एल (RL) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-एल (RL) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर हा लॅगिंग (lagging) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{P}{S}$ (लॅगिंग) (lagging)

4.8.2 ए.सी. (AC) सीरिझ आर-सी (RC) सर्किट चा पॉवर त्रिकोण

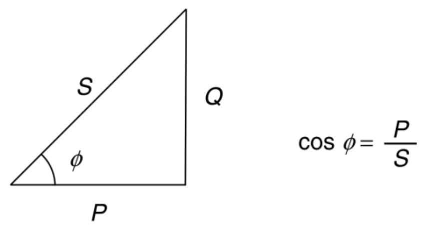


आकृती क्र. 4.21 सीरिझ आर-सी सर्किट पॉवर त्रिकोण

आकृती क्र. 4.21 सीरिझ आर-सी (RC) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-सी (RC) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर हा लीडिंग (leading) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{P}{S}$ **(लीडिंग)** (leading).

4.8.3 ए.सी. (AC) सीरिझ आर-एल -सी (RLC) सर्किट चा पॉवर त्रिकोण

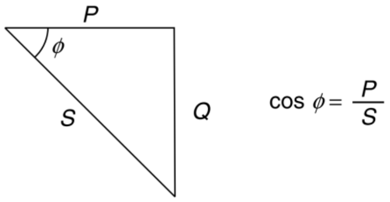


आकृती क्र. 4.22 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट पॉवर त्रिकोण

प्रकरण (i) $X_L > X_C$

आकृती क्र. 4.22 सीरिझ आर-एल -सी (RLC) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-एल -सी (RLC) सर्किट चा पॉवर फॅक्टर हा लॅगिंग (lagging) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{P}{S}$ (लॅगिंग) (lagging)



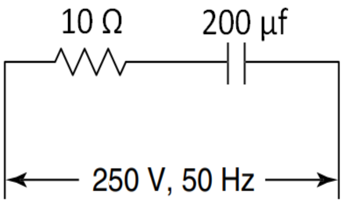
आकृती क्र. 4.23 सीरिझ आर-एल-सी सर्किट पॉवर त्रिकोण

प्रकरण (ii) $X_C > X_L$

आकृती क्र. 4.23 सीरिझ आर-एल -सी (RLC) सर्किटचा इम्पीडन्स त्रिकोण दर्शविते. सीरिझ आर-एल -सी (RLC) सर्किट चा पॉवर फॅक्टर हा लीडिंग (leading) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{P}{S}$ **(लीडिंग)** (leading)

1. एका आरसी सर्किट मध्ये R = 10Ω आणि C = 200 μf आहे. हे 250 V, 50Hz, 1 φ AC पुरवठ्याशी जोडलेले आहे. सर्किटद्वारे वापरलेल्या एक्टिव्ह पॉवरची गणना करा.



आकृती क्र. 4.24 सीरिझ आर-सी सर्किट आकृती

दिलेली माहिती :

रेझिस्टर (R) = 10 Ω

कॅपॅसिटर (C) = 200 μf = 0.0002 F

सप्लाय विद्युत दाब (V) = 250 V

फ्रीक्वेंसी (f) = 50 Hz

(i) रिऍक्टन्स (X_C): = $\frac{1}{2\pi fC}$

$$X_C = 1 / 2\pi \times 50 \times 0.0002 = 15.91\Omega$$

(ii) इम्पीडन्स (Z): = $\sqrt{R^2 + {X_C}^2}$

$$Z = \sqrt{10^2 + 15.91^2}$$

$$Z = \sqrt{100 + 253.12}$$

$$Z = \sqrt{353.12}$$

$$Z = 18.79\Omega$$

(iii) प्रवाह (I) = $\frac{V}{Z}$

$$I = \frac{250}{18.79}$$

$$I = 13.30A$$

(iv) एक्टिव्ह पॉवर (P) = VI cos(Φ)

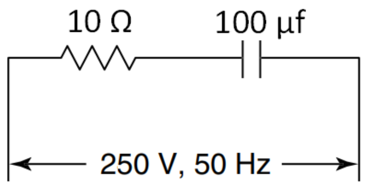
$$\cos(\Phi) = \frac{R}{Z} = \frac{10}{18.79} = 0.53$$

$$P = VI \cos(\Phi)$$

$$P = 250 \times 13.30 \times 0.53$$

$$P = 1762.25W$$

2. एका आरसी सर्किट मध्ये R = 10Ω आणि C = 100 μf आहे. हे 250 V, 50Hz, 1 φ AC पुरवठ्याशी जोडलेले आहे. सर्किटद्वारे वापरलेल्या रिएक्टिव्ह पॉवर आणि अपॅरन्ट पॉवरची गणना करा.



आकृती क्र. 4.25 सीरिझ आर-सी सर्किट आकृती

दिलेली माहिती :
रेझिस्टर (R) = 10 Ω
कॅपॅसिटर (C) = 100 μf = 0.0001 F
सप्लाय विद्युत दाब (V) = 250 V
फ्रीक्वेंसी (f) = 50 Hz

(i) रिॲक्टन्स (X_C): = $\frac{1}{2\pi fC}$

$$X_C = 1 / 2\pi \times 50 \times 0.0001 = 31.83\Omega$$

(ii) इम्पीडन्स (Z): = $\sqrt{R^2 + {X_C}^2}$

$$Z = \sqrt{10^2 + 31.83^2}$$

$$Z = \sqrt{100 + 1013.14}$$

$$Z = \sqrt{1113.14}$$

$$Z = 33.36\Omega$$

(iii) प्रवाह (I) = $\frac{V}{Z}$

$$I = \frac{250}{33.36}$$

$$I = 7.49A$$

(iv) रि एक्टिव्ह पॉवर (Q) = VI sin(Φ)

$$\cos(\Phi) = \frac{R}{Z} = \frac{10}{33.36} = 0.29$$

$$\Phi = \cos^{-1}(0.29)$$

$$\Phi = 73.14$$

$$\sin(\Phi) = \sin(73.14) = 0.95$$

$$Q = VI\sin(\Phi)$$

$$Q = 250 \times 7.49 \times 0.95$$

$$Q = 1778.8VAR$$

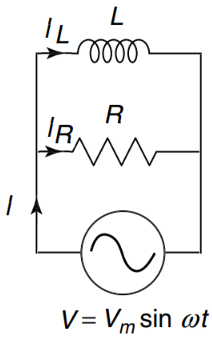
(v) अपॅरन्ट पॉवर (S) = VI

$$S = VI$$

$$S = 250 \times 7.49$$

$$S = 1872.5VA$$

4.9 शुद्ध (pure) इंडक्टरसह समांतर रेझिस्टर ए.सी. (AC) सर्किट.



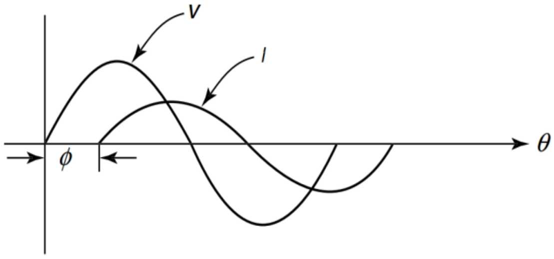
आकृती क्र. 4.26 समांतर आर-एल (RL) सर्किट

आकृती क्र. 4.26 समांतर आर-एल (RL) सर्किट दाखवते. येथे रेझिस्टर आणि इंडक्टर ए.सी. (AC) पुरवठ्यासह समांतर (parallel) मध्ये जोडलेले आहेत.

विद्युत (पुरवठा) दाब (voltage) = V = = $V_m \sin(\omega t)$

सर्किट मधील विद्युत प्रवाह (current) = I = $I_m \sin(\omega t)$.
रेझिस्टरचे विद्युत दाब = V = $V_m \sin(\omega t)$
इंडक्टरचे विद्युत दाब = V = $V_m \sin(\omega t)$
रेझिस्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह = $I_R = \frac{V}{R}$
इंडक्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह = $I_L = \frac{V}{X_L}$
जेथे (V_m) आणि (I_m) हे ए.सी. (AC) विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह चे जास्तीत जास्त मूल्य आहे.

4.9.1 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म



आकृती क्र. 4.27 समांतर आर-एल (RL) सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांचे वेव्हफॉर्म आकृती क्र. 4.27 मध्ये दाखवले आहेत. विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किटचा विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह **(I)** ला फेज कोन **(Φ)** ने लीड (lead) **(पुढे)** करते किंवा आपण असे म्हणू शकतो की सर्किटचा विद्युत प्रवाह (**I)** फेज कोन (phase angle)(Φ**)** ने विद्युत दाबाच्या (V) मागे राहते.

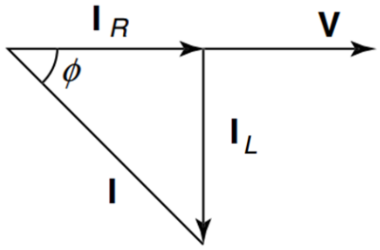
4.9.2 इम्पीडन्स (impedance)

समांतर आर-एल (RL) सर्किटमध्ये इम्पीडन्स (Z) असे दिलेली माहिती जाते

$$Z = Z_1 \parallel Z_2$$
$$Z_1 = R$$
$$Z_2 = jX_L$$
$$Z = \frac{jR\,X_L}{R + jX_L}$$
$$Z = \frac{R\,X_L\ (\angle 90)}{\sqrt{R^2 + X_L{}^2}\angle \tan{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)}$$
$$Z = |z| \angle \Phi$$
$$|z| = \sqrt{R^2 + X_L{}^2}$$
$$\Phi = \tan - 1\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

प्रमाण (Z) ला समांतर आर-एल (RL) सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स (complex impedance) असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे.
इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते.

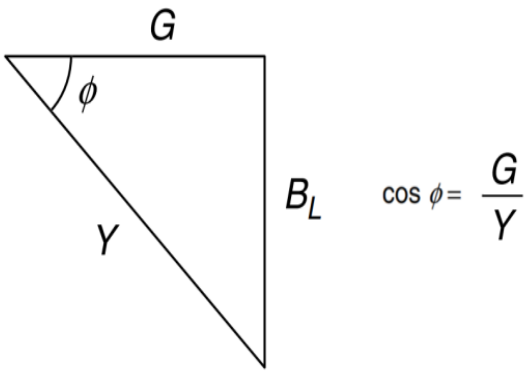
4.9.3 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती



आकृती क्र. 4.28 समांतर आर-एल (RL) सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती हि आकृती क्र. 4.28 मध्ये दाखवली आहे. वरील फेजर आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह (I_R) हे सर्किट विद्युत दाब (V) सह फेज मध्ये आहे तर इंडक्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह (I_L) हे सर्किट विद्युत दाब (V) ला 90° ने लॅग (मागे) (lag) करते.

4.9.4 ऍडमिट्टन्स त्रिकोण (admittance triangle)

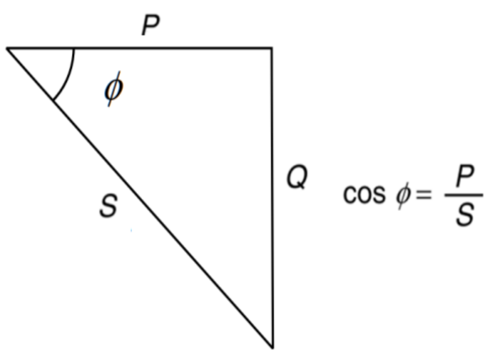


आकृती क्र. 4.29 समांतर आर-एल (RL) सर्किट ऍडमिट्टन्स त्रिकोण

आकृती क्र. 4.29 समांतर आर-एल (RL) सर्किटचा ऍडमिट्न्स त्रिकोण दर्शविते. समांतर आर-एल (RL) सर्किट चा पॉवर फॅक्टर हा लॅगिंग (lagging) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{R}{Z}$ **(लॅगिंग)** (lagging)

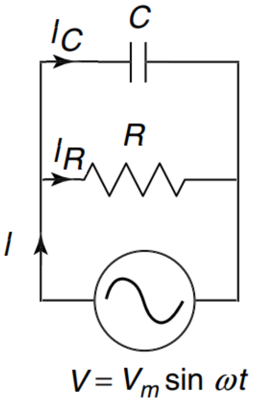
4.9.5 पॉवर त्रिकोण (power triangle)



आकृती क्र. 4.30 समांतर आर-एल (RL) सर्किट पॉवर त्रिकोण

आकृती क्र. 4.30 समांतर आर-एल (RL) सर्किटचा पॉवर त्रिकोण दर्शविते. समांतर आर-एल (RL) सर्किट चा पॉवर फॅक्टर हा लॅगिंग (lagging) स्वरूपाचा असतो.
पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{P}{S}$ (लॅगिंग) (lagging)

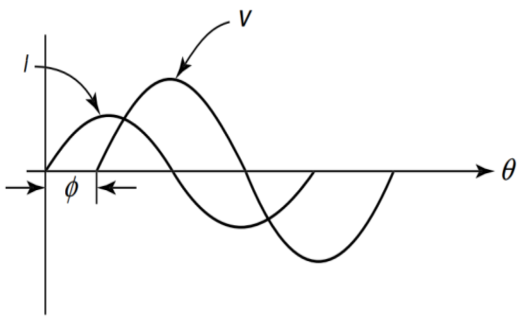
4.10 शुद्ध (pure) कॅपॅसिटरसह समांतर रेझिस्टर ए.सी. (AC) सर्किट.



आकृती क्र. 4.31 समांतर आर-सी (RC) सर्किट आकृती

आकृती क्र. 4.31 समांतर आर-सी (RC) सर्किट दाखवते. येथे रेझिस्टर आणि कॅपॅसिटर ए.सी. **(AC)** पुरवठ्यासह समांतर (parallel) मध्ये जोडलेले आहेत.
विद्युत (पुरवठा) दाब (voltage) = V = = V_m sin (ωt)
सर्किट मधील विद्युत प्रवाह (current) = I = I_m sin (ωt).
रेझिस्टरचे विद्युत दाब = V = V_m sin (ωt)
कॅपॅसिटरचे विद्युत दाब = V = V_m sin (ωt)
रेझिस्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह = $I_R = \frac{V}{R}$
कॅपॅसिटरद्वारे विद्युत् प्रवाह = $I_C = \frac{V}{X_C}$
जेथे (V_m) आणि (I_m) हे ए.सी. (AC) विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह चे जास्तीत जास्त मूल्य आहे.

4.10.1 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म



आकृती क्र. 4.32 समांतर आर-सी (RC) सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह यांचे वेव्हफॉर्म आकृती क्र. 4.32 मध्ये दाखवले आहेत. विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किटचा विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला

फेज कोन (Φ) ने लॅग (lag) (मागे) करते किंवा आपण असे म्हणू शकतो की सर्किटचा विद्युत प्रवाह (I) फेज कोन (phase angle)(Φ) ने विद्युत दाबाच्या **(**V) पुढे राहते.

4.10.2 इम्पीडन्स (impedance)

समांतर आर-सी (RC) सर्किटमध्ये इम्पीडन्स (Z) असे दिले जाते

$$Z = Z_1 \parallel Z_2$$

$$Z_1 = R$$

$$Z_2 = -jX_C$$

$$Z = \frac{-jR X_C}{R - jX_C}$$

$$Z = \frac{R X_C (\angle -90)}{\sqrt{R^2 + X_C^2} \angle - \tan{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)}$$

$$Z = |Z| \angle \Phi$$

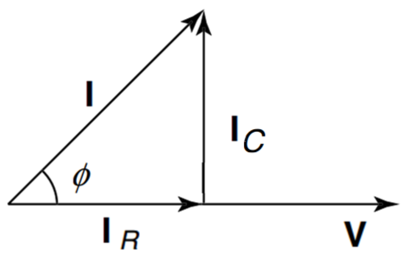
$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\Phi = -\tan - 1\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

प्रमाण (Z) ला समांतर आर-सी (RC) सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स (complex impedance) असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे.

इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते.

4.10.3 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

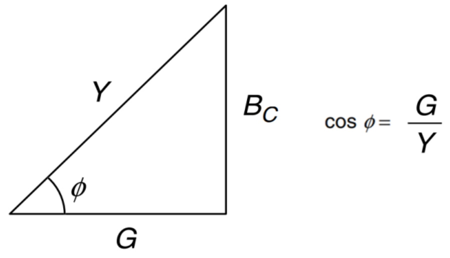


आकृती क्र. 4.33 समांतर आर-सी (RC) सर्किट विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेज आकृती हि आकृती क्र. 4.33 मध्ये दाखवली आहे**.** वरील फेज आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह (I_R) हे सर्किट विद्युत दाब (V) सह फेज मध्ये आहे तर कॅपॅसिटरद्वारे विद्युत् प्रवाह (I_C) हे सर्किट विद्युत दाब (V) ला 90° ने लीड (पुढे) (lead)

करते.

4.10.4 ऍडमिट्टन्स त्रिकोण (admittance triangle)

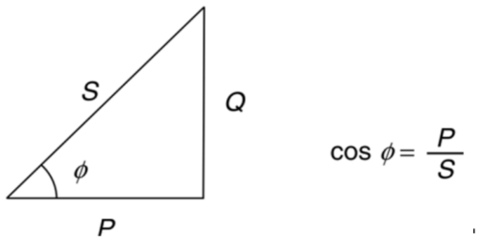


आकृती क्र. 4.34 समांतर आर-सी (RC) सर्किट ऍडमिट्टन्स त्रिकोण

आकृती क्र. 4.34 समांतर आर-सी (RC) सर्किटचा ऍडमिट्टन्स त्रिकोण दर्शविते. समांतर आर-सी (RC) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर हा लीडिंग (leading) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{G}{Y}$ **(लीडिंग)** (leading)

4.10.5 पॉवर त्रिकोण (power triangle)

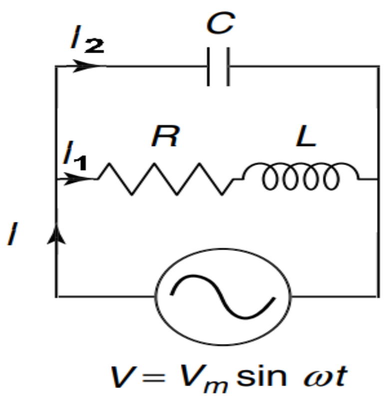


आकृती क्र. 4.35 समांतर आर-सी (RC) सर्किट पॉवर त्रिकोण

आकृती क्र. 4.35 समांतर आर-सी (RC) सर्किटचा पॉवर त्रिकोण दर्शविते. समांतर आर-सी (RC) सर्किटचा पॉवर फॅक्टर हा लीडिंग (leading) स्वरूपाचा असतो.

पॉवर फॅक्टर = cos(Φ) = $\frac{P}{S}$ **(लीडिंग)** (leading).

4.11 कॅपॅसिटन्सच्या समांतर रेझिस्टन्स आणि इंडक्टन्सचे सीरिझ संयोजन



आकृती क्र. 4.36 कॅपॅसिटन्सच्या समांतर रेझिस्टन्स आणि इंडक्टन्सचे सीरिझ संयोजन सर्किट आकृती

वरील आकृती क्र 4.36 कॅपॅसिटन्सच्या समांतर रेझिस्टन्स आणि इंडक्टन्सचे सीरिझ संयोजन सर्किट दाखवते. येथे रेझिस्टर आणि इंडक्टर चे सीरिझ संयोजन कॅपॅसिटर व ए.सी. (AC) पुरवठ्यासह समांतर मध्ये जोडलेले आहेत.

विद्युत (पुरवठा) दाब (voltage) = V = V_m sin (ωt)

सर्किट मधील विद्युत प्रवाह (current) = I = I_m sin (ωt).

रेझिस्टर आणि इंडक्टर चे सीरिझ संयोजनचे विद्युत दाब = V = V_m sin (ωt)

कॅपॅसिटरचे विद्युत दाब = V = V_m sin (ωt)

रेझिस्टर आणि इंडक्टरचे सीरिझ संयोजनद्वारे विद्युत् प्रवाह = $I_1 = \frac{V}{Z_1}$

कॅपॅसिटरद्वारे विद्युत् प्रवाह = $I_2 = \frac{V}{Z_2}$

$$Z_1 = |Z_1| \angle \Phi_1$$

$$|Z_1| = \sqrt{R^2 + X_L{}^2}$$

$$\Phi_1 = \tan - 1\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

$$Z_2 = |Z_2| \angle \Phi_2$$

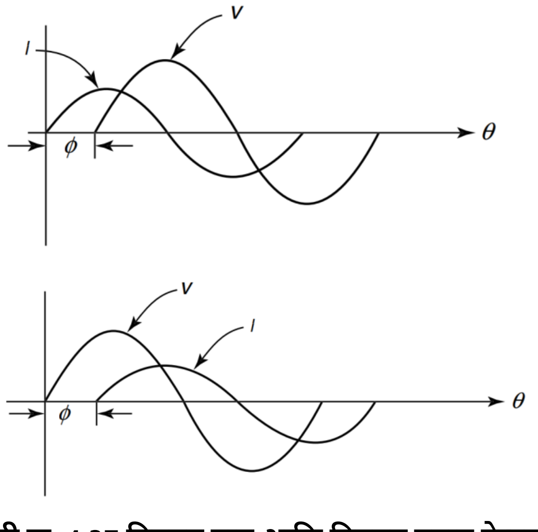
$$|Z_2| = X_C$$

$$\Phi_2 = -90^0$$

जेथे (V_m) आणि (I_m) हे ए.सी. (AC) विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह चे जास्तीत जास्त मूल्य आहे

.

4.11.1 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म



आकृती क्र. 4.37 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म वरील आकृती क्र. 4.37 मध्ये दाखवले आहेत. विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म आकृतीवरून असे दिसून येते की सर्किटचा विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला फेज कोन (Φ) ने लॅग (मागे) (lag) करते किंवा सर्किटचा विद्युत दाब (V) विद्युत प्रवाह (I) ला फेज कोन (Φ) ने लीड (पुढे) (lead) करते. हे (I_1),(I_2) आणि (Φ_1)च्या मूल्यावर अवलंबून आहे.

4.11.2 इम्पीडन्स

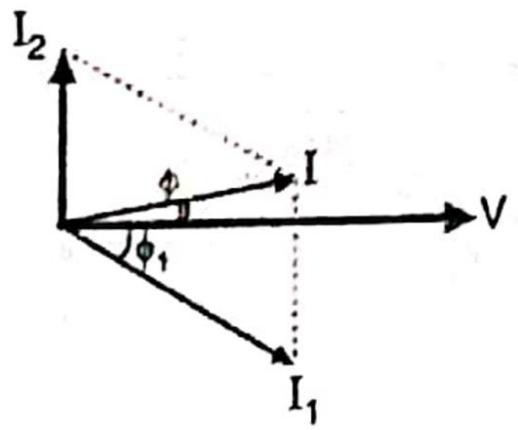
कॅपॅसिटन्सच्या समांतर रेझिस्टन्स आणि इंडक्टन्सचे सीरिझ संयोजन सर्किटमध्ये इम्पीडन्स (Z) असे दिलेली माहिती जाते

$$Z = \frac{Z_1 * Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z = \frac{|Z_1| * X_C \angle \Phi_1 - 90}{R + j(X_L - X_C)}$$

प्रमाण (Z) ला सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे. इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते.

4.11.3 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती



आकृती क्र. 4.38 विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह फेजर आकृती हि आकृती क्र. 4.38 मध्ये दाखवली आहे. वरील फेज आकृती वरून हे पाहिले जाऊ शकते की रेझिस्टर आणि इंडक्टरद्वारे विद्युत् प्रवाह (I_1) हे सर्किट विद्युत दाब (V) ला फेज अँगल (Φ_1) ने लॅग (मागे) (lag) करते तर कॅपॅसिटरद्वारे विद्युत् प्रवाह (I_C) हे सर्किट विद्युत दाब (V) ला 90° ने लीड (पुढे) (lead) करते.

4.12 इम्पीडन्स (impedance)

प्रमाण (Z) ला सीरिझ सर्किट चा कॉम्प्लेक्स इम्पीडन्स (complex impedance) असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किट्समधील विद्युत प्रवाहाच्या प्रवाहाला पूर्ण विरोध म्हणून केली जाते. इम्पीडन्स चे एकक ओहम आहे. इम्पीडन्स (Z) हे रेसिस्टन्स (R) आणि रिऍक्टन्स (X) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते.

$Z = R \pm jX$

$Z = R + jX_L$ .... सीरिझ आर-एल (RL) सर्किट चा इम्पीडन्स

$Z = R - jX_C$ .... सीरिझ आर-सी (RC) सर्किट चा इम्पीडन्स

$Z = R + jX_L$ .... सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किट चा इम्पीडन्स जेव्हा $X_L > X_C$

$Z = R - jX_L$ .... सीरिझ आर-एल-सी (RLC) सर्किट चा इम्पीडन्स जेव्हा $X_C > X_L$

4.12.1 रेसिस्टन्स (resistance)

(R) ला रेसिस्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स (Z) चा खरा (real) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रेसिस्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहाला विरोध करतो. त्याचे एकक ओहम आहे.

4.12.2 रिऍक्टन्स (reactance)

(X) ला रिऍक्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा इम्पीडन्स Z चा काल्पनिक (imaginary) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (रिऍक्टन्स)जो विद्युत् प्रवाहातील बदलाला विरोध करते. त्याचे एकक ओहम आहे. रिऍक्टन्स (X) चे टू प्रकार आहे (X_L) आणि (X_C). (X_L) ला इन्डक्टिव्ह् रिऍक्टन्स (inductive reactance) आणि (X_C) ला कॅपेसिटिव्ह रिऍक्टन्स (capacitive reactance) म्हणून ओळखले जाते.

4.13 ऍडमिट्टन्स (admittance)

प्रमाण (Y) ला समांतर सर्किट चा कॉम्प्लेक्स ऍडमिट्टन्स (complex admittance) असे म्हणतात आणि त्याची व्याख्या ए.सी. (AC) सर्किटमधून विद्युत प्रवाह किती सहज वाहू शकतो याचे एक माप आहे. ऍडमिट्टन्स चे एकक मोह किंवा सीमेन्स आहे. ऍडमिट्टन्स (Y) हे कंडक्टन्स (G) आणि ससेप्टन्स (B) चे संयोजन म्हणून दर्शविले जाते.

$Y = G \pm jB$

$Y = G - jB_L$ .... समांतर आर-एल (RL) सर्किट चा ऍडमिट्टन्स

$Y = G + jB_C$ .... समांतर आर-सी (RC) सर्किट चा ऍडमिट्टन्स

$Y = G - jB_L$ .... समांतर आर-एल-सी (RLC) सर्किट चा ऍडमिट्टन्स जेव्हा $X_L > X_C$

$Y = G + jB_C$ .... समांतर आर-एल-सी (RLC) सर्किट चा ऍडमिट्टन्स जेव्हा $X_C > X_L$

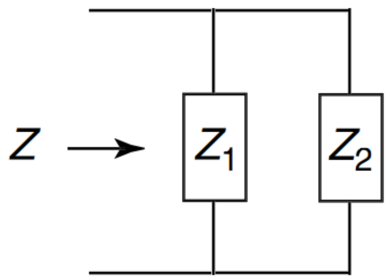
4.13.1 कंडक्टन्स (conductance)

(G) ला कंडक्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा ऍडमिट्टन्स (Y) चा खरा (real) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (कंडक्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहाला समर्थन करतो. त्याचे एकक मोह किंवा सीमेन्स आहे.

4.13.2 ससेप्टन्स (susceptance)

(B) ला ससेप्टन्स म्हणून ओळखले जाते. हा ऍडमिट्टन्स (Y) चा काल्पनिक (imaginary) भाग आहे आणि विद्युत् घटकाचा गुणधर्म आहे (ससेप्टन्स) जो विद्युत् प्रवाहातील बदलाला समर्थन करतो. त्याचे एकक मोह किंवा सीमेन्स आहे. ससेप्टन्स (B) चे टू प्रकार आहे (B_L)आणि (B_C). (B_L) ला इन्डक्टिव्ह् ससेप्टन्स (inductive susceptance) आणि (B_C) ला कॅपेसिटिव्ह ससेप्टन्स (capacitive susceptance) म्हणून ओळखले जाते.

1. $Z_1 = 3 + j7$ आणि $Z_2 = 12 - j16$ पॅरॅलेलमध्ये जोडले आहेत. संयोगाचा समतुल्य इम्पीडन्स व ऍडमिट्टन्स शोधा



आकृती क्र. 4.39 समांतर सर्किट आकृती

दिलेली माहिती **:**

इंडक्टन्स (Z_1) = 3 + j7

इंडक्टन्स (Z_2) = 12 - j16

जेव्हा टू इम्पीडन्स पॅरॅलेलमध्ये जोडलेले असतात, तेव्हा समतुल्य इम्पीडन्स शोधण्याचे सूत्र आहे:

$$Z = \frac{Z_1\ Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z = \frac{(3 + j7)(12 - j16)}{(3 + j7) + (12 - j16)}$$

$$Z = \frac{(3 + j7)(12 - j16)}{(3 + j7) + (12 - j16)}$$

$$Z = \frac{(148+j36)}{(15-j9)}$$

$$Z = \frac{(148+j36)}{(15-j9)}$$

$$Z = 6.19 + j6.11\ \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$Y = \frac{1}{6.19 + j6.11}$$

$$Y = 0.08 - j0.08\ \mho$$

4.14 स्विचिंग (switching) सर्किट मध्ये प्रारंभिक (initial) आणि अंतिम (final) स्थिती

स्विचिंगच्या क्षणी सर्किट कशी वागते हे समजून घेण्यासाठी प्रारंभिक परिस्थिती (initial condition) समजून घेणे हे महत्त्वपूर्ण आहे. भिन्न समीकरणांच्या सोल्युशनमध्ये प्रारंभिक परिस्थिती अनियंत्रित स्थिरांक (arbitrary constant) मोजण्यात मदत करतात जे सर्किट घटकांच्या वर्तनाचे वर्णन करण्यासाठी आवश्यक आहेत. ते क्षणिक प्रतिसादांचे (transient response) विश्लेषण करण्यास मदत करतात. प्रारंभिक परिस्थिती सर्किटच्या वर्तनाचे विश्लेषण स्विच करण्यापूर्वी (before switching)(t = 0 –) आणि स्विच केल्यानंतर (after switching) (t = 0+) समजण्यासाठी मदत करतात.

प्रणालीच्या दीर्घकालीन वर्तनाचे (long-term behavior) आणि स्थिरतेचे मूल्यांकन (stability analysis) करण्यासाठी अंतिम परिस्थिती (final condition) समजून घेणे सर्वोपरि आहे. ते (t = ∞) वर सिस्टमच्या वर्तनात अंतर्दृष्टी देतात, स्थिर-स्थिती निश्चित करण्यात मदत करतात. भिन्न समीकरणांच्या सोल्युशनमध्ये अंतिम परिस्थिती अनियंत्रित स्थिरांक (arbitrary constant) मोजण्यात मदत करतात जे सर्किट घटकांच्या वर्तनाचे वर्णन करण्यासाठी आवश्यक आहेत. अंतिम स्थिती (final condition) कालांतराने सिस्टमच्या वर्तनाचे समग्र दृश्य प्रदान करते.

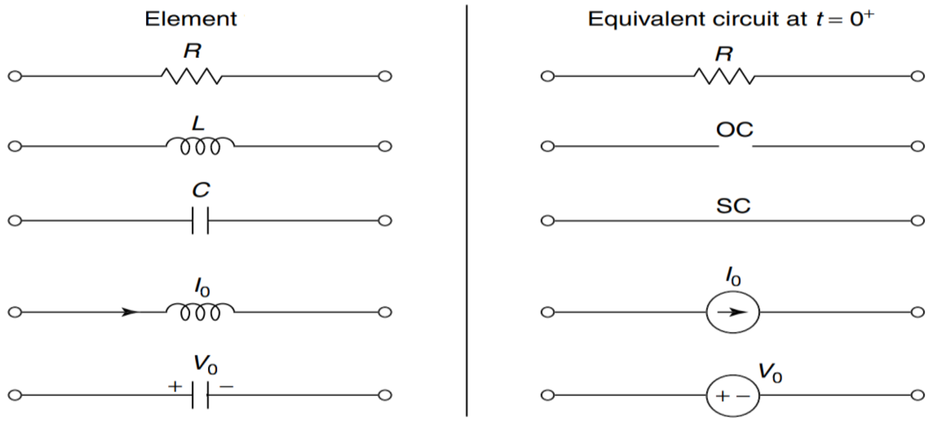
स्विचिंग कालावधी खालीलप्रमाणे विभागलेला आहे

1. फक्त स्विच करण्यापूर्वी (Just before switching) (from (t = –∞) to (t = 0–)).

2. फक्त स्विच केल्यानंतर (Just after switching) (at (t = 0+)).
3. स्विच केल्यानंतर (After switching) (for (t > 0)).
4. स्विच केल्यानंतर बराच वेळ (Long time after switching) (for (t = ∞)).

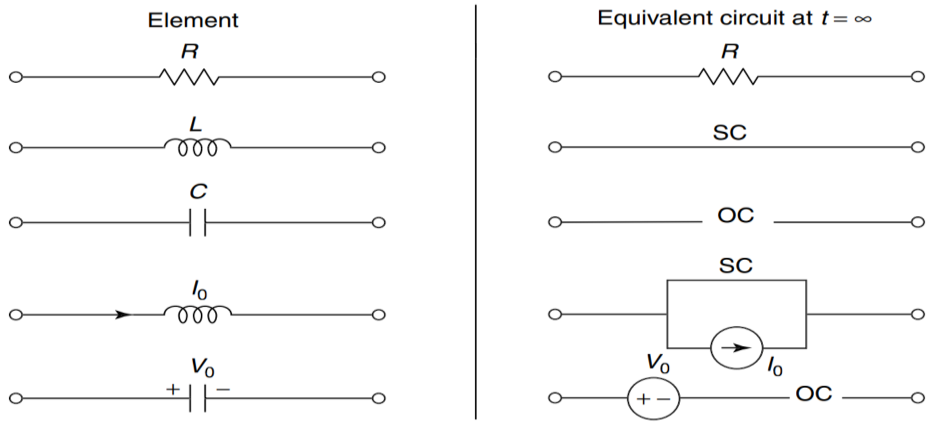
4.14.1 प्रारंभिक स्थिती (initial condition)

तक्ता क्र. 4.1 **प्रारंभिक स्थिती**

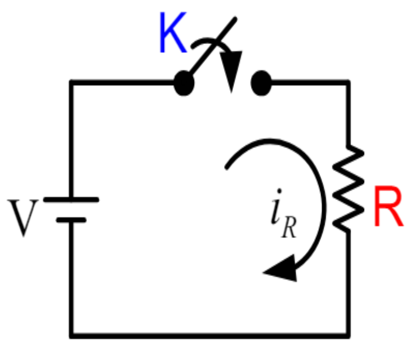


4.14.2 अंतिम स्थिती (final condition)

तक्ता क्र. 4.2 **प्रारंभिक स्थिती**



4.14.3 रेझिस्टरची (resistor) प्रारंभिक आणि अंतिम स्थिती



आकृती क्र. 4.40 रेझिस्टरची प्रारंभिक आणि अंतिम स्थिती

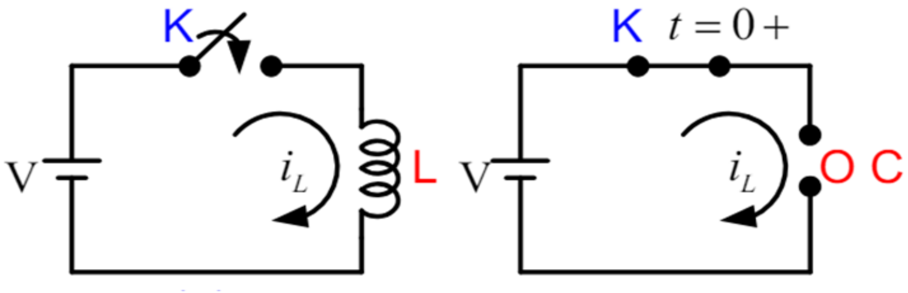
वरील आकृती. 4.40 वरून असे दिसून येते की घटक रेझिस्टर हा, (t = 0 -) स्विच करण्यापूर्वी (Just before switching), (t = 0 +) स्विच केल्यानंतर (Just after switching) आणि (t = ∞) स्विच केल्यानंतर बराच वेळ (Long time after switching) या सर्व वरील स्विचिंग इंटरव्हलमध्ये रेझिस्टर म्हणून राहतो. रेझिस्टरच्या वर्तनात कोणताही बदल होत नाही.

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह समीकरणे

$$V(t) = RI(t).$$

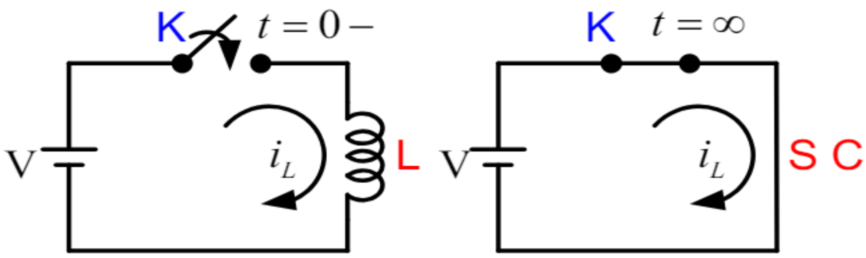
$$I(t) = \frac{V(t)}{R}$$

4.14.4 इंडक्टरची (inductor) प्रारंभिक आणि अंतिम स्थिती



आकृती क्र. 4.41 इंडक्टरची प्रारंभिक स्थिती

वरील आकृती. 4.41 वरून असे दिसून येते की घटक इंडक्टर हा मध्यांतर (t = 0 +) स्विच केल्यानंतर (Just after switching) मध्ये ओपन सर्किट (open circuit) म्हणून कार्य करतो.



आकृती क्र. 4.42 इंडक्टरची अंतिम स्थिती

वरील आकृती. 4.42 असे दिसून येते की घटक इंडक्टर हा मध्यांतर (t = ∞) स्विच केल्यानंतर बराच वेळ (Long time after switching) मध्ये शॉर्ट सर्किट (short circuit) म्हणून कार्य करतो.

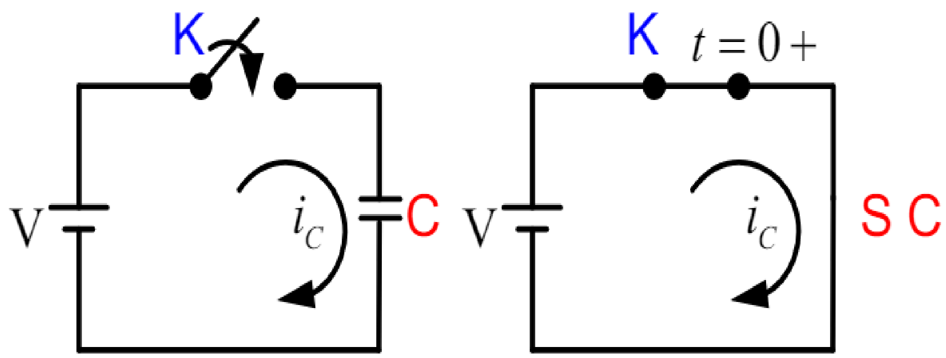
विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह समीकरणे

$$V(t) = L\frac{d\,I(t)}{dt}$$

$$I(t) = \frac{1}{L}\int_0^t V(t)dt + I(0)$$

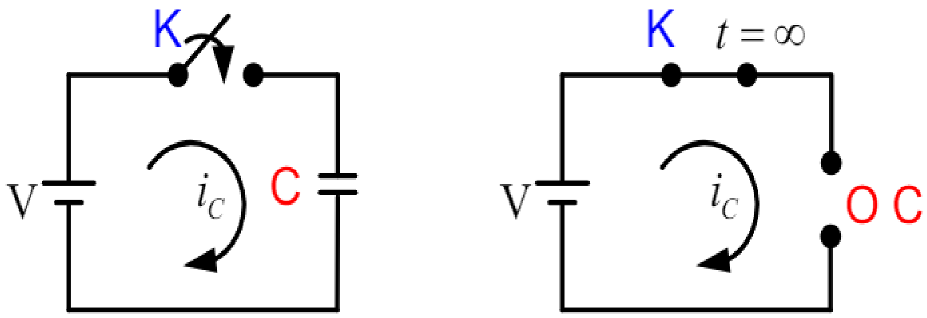
जेथे I(0) हे इंडक्टर मधून वाहणारे प्रारंभिक विद्युत प्रवाह आहे

4.14.5 कॅपॅसिटरची (capacitor) प्रारंभिक आणि अंतिम स्थिती



आकृती क्र. 4.43 कॅपॅसिटरची प्रारंभिक स्थिती

वरील आकृती. 4.43 असे दिसून येते की घटक कॅपॅसिटर हा मध्यांतर (t = 0 +) स्विच केल्यानंतर (Just after switching) मध्ये शॉर्ट सर्किट (short circuit) म्हणून कार्य करतो.



आकृती क्र. 4.44 कॅपॅसिटरची अंतिम स्थिती

वरील आकृती**.** 4.44 असे दिसून येते की घटक कॅपॅसिटर हा मध्यांतर **(t = ∞)** स्विच केल्यानंतर बराच वेळ (Long time after switching) मध्ये ओपन सर्किट (open circuit) म्हणून कार्य करतो.

विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह समीकरणे

$$I(t) = c\,\frac{d\,V(t)}{dt}$$

$$V(t) = \frac{1}{C}\int_0^t I(t)dt + V(0)$$

जेथे V(0) हे कॅपॅसिटर चे चे प्रारंभिक विद्युत दाब आहे.

स्वाध्याय (Self-learning)

1. खालील संज्ञा परिभाषित करा. (Define the terms)

इम्पीडन्स (impedance)
रेसिस्टन्स (resistance)
रिऍक्टन्स (reactance)
ऍडमिट्न्स (admittance)
कंडक्टन्स (conductance)
ससेप्टन्स (susceptance)

2. खालील सर्किट्ससाठी इम्पीडन्स त्रिकोण काढा आणि इम्पीडन्सचे मूल्य लिहा.
(Draw the impedance triangle for the following circuits and write the value of the impedance.)
आर-एल (RL)
आर-सी (RC)
आर-एल-सी (RLC)

3. खालील सर्किट्ससाठी पॉवर त्रिकोण काढा आणि पॉवर फॅक्टरचे मूल्य लिहा
(Draw the POWER triangle for the following circuits and write the value of the power factor.)
आर-एल (RL)
आर-सी (RC)
आर-एल-सी (RLC)

4. खालील संज्ञा परिभाषित करा. (Define the terms)
पॉवर फॅक्टर (power factor)
एक्टिव्ह पॉवर (active power)
रिएक्टिव्ह पॉवर (reactive power)
अपॅरन्ट पॉवर (apparent power)

5. खालील सर्किट्ससाठी इम्पीडन्सचे समीकरणे काढा.
(Derive the impedance equation for the following circuits)
आर-एल (RL)
आर-सी (RC)
आर-एल-सी (RLC)

6. रेझिस्टर, इंडक्टर आणि कॅपेसिटरसाठी प्रारंभिक आणि अंतिम परिस्थिती लिहा.
(Write initial and final conditions for resistor, inductor and capacitor).

7. एका आरसी सर्किट मध्ये R = 50Ω आणि C = 300 μf आहे. हे 250 V, 50Hz, 1 φ AC पुरवठ्याशी जोडलेले आहे. सर्किटद्वारे वापरलेल्या एक्टिव्ह पॉवर, रिएक्टिव्ह पॉवर आणि अपॅरन्ट पॉवर चे मूल्य मोजा.
(An RC circuit has R = 50Ω and C = 300 μf. It is connected to a 250 V, 50Hz, 1 φ AC supply. Calculate the value of active power, reactive power and apparent power consumed by the circuit.)

8. एका सर्किटमध्ये रेसिस्टन्स 10 Ω, इंडक्टन्स 20 mH आणि कॅपॅसिस्टन्स 15mF आहे. गणना करा (i) रिऍक्टन्स (ii) इम्पीडन्स (iii) 240 V, 50 Hz सप्लायमधून घेतलेले प्रवाह.
(A circuit has resistance 10 Ω, inductance 20 mH and capacitance 15mF. Calculate (i) reactance (ii) impedance (iii) current drawn from a 240 V, 50 Hz supply.)

9. Z_1 = 20 + j7 आणि Z_2 = 15 + j16 पॅरॅलेलमध्ये जोडले आहेत. संयोगाचा समतुल्य इम्पीडन्स व

ॲडमिट्टन्स शोधा.
(Z1 = 20 + j7 and Z2 = 15 + j16 are connected in parallel. Find the equivalent impedance and admittance of the combination.)

10. खाली दिलेल्या सर्किट्ससाठी विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म काढा.
(Draw voltage and current waveforms for circuits given below.)
आर-एल (RL)
आर-सी (RC)
आर-एल-सी (RLC)

लघुप्रकल्प (Microproject)

1. आभासी प्रयोगशाळेत आर-एल-सी सर्किट विश्लेषण करा.
2. सिंगल फेज सिरीज आर-एल सर्किटसाठी पोस्टर तयार करा (सर्किट आकृती, विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म, फेजर आकृती, इम्पीडन्स, इम्पीडन्स त्रिकोण, पॉवर त्रिकोण, पॉवर फॅक्टर).
3. सिंगल फेज सिरीज आर-सी सर्किटसाठी पोस्टर तयार करा (सर्किट आकृती, विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म, फेजर आकृती, इम्पीडन्स, इम्पीडन्स त्रिकोण, पॉवर त्रिकोण, पॉवर फॅक्टर).
4. सिंगल फेज सिरीज आर-एल-सी सर्किटसाठी पोस्टर तयार करा (सर्किट आकृती, विद्युत दाब आणि विद्युत प्रवाह वेव्हफॉर्म, फेजर आकृती, इम्पीडन्स, इम्पीडन्स त्रिकोण, पॉवर त्रिकोण, पॉवर फॅक्टर).

संदर्भ:

Sr.No	Author	Title	Publisher with ISBN Number
1	Ravish R Sihngh	Network Analysis and Synthesis	Me Graw Hill Education (India) Pvt. Ltd. ISBN: 978-1-25-906295-7
2	Boylested R.L.	Introductory Circuit Analysis	Wheeler New Delhi, 2013,ISBN: 978-0023131615
3	Theraja B.L.,Theraja A.K.	A Text book of Electrical Technology Vol-I	S. Chand and Co. New Delhi, 2006 ISBN:978- 81-219-2440-5
4	Mittal V.N., Mittal Arvind	Basic Electrical Engineering	McGraw Hill Education, Noida,2005,ISBN: 978007093572

संकेत स्थळ

Sr.No.	Link/Portal	Description
1.	https://asnm-iitkgp.vlabs.ac.in/exp/rlc-circuit-analysis/	

युनिट 5
सिरीज आणि समांतर सर्किट्समधील अनुनाद
(Resonance in Series and Parallel circuits)

विषय निष्पत्ती (Course Outcome):

विद्युत/ अनुविद्युत सर्किट्सची अनुनाद स्थिती शोधणे

Find the resonance condition of electric/electronic circuits.

युनिट निष्पत्ती (Unit Outcome):

5.1 दिलेल्या सिरीज R-L-C सर्किटसाठी अनुनाद स्थिती शोधणे आणि ह्या स्थितीतील विद्युत-दाब, विद्युत् प्रवाह स्त्रोत, बँड-रुंदी, गुणवत्ता घटक गणना करणे

Find the resonance condition for the specified series RLC circuit and calculate current, voltage, bandwidth, quality factor at Resonant condition.

5.2 फ्रिक्वेंसीमधील बदलांमुळे सिरीजसर्किटवर होणाऱ्या परिणामांचा अर्थ लावणे.

Interpret the behaviour of series circuit with change in fr equency.

5.3 दिलेल्या समांतर R-L-C सर्किटसाठी अनुनाद स्थिती शोधणे आणि ह्या स्थितीतील विद्युत-दाब , विद्युत् प्रवाह स्त्रोत, बँड-रुंदी, गुणवत्ता घटक गणना करणे.

Find the resonance condition for the specified parallel RLC circuit and calculate current, voltage, bandwidth, quality factor at resonant condition.

5.4 फ्रिक्वेंसी मध्ये बदल झाल्यास समांतर सर्किटमध्ये होणाऱ्या बदलांचा अर्थ लावणे

Interpret the behaviour of parallel RLC circuit with change input fr equency.

5.5 अनुनाद प्राप्त करण्यासाठी दिलेल्या विद्युत सर्किटला ट्यून करण्याच्या प्रक्रियेचे वर्णन करणे

Describe the procedure to tune the given electrical circuit to achieve the resonance in the circuit.

परिचय:

मागील पाठात , खालील मुद्दये अभ्यासले आहेत.

- सिरीज आणि समांतर सर्किट मधील एकूण प्रतिबाधाची (impedance) गणना करणे
- सिरीज आणि समांतर सर्किट मधील एकूण विद्युत प्रवाहचे (total current) मुल्यांकन करणे
- सिरीज आणि समांतर सर्किट मधील उपयोगात येणारी विद्युत शक्तीचे (total Power consumed) मुल्यांकन करणे
- विद्युत शक्ती घटक(Power factor) ची लीड आणि लॅग संकल्पना (lead and lag concept) तपासणे

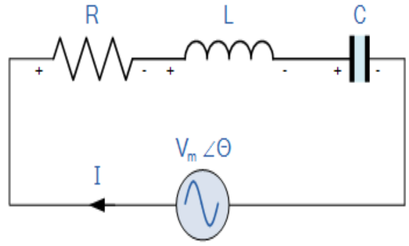
विद्युत सर्किट्समधील अनुनाद सर्किट्सचे वर्तन आणि विद्युत सिग्नल्सचे प्रसारण (transmission) बदलण्यात महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावते. रेडिओ फ्रिक्वेंसी ट्यून करण्यापासून ते विद्युत उपकरणामध्ये विद्युत शक्ती वाढवण्यापर्यंतच्या विविध अनुप्रयोगांमध्ये अनुनाद (resonance) महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावते. हे कार्य एका विशिष्ट स्थिर वारंवारतेवर घडते, ज्या क्षणी प्रतिरोध (impedance) आणि प्रतिक्रिया (reactances) एकमेकांना रद्द करतात.

ह्या पाठात आपण सिरीजआणि समांतर सर्किटमधील अनुनाद प्रक्रिया होण्याकरीता लागणाऱ्या अटी क्रमवार अभ्यासणार आहोत. अनुनाद प्रक्रियेत सिरीज आणि समांतर सर्किटमधील विद्युत-दाब , विद्युत् प्रवाह स्त्रोत, बँड-रुंदी, गुणवत्ता घटक मोजण्यासाठी लागणारे सुत्र व त्यावरील उदाहरणे अभ्यासणार आहोत.

5.1 सिरीज R-L-C सर्किटसाठी अनुनाद स्थिती (Resonance in Series circuits)

अनुनाद (resonance) ही एक अशी स्थिती जेव्हा AC सर्किटमधील इंडक्टीव रिएक्टन्स (X_L) आणि कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स (X_C) एकमेकांना रद्द करते तेव्हा उद्भवते. सर्किट्समधील इंडक्टीव रिएक्टन्स (XL) आणि कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स (X_C) ह्यांचे मूल्य शून्य झाल्यामुळे विद्युत प्रवाह आणि विद्युत दाब ह्यांचे मूल्य वाढवते. सिरीज R-L-C सर्किटमध्ये प्रतिरोध(resistance), इंडक्टर, कॅपेसिटर ह्यांना AC विद्युत स्त्रोत दिल्यावर,एकूण प्रतिरोध हा "Z" ने दर्शविले जाते.

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, जिथे $X = (X_L - X_C)$ ....(I)

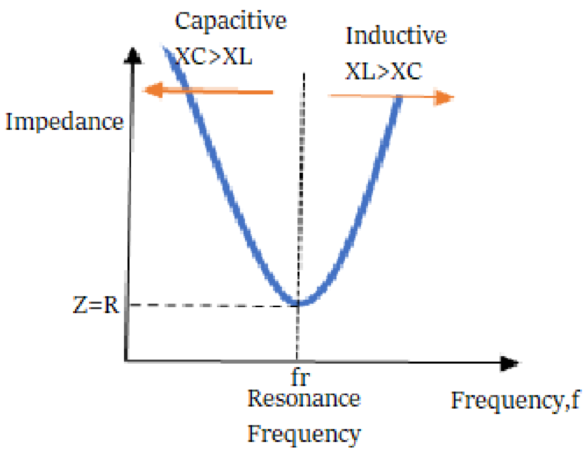


आकृती क्र.5.1: सिरीज R-L-C सर्किट

अनुनाद (resonance) स्थितीसाठी लागणाऱ्या अटीप्रमाणे X_L आणि X_C चे मूल्य समान होते तेव्हा

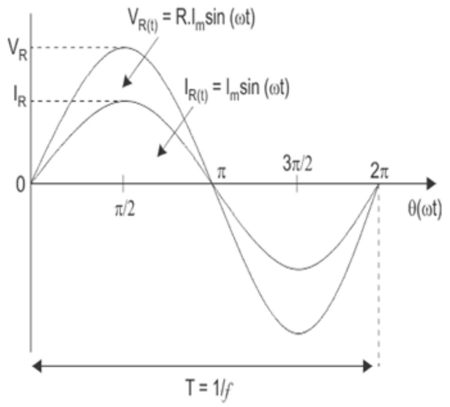
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = R\Omega$$ जिथे $X_L = X_C$, $(X_L - X_C) = 0$

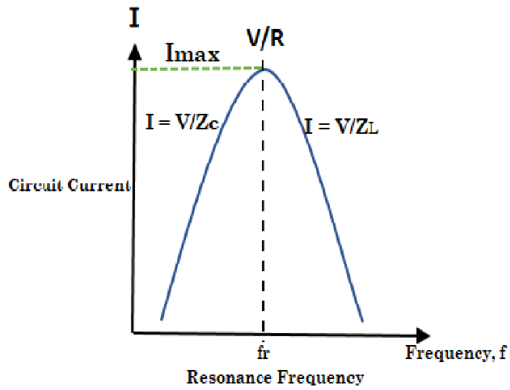
एकूण प्रतिरोध / प्रतीबाधा = Z = R (किमान रोध) ....(II)



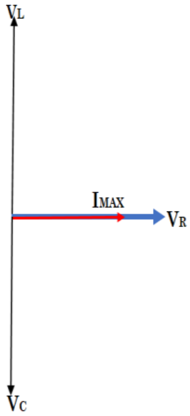
आकृती क्र.5.२: सिरीजअनुनाद सर्किट मधील एकूण प्रतिबाधा व फ्रिक्वेंसी मधील संबंध

एकूण प्रतिरोधाचे मूल्य हे किमान(minimum) R एवढे असल्यामुळे (आकृती क्र.5.२) , त्यामुळे फेज कोन **φ = 0°** आहे, आणि पॉवर फॅक्टर (power factor) एक आहे **(** cos φ = **1**), म्हणजे विद्युत प्रवाह दिलेल्या विद्युत (पुरवठा) दाबासह टप्प्यात (in phase) आहे. सर्किटमधील ह्या वेळला विद्युत् प्रवाहाचे मूल्य हे कमाल (maximum) असते. आकृती क्र.5.3अ मध्ये फेज संबंध आणि आकृती क्र.5.3ब सिरीज अनुनाद सर्किट मधील विद्युत् प्रवाह व फ्रिक्वेंसी मधील संबंध दाखविले आहे.





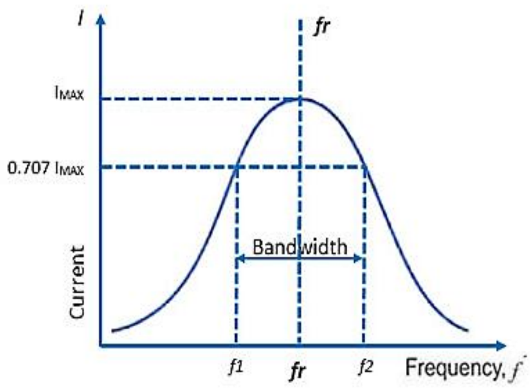
आकृती क्र.5.3ब: विद्युत् प्रवाह व फ्रिक्केंसी मधील संबंध



आकृती क्र.5.3अ:सिरीजअनुनाद सर्किट मधील फेज संबंध

बँड-रुंदी (Bandwidth): (आकृती क्र.5.4) अनुनाद सर्किटची बँड-रुंदी -बँडविड्थ (BW) ही अनुनाद फ्रिक्केंसीच्या (Resonant fr equency**)** धन व ऋण चक्रांची (positive and negative cycles) एकूण संख्या म्हणून परिभाषित केली जाते ज्यासाठी विद्युत् प्रवाह त्याच्या अनुनाद मूल्याच्या 70.7% च्या बरोबरीने किंवा त्याहून अधिक आहे. वक्रातील टू फ्रिक्केंसी ज्या कमाल विद्युत् प्रवाहाच्या 0.707 वर असतात. त्यांना बँड किंवा अर्ध-शक्ती फ्रिक्केंसी म्हणतात.

या टू फ्रिक्केंसी , दिलेल्या आलेखावर f_1 आणि f_2म्हणून ओळखल्या जातात आणि त्यांना "कट ऑफ फ्रिक्केंसी (cut-off fr equencies)" असेही संबोधले जाते.



आकृती क्र.5.4 : सिरीजअनुनाद सर्किट मधील बँड-रुंदी –(bandwidth)

बँडविड्थ चे गणितीय सूत्र :

$$BW= f_2-f_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III)$$

गुणवत्ता घटक (Quality Factor): गुणवत्ता घटक (Quality Factor)हे सर्किटच्या गुणवत्तेचे मोजमाप आहे. ते "Q" ह्या अक्षराने सूत्रात वापरले जाते.

त्याचे गणितीय सूत्र:

$$Q = \frac{XL}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi * fr * L}{R} \quad \text{.........(IV)}$$

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\left(\frac{L}{C}\right)} \quad \text{.........(V)}$$

f= fr ....(सूत्र- V) वरून

5.2 फ्रिक्वेंसीमधील बदलांमुळे सिरीजसर्किटवर होणारे परिणाम (Behaviour of RLC series circuit with change in input frequency)

जसे आपणास माहित आहे , X_L= 2πfL , हे दर्शविते फ्रिक्वेंसी वाढवत असताना इंडक्टीव रिएक्टन्स **(**X_L) देखील वाढत आहे. म्हणजेच इंडक्टीव रिएक्टन्स **(**X_L) वारंवारतेच्या प्रमाणात असते. X_C= 1/ 2πfC, हे दर्शविते फ्रिक्वेंसी वाढवत असताना कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स (X_C) कमी होते. याचा अर्थ कॅपेसिटिव्ह रिॲक्टन्स वारंवारतेच्या व्यस्त प्रमाणात आहे. RLC सिरीजसर्किटमध्ये इंडक्टर आणि कॅपेसिटर दोन्ही असतात. त्यामुळे दोन्ही प्रतिक्रिया एकमेकांना रद्द करु शकतात. जर आपण फ्रिक्वेंसी वाढवत राहिलो तर, RLC सिरीज सर्किटमध्ये, खालील बदल नमूद केले आहेत . आकृती क्र.5.5 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे वाढीव वारंवारतेसह इंडक्टीव रिएक्टन्स **(**X_L) वाढत आहे तर कॅपेसिटिव्ह रिएक्टन्स(X_C) कमी होत आहे. X_L *Vs* f व X_C *Vs* f हे आलेख आकृती क्र.5.5 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे जिथे एकमेकांना छेदतात त्या बिंदूवर, X_L= X_C होते. व रियाक्टंस शून्य होते; , आणि ज्या वारंवारतेवर हे घडते त्याला अनुनाद फ्रिक्वेंसी (Resonance Fr equency) म्हणतात. अनुनाद (resonance) स्थिती ज्या फ्रिक्वेंसीवर (frequency) निर्माण होते **,** तीचे समीकरण खालील गणितीय पद्धतीने काढले आहे.

$$X_L = X_C$$

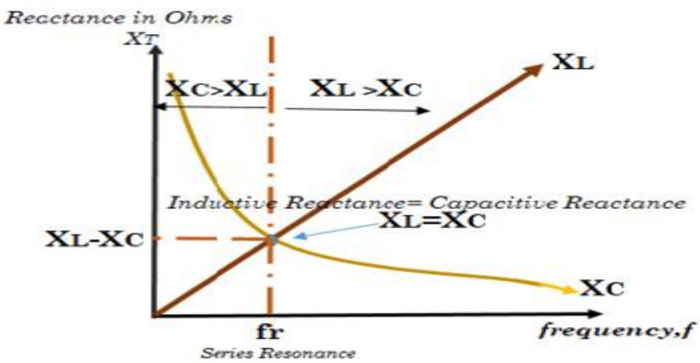
$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$fr^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 LC}$$

अनुनाद फ्रिक्वेंसी (Resonant fr equency**)**

$$fr = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 * LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{.........(VI)}$$

अनुनाद फ्रिक्वेंसी (Resonant fr equency**)** fr $= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Hz



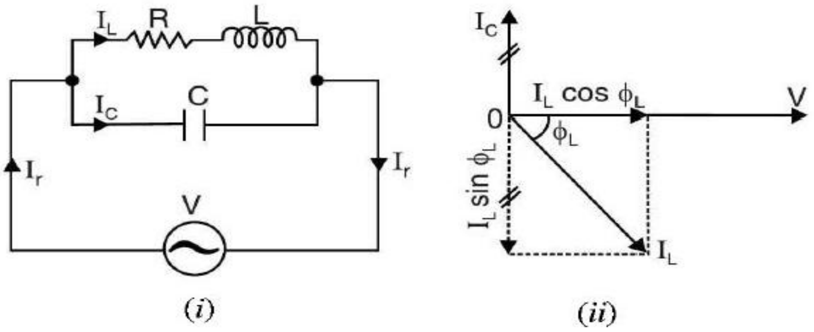
आकृती क्र.5.5 : **अनुनाद दर्शविनारा सिरीज RLC सर्किट चे आलेख**

आकृती क्र. 5.5 मध्ये दर्शविलेल्या आलेखावरून आपण निष्कर्ष काढू शकतो की,

- सिरीज R-L-C सर्किट मध्ये अनुनाद उत्पन्न होण्यासाठी संपूर्ण प्रतीबाधा (impedance) हे सर्किट मधील प्रतीरोधाच्या मुल्यायेवढे असणे आवश्यक आहे . Z= R (Ω)
- संपूर्ण प्रतीबाधा(impedance) ही प्रतीरोधाच्या मुल्यायेवढे म्हणजे कमीतकमी असल्यामुळे , विद्युतप्रवाह हा कमाल (maximum) असतो. ह्या कारणामुळे सिरीज R-L-C सर्किट 'ॲक्सेप्टर सर्किट्स' असेही म्हणतात.

5.3 समांतर AC सर्किटमधील अनुनाद

समांतर AC सर्किट प्रतिक्रियाशील घटक L आणि C असतात. आकृती क्र.5.6 (i) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे त्यात एक कॉइल (coil) आणि समांतर कॅपेसिटर आहे. समांतर AC सर्किट ज्यामध्ये प्रतिक्रियाशील घटक L आणि C असतात, जेव्हा सर्किट पॉवर फॅक्टर युनिटी असते तेव्हा अनुनाद निर्माण होते असे म्हटले जाते.



आकृती क्र.5.6 (i) समांतर अनुनाद AC सर्किट , (ii) फेझर आकृती

सर्किटचा फेझर आकृती क्र.5.६**(ii)** मध्ये दाखविल्याप्रमाणे I_L विद्युत प्रवाहाचा वेक्टर घटक $I_L\cos\Phi$ आणि $I_L\sin\Phi$ आणि विद्युत प्रवाह I_C दर्शवितात. विद्युत प्रवाह I_C हे विद्युतदाबाच्या 90° ने लेंडिंग आहे. अनुनाद अटीनुसार जेव्हा विद्युत् प्रवाहाचा रिएक्टीव घटक (Reactive component) शून्य होतो व विद्युत् दाब आणि विद्युत प्रवाह-I_L चा सक्रिय घटक (active component) - $I_L\cos\Phi$ समान टप्प्यात येतो तेव्हा अनुनाद उत्पन्न होतो.

अनुनाद फ्रिक्वेंसी (Resonant frequency): समांतर सर्किट मध्ये ज्या वारंवारतेवर रिएक्टीव घटक (Reactive component) शून्य होतो त्या वारंवारतेला अनुनाद फ्रिक्वेंसी (Resonant frequency) असे म्हणतात.

$$I_C - I_L\sin\varphi = 0$$

$$I_C = I_L\sin\varphi$$

$$\frac{V}{Xc} = \frac{V}{ZL} * \frac{XL}{ZL}$$

$$ZL^2 = XL*XC = \omega L/\omega C = L/C \quad \text{.......................................(VII)}$$

$$Z_L^2 = L/C$$

$$R^2 + (2\pi fr\ L)^2 = L/C$$

$$(2\pi frL)^2 = \frac{L}{C} - R^2$$

वर्गमूळ घेतल्यावर मिळते,

$$fr = \frac{1}{2\pi}\sqrt{(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2})} \quad \text{.............................(VIII)}$$

जर कॉइलचा प्रतिरोधाचे मुल्य़ खूपच कमी असेल तर...

$$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{....................................(IX)}$$

प्रतिबाधा – फ्रिक्वेंसी ह्य़ांचातील संबंध (आकृती क्र.5.7)

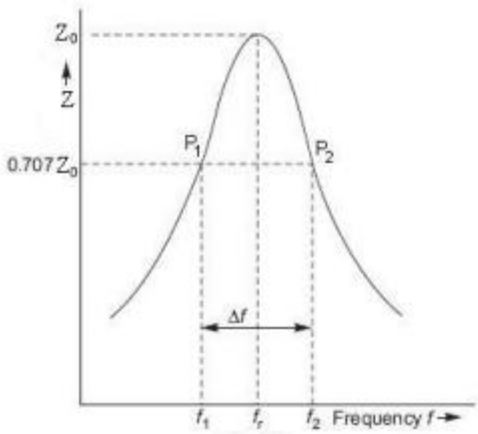
$$I_r = I_L\cos\varphi$$

$$\frac{V}{Zr} = \frac{V}{ZL} * \frac{R}{ZL}$$

$$\frac{1}{Z_r} = \frac{R}{(Z_L)^2} = \frac{R}{L/C} \quad \text{..........................समीकरण. (VII) वरून}$$

$$Zr = \frac{L}{CR} \quad \text{...................................(X)}$$

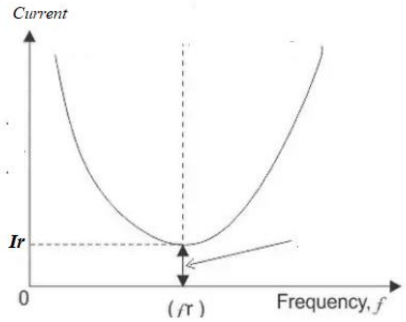
अनुनाद स्थितीत समांतर सर्किटमधील प्रतिबाधा कमाल (maximum) असे आलेख दाखवत आहे. अनुनाद पासून फ्रिक्वेंसी बदलते म्हणून, सर्किट प्रतिबाधा (impedance) वेगाने कमी होते. अनुनाद वारंवारतेपेक्षा *)* *fr* (कमी असलेल्या फ्रिक्वेंसीसाठी, कॅपेसिटिव्ह रिॲक्टन्स जास्त आहे आणि त्यामुळे अधिक विद्युतप्रवाह कॉइलमधून वाहतो. यामुळे विद्युतप्रवाह व्होल्टेजच्या मागे राहतो (current is lagging the applied voltage) आणि सर्किट इंडक्टीव सर्किटप्रमाणे कार्य करते. अनुनाद वारंवारतेपेक्षा *)fr* (जास्त असलेल्या, इंडक्टीव रिॲक्टन्सचे प्रमाण अधिक असते व कॅपेसिटरमधून अधिक विद्युतप्रवाह वाहतो. यामुळे विद्युत् प्रवाह विद्युतदाबाच्या पुढे असतो (current is leading to the applied voltage) आणि सर्किट कॅपेसिटिव्ह सर्किटप्रमाणे कार्य करते.



आकृती क्र.5.7 प्रतिबाधा – फ्रिक्वेंसी ह्य़ांचातील संबंध दाखविणारा आलेख

विद्युत प्रवाह – फ्रिक्वेंसी ह्य़ांचातील संबंध (आकृती क्र.5.8)

समांतर सर्किटमध्ये अनुनाद स्थितीमध्ये विद्युत प्रवाहाचे मूल्य खूपच कमी असते. जशी फ्रिक्वेंसी बदलत जाते, विद्युत प्रवाह वेगाने वाढतो.



आकृती क्र.5.8 विद्युत प्रवाह – फ्रिक्वेंसी ह्यांचातील संबंध दाखविणारा आलेख

समांतर अनुनाद सर्किटमधील गुणवत्ता घटक (Quality Factor): परिचालित शाखा विद्युतप्रवाहांचे (current in Operating branch) पुरवठा विद्युतप्रवाहाबरोबरील (total resonace current , Ir) गुणोत्तर म्हणजेच समांतर अनुनाद सर्किटमधील गुणवत्ता घटक (Quality Factor), ते खालीलप्रमाणे दिले आहे

गुणवत्ता घटक (Quality Factor) = $\frac{L\ and\ C \text{ मधील विद्युत प्रवाह}}{Ir}$ ....(XI)

जसे, $I_C = \frac{V}{Xc} = \omega CV$ and $Ir = \frac{V}{L/CR}$

हे मूल्य बदलल्यावर, आपल्याला मिळते

गुणवत्ता घटक (Quality Factor) = $\frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi fr * L}{R}$ ....(XII)

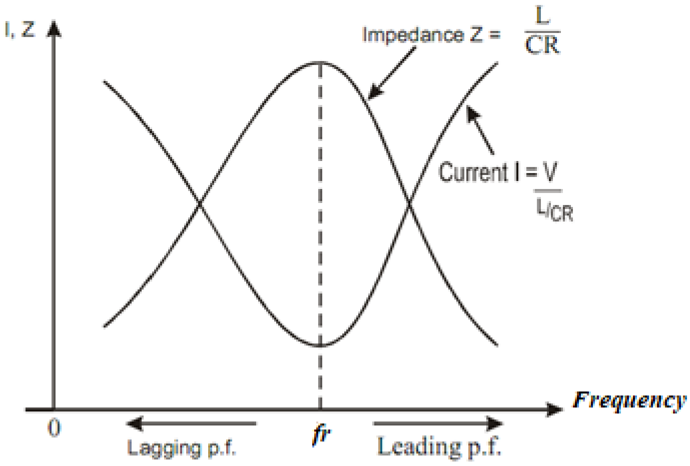
समांतर अनुनाद सर्किटमधील बँड रुंदी-(Bandwidth): आकृती क्र ७ स्पष्ट केले.5आहे अनुनाद स्थितीत प्रतिबाधा त्याच्या कमाल मूल्यापर्यंत पोहोचते) अनुनाद वारंवारतेजवळ .fr (, ज्या वारंवारतेला प्रतिबाधाची %70 पातळी एकूण प्रतिबाधाच्या (Z)गणना केली जाते त्या वारंवारतेला कट ऑफ फ्रिक्वेंसी (cut-off frequency) ओळखले म्हणून जाते. अनुनाद वारंवारतेपेक्षा)*fr* कमी असलेल्या ज्या वारंवारतेला एकूण (प्रतिबाधाच्या ७० त्या वारंवारतेला न्यून कट ऑफ फ्रिक्वेंसी ,ने नमूद केली जाते %(lower cut-off fr equency) 'f_1' ओळखले म्हणून जाते) अनुनाद वारंवारतेपेक्षा .*fr* मोठ्या असलेल्या ज्या वारंवारतेला (एकूण प्रतिबाधाच्या ७० त्या वारंवारतेला उच्च कट ऑफ फ्रिक्वेंसी ,ने नमूद केली जाते %(higher cut-off frequency) 'f_2' ओळखले म्हणून जाते .'f_1' व 'f_2' मधील सर्व वारंवारतांच्या समुहाला बँड असे म्हणतात. बँडविड्थ चे गणितीय सूत्र :

बँड-रुंदी (Bandwidth) BW= f2-f1...................................(XIII)

या f_2 आणि f_1 ला अर्ध-शक्ती फ्रिक्वेंसी म्हणतात कारण लोडला दिलेली पॉवर ही अनुनाद फ्रिक्वेंसीमध्ये वितरित केलेल्या शक्तीच्या अर्धी असते.त्यांना क्रांतिक वांरवारता **(**critical frequencies) म्हणून असेही ओळखले जाते.

5.4 फ्रिक्वेंसीमधील बदलांमुळे समांतर सर्किटवर होणारे परिणाम (Behaviour of RLC parallel circuit with change in input frequency):

समांतर AC सर्किटमध्ये जेव्हा सर्किट पॉवर फॅक्टर (power factor) युनिटी असते तेव्हा अनुनाद निर्माण होतो. अनुनाद अटीनुसार समांतर AC सर्किटमध्ये जेव्हा विद्युत् प्रवाहाचा रिएक्टीव घटक (Reactive component) शून्य होतो व विद्युत् दाब आणि विद्युत प्रवाह-I_L चा सक्रिय घटक (active component) - $I_L\cos\varphi$ समान टप्प्यात येतो तेव्हा अनुनाद उत्पन्न होतो. अनुनाद स्थितीत सर्किटमधील प्रतिबाधा(impedance) कमाल (maximum) असते. जशी अनुनाद फ्रिक्वेंसी बदलते तसे सर्किट प्रतिबाधा (impedance) वेगाने कमी होते. अनुनाद स्थितीमध्ये समांतर सर्किटमध्ये विद्युत प्रवाहाचे मूल्य खूपच कमी असते. जशी फ्रिक्वेंसी बदलत जाते, विद्युत प्रवाह वेगाने वाढतो.



आकृती क्र. 5.9 फ्रिक्वेंसीमधील बदलांमुळे समांतर सर्किटवर होणारे परिणाम दाखविणारा आलेख

अनुनादाच्या खाली असलेल्या फ्रिक्वेंसीसाठी सर्किट इंडक्टीव सर्किटप्रमाणे कार्यन्वित होते. अनुनाद वरील फ्रिक्वेंसीसाठी सर्किट कॅपेसिटिव्ह सर्किटप्रमाणे कार्यन्वित होते.

आकृती क्र. 5.9 मध्ये दर्शविलेल्या आलेखावरून आपण निष्कर्ष काढू शकतो की,

- समांतर R-L-C सर्किट मध्ये अनुनाद उत्पन्न होण्यासाठी संपूर्ण प्रतीबाधा(impedance) कमाल (maximum) असते. . $Zr = \frac{L}{CR}\Omega$
- ह्या प्रतीबाधा ला डायनॅमिक प्रतिरोध (dynamic resistance) असेही म्हटले जाते.
- अनुनाद स्थितीमध्ये समांतर सर्किटमध्ये विद्युत प्रवाहाचे मूल्य खूपच कमी असते, $I_r = \frac{V}{Zr} = \frac{V}{Rd}$

सिरीज आणि समांतर रेझोनंट सर्किट दरम्यान तुलना (comparison between series and parallel resonant circuit).

तक्ता क्र. 5.1 सिरीज आणि समांतर अनुनाद सर्किटची तुलना

अ.क्र	तुलना दाखविणारी कारणे	सिरीज *R-L-C* सर्किट	समांतर *R-L-C* सर्किट
1	अनुनाद प्रतीबाधा	**Zr= R Ω ,** किमान(minimum)	$Zr = \frac{L}{CR}\Omega$, कमाल (maximum)
2	अनुनाद विद्युत प्रवाह	$I_r = \frac{V}{Zr}$, कमाल (maximum)	$I_r = \frac{V}{Zr}$, किमान(minimum)
3	अनुनाद स्थितीतील सर्किट पॉवर फॅक्टर	युनिटी **(unity)**	युनिटी **(unity)**

अ.क्र	तुलना दाखविणारी कारणे	सिरीज *R-L-C* सर्किट	समांतर *R-L-C* सर्किट
4	जेव्हा $f < fr$	कॅपेसिटिव्ह सर्किटप्रमाणे चालते	इंडक्टीव सर्किटप्रमाणे चालते
5	जेव्हा $f > fr$	इंडक्टीव सर्किटप्रमाणे चालते	कॅपेसिटिव्ह सर्किटप्रमाणे चालते
6	गुणवत्ता घटक (Quality Factor)	$\frac{\omega L}{R}$	$\frac{\omega L}{R}$
7	आवर्धक (magnifier of)	विद्युत दाब	विद्युत प्रवाह
8	अनुनाद फ्रिक्वेंसी (resonant frequency)	$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Hz	$fr = \frac{1}{2\pi}\sqrt{(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2})}$ Hz

सोडवलेली उदाहरणे:(Solved Examples)

1. सिरीजL–R–C सर्किटमध्ये कमाल 12 V मूल्याचा सायनसॉइडल इनपुट विद्युतदाब दिला आहे. जर इंडक्टन्स, L = 20 mH, प्रतिरोध, R = 80 Ω, आणि कॅपॅसिटन्स, C = 400 nF, तर सिरीजL–R–C सर्किटमध्ये अनुनाद फ्रिक्वेंसी निर्धारित करा (A series L–R–C circuit has a sinusoidal input voltage of maximum value 12 V. If inductance, L = 20 mH, resistance, R = 80 Ω, and capacitance, C = 400 nF, determine the resonant fr equency.)

उत्तर: दिलेला संदर्भ : इंडक्टन्स, L = 20 mH, प्रतिरोध, R = 80 Ω, कॅपॅसिटन्स, C = 400 nF, कमाल विद्युतदाब- 12 V.

संदर्भित सूत्र: $fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Hz

$$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz}$$

$$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{(20x10^{-3} * 400X10^{-9})}} \text{ Hz}$$

$$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{(20x10^{-3} * 400X10^{-9})}} \text{ Hz}$$

$$fr = 1779.4 \text{ Hz}$$

सिरीज L–R–C सर्किटमध्ये अनुनाद फ्रिक्वेंसीचे मुल्य '*1779.4* Hz' एवढे आहे

2. 150 mH चे शुद्ध इंडक्टन्स व 40 μF कॅपेसिटरसह समांतर जोडलेले आहे आणि ह्या समांतर घटकांना 50V , व्हेरिएबल फ्रिक्वेंसी सप्लाय दिल्यावर (अ) सर्किटची अनुनाद फ्रिक्वेंसी आणि (ब) कॅपेसिटरमध्ये आणि इंडक्टन्स मध्ये फिरणारा विद्युत् प्रवाह निश्चित करा. (A pure inductance of 150 mH is connected in parallel with a 40 μF capacitor across a 50 V, variable fr equency supply. Determine (a) the resonant fr equency of the circuit and (b) the current circulating in the capacitor and inductance at resonance.)

उत्तर: दिलेला संदर्भ : इंडक्टन्स, L = 150 mH, कॅपॅसिटन्स, C = 40 μF, कमाल विद्युतदाब- 50V **.**

अ) संदर्भित सूत्र: समांतर L–C सर्किटमध्ये , $fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Hz

$$fr = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\pi\sqrt{LC}}} \text{ Hz}$$

$$fr = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\pi}\sqrt{(150x\mathbf{10^{-3}}*\mathbf{40X10^{-6}})}} \text{ Hz}$$

$$fr = 64.97 \text{ Hz}$$

ब) अनुनाद स्थितीमध्ये कॅपेसिटर व इंडक्टन्स मध्ये फिरणारा विद्युत् प्रवाह= $I_C = \frac{V}{XC}$

$$I_c = \frac{V}{(\frac{1}{2\pi frC})} = \frac{V}{(\frac{1}{2\pi frC})} = \frac{50}{(\frac{1}{2\pi*64.97*10^{-6}})} = 0.816 \text{ A}$$

OR

अनुनाद स्थितीमध्ये कॅपेसिटर व इंडक्टन्स मध्ये फिरणारा विद्युत् प्रवाह= $I_{XL} = \frac{V}{XL}$

$$I_{XL} = \frac{V}{2\pi frL} = \frac{50}{2\pi*64.97*0.15} = 0.816 \text{ A}$$

3. समांतर R– L– C सर्किटमध्ये कमाल 50 V मूल्याचा सायनसॉइडल इनपुट विद्युतदाब दिला आहे. जर इंडक्टन्स 5 mH आणि प्रतिरोध, R = 10 Ω ची कॉइल , 250 nF कॅपेसिटरसह समांतर जोडलेली आहे. (अ) अनुनाद फ्रिक्वेंसी, (ब) डायनॅमिक प्रतिरोध, (क) अनुनाद मध्ये विद्युत् प्रवाह आणि (ड) अनुनाद सर्किटमधील गुणवत्ता घटक (Quality Factor) निश्चित करा. (A coil of inductance 5 mH and resistance 10 Ω is connected in parallel with a 250 nF capacitor across a 50 V variable-fr equency supply. Determine (a) the resonant fr equency, (b) the dynamic resistance, (c) the current at resonance, and (d) the circuit Q-factor at resonance.)

उत्तर: दिलेला संदर्भ : इंडक्टन्स,L = 5 mH,प्रतिरोध, R =10 Ω,कॅपॅसिटन्स,C = 250nF, कमाल विद्युतदाब- 50V .

अ) संदर्भित सूत्र: समांतर L–C सर्किटमध्ये $fr = \frac{1}{2\pi}\sqrt{(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2})}$ Hz

$$fr = \frac{1}{2\pi}\sqrt{(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2})} \text{ Hz}$$

$$fr = \frac{1}{2\pi}\sqrt{(\frac{1}{\mathbf{5*10^{-3}*250X10^{-9}}}) - \frac{\mathbf{10}^2}{0.005^2}} \text{Hz}$$

$$fr = 4490 \text{ Hz}$$

ब) डायनॅमिक प्रतिरोध (dynamic resistance) **,** $Zr = \frac{L}{CR}\Omega$

$$= \frac{5*10^{-3}}{10*250X10^{-9}} = 2000 \ \Omega$$

(क) अनुनाद मध्ये विद्युत् प्रवाह , $I_r = \frac{\mathbf{V}}{R\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{50}}{\mathbf{2000}} = 25mA$

(ड) अनुनाद सर्किटमधील गुणवत्ता घटक (Quality Factor)

$$Q_r = \frac{\omega rL}{R} = \frac{XL}{R} = \frac{2\pi * 4490 * \mathbf{5 * 10^{-3}}}{10} = 14.1$$

स्वाध्याय: (Self-learning)

1. सिरीजR-L-C सर्किट मध्ये अनुनाद उत्पन्न होण्यासाठीची अटी सांगा.
   State the conditions of resonance in series R-L-C circuit
2. खालील संज्ञाचे स्पष्टीकरण करा. (i) बँड-रुंदी (Bandwidth), (ii) गुणवत्ता घटक (Quality Factor)
   Explain the following terms of series R-L-C circuit during resonace. i) Bandwidth, ii) Quality factor.
3. अनुनाद दरम्यान R-L-C सर्किटमधील प्रतिबाधा आणि विद्युतप्रवाह ह्यांचा फ्रिक्वेंसीशी संबंध दर्शविणारा आलेख काढा.
   Draw the graph showing the impedance and current wrt fr equency in series R-L-C circuit during resonance.
4. सिरीज RLC सर्किटमधील अनुनाद ची घटना स्पष्ट करा
   Explain the phenomenon of resonance in RLC series circuit
5. समांतर R-L-C सर्किट मध्ये अनुनाद उत्पन्न होण्यासाठीची अटी सांगा.
   State the conditions of resonance in parallel R-L-C circuit
6. समांतर सर्किटमधील अनुनाद ची घटना स्पष्ट करा
   Explain the phenomenon of resonance in RLC parallel circuit
7. सिरीजसर्किटमध्ये कॉइल जीचे इंडक्टन्स, L = 100μH, प्रतिकार, R = 100 Ω, व कॅपॅसिटन्स, C = 400 nFआहे. त्यांना सायनसॉइडल इनपुट व्होल्टेज कमाल मूल्य 10 V दिले आहे. तर i) रेझोनंट फ्रिक्वेंसी (resonant frequency) ,ii)अनुनाद मध्ये विद्युत् प्रवाह, iii) अनुनाद मध्ये इंडक्टर आणि कॅपेसिट वरील विद्युत् दाब (Voltage across L and C at resonance), (iv)अनुनाद सर्किटमधील गुणवत्ता घटक (Q-factor at resonance.) निर्धारित करा. (A series L–R–C circuit has a sinusoidal input voltage of maximum value 10 V. A coil of inductanc inductance, L = 100μH, resistance, R = 100 Ω in series with capacitance, C = 100 nF. Determine (i) the resonant fr equency, ii) the current at resonance, iii) Voltage across L and C at resonance and (iv) the circuit Q-factor at resonance.)

लघु प्रकल्प: (Micro project)

1. मल्टीसिम सारख्या सिम्युलेशन सॉफ्टवेअर वापरून RLC सिरीज सर्किटचे सिम्युलेशन करा. (Simulate RLC series circuit using simulation software like multisim)
2. अनुनाद स्थिती सत्यापित करण्यासाठी RLC सिरीजसर्किटचे डिझाइन करा. (Design.(RLC series circuit to verify resonance condition)
3. मल्टीसिम सारख्या सिम्युलेशन सॉफ्टवेअर वापरून RLC समांतर सर्किटचे सिम्युलेशन करा. (Simulate RLC parallel circuit using simulation software like multisim multisim software)
4. अनुनाद स्थिती सत्यापित करण्यासाठी RLC समांतर सर्किटचे डिझाइन करा. (Design RLC parallel circuit to verify resonance condition)

संदर्भ:

Sr. No	Author	Title	Publisher with ISBN Number
1	Mehta V.K. & Mehta Rohit	Basic Electrical Engineering	S.Chand and Company Ram Nagar New Delhi-110055, S.2008 ,ISBN:812190871X
2	B.L.Theraja	A Textbook of Electrical Technology – Volume-I (Basic Electrical Engineering)	S. Chand Publishing, 2007,ISBN:9788121924405