



महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळ, मुंबई

(स्वायत्त) (ISO 9001:2015) (ISO/IEC 27001:2013)

अभियांत्रिकी आणि तंत्रज्ञान पदविका

शिक्षण पुस्तिका  
(Learning Material)

# थेअरी ऑफ मशीन्स Theory of Machines (313313)

यंत्र अभियांत्रिकी गट

मराठी – इंग्रजी (द्विभाषिक) माध्यम  
(अभियांत्रिकी व तंत्रज्ञान तिसरे व चौथे सत्र पदविका)

# शिक्षण पुस्तिका (Learning Manual)

## थेअरी ऑफ मशीन्स Theory of Machines (313313)

मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यम  
(अभियांत्रिकी व तंत्राज्ञानातील तिसरे व चौथे सत्र पदविका)



महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळ, मुंबई  
(स्वायत्त) (ISO 9001:2015) (ISO/IEC 27001:2013)



# महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळ

(स्वायत्त) (ISO: १००१:२०१५) (ISO/IES: २७००१-२०१३)

शासकीय तंत्रनिकेतन इमारत, चौथा मजला, ४९, खेरवाडी, बांद्रा (पूर्व), मुंबई - ४०० ०५१.

दूरध्वनी क्र.: ०२२-६२५४२१७० / १६१

Email : director@msbte.com

Web : www.msbte.org.in



## प्रास्ताविक

महाराष्ट्र राज्यातील पदविका स्तरावरील तंत्रशिक्षणामध्ये विद्यार्थ्यांचे रोजगार कौशल्य विकसित करून विद्यार्थ्यांचा सर्वांगीण विकास घडवून आणण्याकरिता महाराष्ट्र राज्य तंत्रशिक्षण मंडळ कटिबद्ध आहे. उद्योगधंद्यातील बदलत्या तंत्रज्ञानाशी संबंधित गरजा लक्षात घेऊन महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळाकडून पदविका अभ्यासक्रम वेळोवेळी अद्यावत करण्यात येतो. अभियांत्रिकी पदविका अभ्यासक्रम शिकत असतांना संकल्पनात्मक ज्ञान, सुसंगत संदर्भ, प्रश्न विचारणे, विश्वसनीय पुरावे, कारणमीमांसा आणि सुस्पष्ट निकष यांचा वापर करून अर्थाची उकल करण्याची, विश्लेषण व मूल्यमापन करण्याची तसेच तर्काने अनुमान काढण्याची क्षमता म्हणजेच चिकित्सक विचार विद्यार्थ्यांमध्ये अधिक दृढ होतील असा मला विश्वास आहे. जेव्हा विद्यार्थी ज्ञान मिळवण्याच्या माध्यमाशी पूर्णपणे परिचित आणि सोयीस्कर असतात, तेव्हा त्यांच्यासाठी वर्गातील चर्चेत भाग घेणे सोपे होते, संकल्पनात्मक व सैद्धांतिक बाबींचे आकलन परिपूर्ण होते, संज्ञानात्मक क्षमता सुधारते आणि त्यांचा आत्मविश्वास देखील वाढतो या सर्व गोष्टींचा विचार करून मंडळाकडून शैक्षणिक सामुग्रीची निर्मिती करण्यात आलेली आहे. भारत देश हा खेड्यापाड्यातून विकसित झालेला देश असून ग्रामीण भागातील विद्यार्थ्यांना तांत्रिक शिक्षण घेतांना भाषेचा अडसर न येता तांत्रिक बाबींचा आशय समजून घेणे शक्य होईल या दृष्टिकोनातून महाराष्ट्र राज्य तंत्र शिक्षण मंडळाने पदविका स्तरावरील तांत्रिक शिक्षणाकरीता विद्यार्थ्यांना मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यमाचा पर्याय शैक्षणिक वर्ष २०२१-२२ पासून उपलब्ध करून दिलेला आहे.

राष्ट्रीय शैक्षणिक धोरण-२०२० प्रादेशिक भाषेतील शिक्षणास प्रोत्साहन देते, ज्यामुळे विद्यार्थ्यांना तांत्रिक अभ्यासक्रमांसाठी प्रादेशिक भाषांतुन शिक्षणाचे माध्यम निवडता येते. सदर धोरणामुळे प्रादेशिक भाषांमध्ये तांत्रिक सामग्री आणि अभ्यास सामग्रीचा विकास आणि भाषांतर निर्माण करण्याची आवश्यकता आहे. त्यास अनुसरून मंडळाने मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक माध्यमाचा पर्याय द्वितीय व तृतीय वर्षाकरिताही उपलब्ध करून देण्यात आला आहे. तसेच त्याकरिताची शैक्षणिक सामग्रीही संबंधीत भागधारकरांना उपलब्ध करून देण्यात येत आहे.

पदविका स्तरावरील तंत्रशिक्षण अधिक दर्जेदार करण्यासाठी महाराष्ट्रातील अनुभवी व तज्ञ अध्यापकांनी व्यवहारिक मराठी भाषा व इंग्रजी भाषेतील तांत्रिक शब्दावली यांचा वापर करून मराठी - इंग्रजी भाषेचा सुवर्णमध्य साधण्याचा प्रयत्न केलेला आहे. मंडळाच्या स्तरावर गठीत सुकाणू समितीमार्फत सदर शैक्षणिक सामुग्रीचा दर्जा, तसेच इतर बाबींची तपासणी करण्यात आलेली आहे. त्यामुळे सदर शैक्षणिक सामुग्री अधिक सम्पन्न झालेली असून विद्यार्थी त्यांच्या व्यक्तिमत्त्वाचा सुसंवादी आणि सर्वांगीण विकास साधतील. परिणामतः विश्वस्तरीय मनुष्यबळाच्या गरजा पूर्ण करण्यात महाराष्ट्र राज्य अग्रेसर राहील व पर्यायाने राष्ट्रनिर्मिती करीता निश्चितच हातभार लागेल, असा मला विश्वास आहे.

अभियांत्रिकी पदविका अभ्यासक्रमातील प्रमुख विषयांची मराठी-इंग्रजी द्विभाषिक शैक्षणिक सामुग्री बनविण्यासाठी अध्यापक व सुकाणू समितीचे सदस्य यांनी दर्शविलेले समर्पण व वचनबद्धता कौतुकास पात्र आहे, या सर्वांचे मी मनः पूर्वक अभिनंदन करतो !

  
(प्रमोद नाईक)

संचालक

म. रा. तंत्र शिक्षण मंडळ, मुंबई.

## अनुक्रमाणिका

| अ. क्र. | युनिटचे नाव                                                                              | पान क्र. |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1       | मूलभूत तत्वे आणि यंत्रणेचे (मेकॅनिझम) चे प्रकार<br>(Fundamentals and Types of Mechanism) | 1        |
| 2       | यंत्रणामधील वेग आणि प्रवेग<br>(Velocity and acceleration in Mechanism)                   | 30       |
| 3       | कॅम आणि फॉलोअर<br>(Cam and Follower)                                                     | 56       |
| 4       | पॉवर ट्रान्समिशन (बेल्ट, चेन आणि गियर)<br>(Power Transmission (Belt, Chain and Gear)     | 77       |
| 5       | वस्तुमान आणि कंपन यांचे संतुलन<br>(Balancing of masses and Vibration)                    | 104      |

## Unit 1 मूलभूत तत्वे व मेकॅनिझमचे प्रकार

### Fundamentals and Types of Mechanism

**विषय निष्पत्ती:** दिलेल्या परिस्थितीत वेगवेगळ्या मेकॅनिझम संबंधित ज्ञान आणि कौशल्य चे वापर करा (Apply knowledge and skill related to different mechanisms and its motion in given situation.)

#### घटक निष्पत्ती

**TLO 1.1:** दिलेल्या मेकॅनिझम विविध लिंक्स आणि जोड्या ओळखा. (Identify various links and pairs in the given mechanism.)

**TLO 1.2:** दिलेल्या जोडीतील विविध प्रकारच्या गती ओळखा. (Identify various type motion in the given pair.)

**TLO 1.3:** दिलेल्या कॉन्फिगरेशनमधील विविध कायनेमॅटिक चेन ओळखा. (Identify various kinematic chain in the given configuration.)

**TLO 1.4:** दिलेल्या कॉन्फिगरेशनसाठी डिग्री ऑफ फ्रीडम काढा. (Estimate degree of freedom for given configuration.)

**TLO 1.5:** वेगवेगळ्या मेकॅनिझम चे इन्व्हर्शन स्पष्ट करा. (Explain different inversion of mechanism.)

**TLO 1.6:** वेगवेगळ्या वापरासाठी योग्य मेकॅनिझम चे इन्व्हर्शन निवडा. (Select suitable inversion of mechanism for different application.)

#### कायनामॅटिक ऑफ मशीन्स

मशीन्सचा सिद्धांत चार मुख्य शाखांमध्ये विभागला जातो:

- कायनामॅटिक्स (Kinematics):** ही थिअरी ऑफ मशीन्सची ती शाखा आहे जी यंत्राच्या विविध भागांमधील सापेक्ष गतीशी संबंधित असते.
- डायनॅमिक्स (Dynamics):** ही थिअरी ऑफ मशीन्सची ती शाखा आहे जी यंत्राच्या गतीशील भागांवर क्रिया करणाऱ्या शक्ती आणि त्यांचे परिणाम यांच्याशी संबंधित आहे.
- कायनेटिक्स (Kinetics):** ही थिअरी ऑफ मशीन्सची ती शाखा आहे जी यंत्राच्या भागांच्या वस्तुमान व गतीच्या एकत्रित परिणामातून निर्माण होणाऱ्या जडत्व शक्तींशी (Inertia Forces) संबंधित आहे.
- स्टॅटिक्स (Statics):** ही थिअरी ऑफ मशीन्सची ती शाखा आहे जी मशीनचे भाग विश्रांतीत असताना शक्ती आणि त्यांचे परिणाम हाताळते. यामध्ये भागांचे वस्तुमान नगण्य मानले जाते.

**कायनामॅटिक लिंक किंवा एलिमेंट** - मशीनचा प्रत्येक भाग जो दुसऱ्या भागासोबत सापेक्ष हालचाल (गती), फिरणारी गती (rotary motion) किंवा परस्पर गती (reciprocating motion) करतो, त्याला कायनामॅटिक लिंक (Kinematic Link) किंवा एलिमेंट म्हणतात. लिंक किंवा एलिमेंट कडक वस्तू (Rigid Body) असण्याची आवश्यकता नाही, पण ती प्रतिरोधक वस्तू (Resistant Body) असली पाहिजे. एखाद्या वस्तूला प्रतिरोधक वस्तू (Resistant Body) म्हणतात, जेव्हा ती शक्ती हस्तांतरण (Force Transfer) करताना अत्यंत नगण्य आकार बदल (Deformation) अनुभवते.

#### लिंकची वैशिष्ट्ये (Characteristics of Link):

- लिंकला दुसऱ्या लिंकसोबत सापेक्ष गती (Relative Motion) असावी.
- लिंक ही प्रतिरोधक वस्तू (Resistant Body) असली पाहिजे.

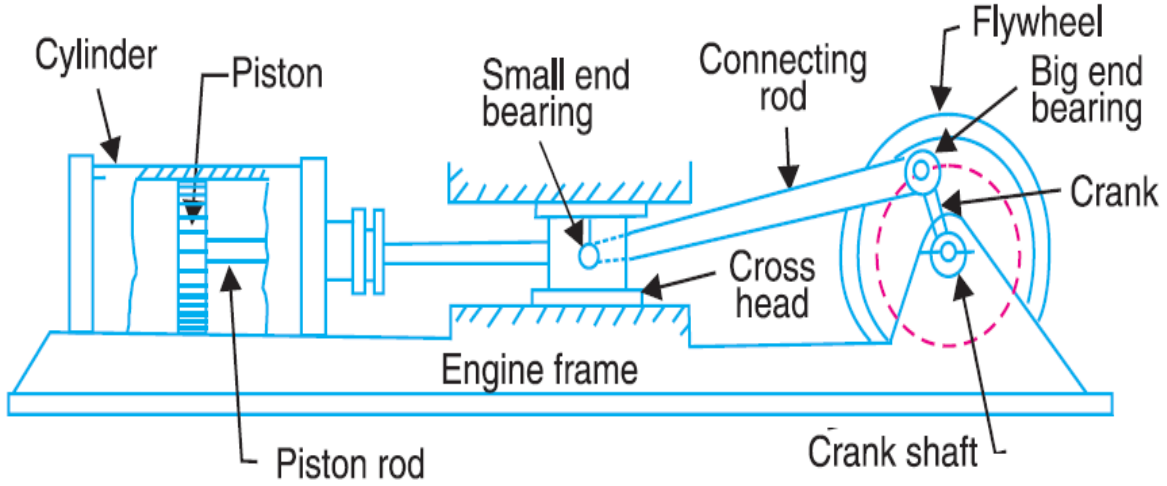


FIGURE1.1

जेव्हा लिंकचे बरेच भाग असतात जे एकमेकांसोबत कठोरपणे (rigidly) जोडले गेलेले असतात आणि ते एकमेकांच्या तुलनेत फिरत नाही (म्हणजे रिलेटिव्ह मोशन नाही) तेव्हा त्यांना लिंक म्हणता येत नाही त्यावेळेस त्यांना एकच लिंक मोजला जातो. उदाहरणार्थ FIGURE मध्ये दाखविलेल्या रिसिप्रोकेटिंग स्टीम इंजिन मध्ये पिस्टन, पिस्टन रोड आणि क्रॉस हेड हे तीन भाग मिळून एक लिंक आहे. कनेक्टिंग रॉड बिग एंड आणि स्मॉल एंड बेरिंग मिळून दुसरी लिंक आहे. क्रांक, क्रांकशाफ्ट आणि फ्लाय व्हील मिळून तिसरी लिंक आहे. सिलेंडर, इंजिन फ्रेम आणि मेन बेरिंग मिळून चौथी लिंक आहे.

#### लिंक्स चे विविध प्रकार - (Types of Links)

**रिजिड लिंक** - (Rigid Link) ज्या लिंक मध्ये मोशन ट्रान्सफर करत असताना कुठल्याही पद्धतीचे आकार मधील बदल (डिफॉर्मेशन) होत नाही त्याला रिजिड लिंक असे म्हणतात. खरे सांगायचे तर रिजिड लिंक प्रत्यक्षात अस्तित्वात नाही जसे की कनेक्टिंग रॉड (Connecting rod) आणि क्रांक (crank) हे रिसिप्रोकेटिंग इंजिन मध्ये फार डिफॉर्मेशन होत नाही अगदी नगण्य डिफॉर्मेशन होतं म्हणून त्यांना रिजिड लिंक असे म्हणता येते.



FIGURE1.2 ए



FIGURE1.2 बी

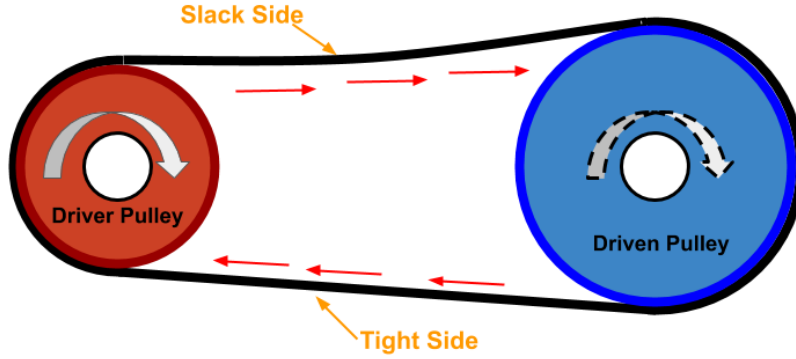
#### रिजिड लिंक

FIGURE 1.2 ए मधील रिजिड लिंक हि गियर आहे. FIGURE 1.2 बी मध्ये दाखविलेले कनेक्टिंग रॉड आणि पिस्टन हे दोन वेगवेगळे रिजिड लिंक आहेत जे पिन जॉईंट नी वेगळे केलेले आहेत.

**लवचिक लिंक (फ्लेक्सिबल लींक)** - ज्या लिंक मध्ये मोशन ट्रान्सफर करत असताना काही प्रमाणात डिफॉर्मेशन होते त्याला फ्लेक्सिबल लींक असे म्हणतात. जसे की बेल्ट, रोप्स, चेन आणि वायर हे

फ्लेक्सिबल लिंक आहेत जे फक्त ओढून मोशन ट्रान्सफर करू शकतात.

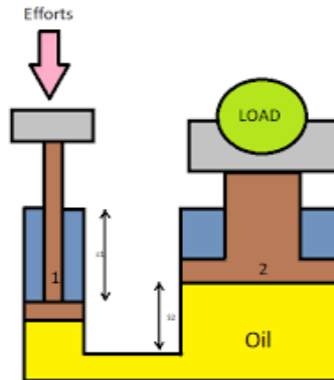
FIGURE 1.3 मध्ये फ्लेक्सिबल लिंक चे उदाहरण म्हणून बेल्ट आणि रीजीड लिंक चे उदाहरण म्हणून पुली दाखविलेली आहे



फ्लेक्सिबल लिंक

FIGURE 1.3

**फ्ल्यूईड लिंक (Fluid Link)** - फ्ल्यूईड लिंक तेव्हा तयार होतो जेव्हा फ्लूएड हे कॉम्प्रेसन किंवा प्रेशर ने एका लिंक वरून दुसऱ्या लिंक ला मोशन ट्रान्सफर करतो. जसे की हायड्रोलिक प्रेस, हायड्रोलिक जॅक, हायड्रोलिक ब्रेक्स, FIGURE 1.4 मध्ये ऑइल हे एक फ्ल्यूईड लिंक आहे जे लिंक 1 कडून शक्ती (force) घेऊन लिंक 2 ला ट्रान्सफर (हस्तांतरण) करतो.



फ्ल्यूईड लिंक

Fig. 1.4

### कायनामॅटिक पेअर. (Kinematic Pair)

कायनामॅटिक पेअर - जेव्हा मशीनचे दोन लिंक किंवा एलिमेंट एकमेकांना जोडलेले असतात त्या ठिकाणाला कायनेटिक पेअर असे म्हणतात आणि त्यांच्यातील रिलेटिव्ह मोशन (तुलनात्मक हालचाल) हा कम्प्लीटली किंवा सक्सेसफुली कन्स्टेंट (completely or successfully constrained / प्रतिबंधित हालचाल) असली पाहिजे.

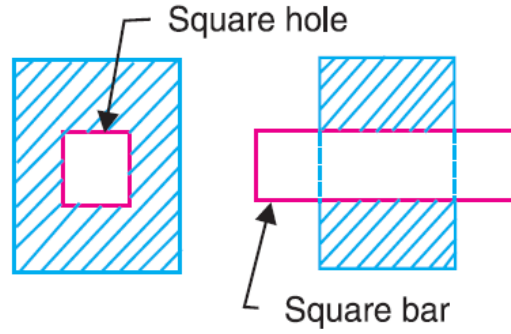
### कायनामॅटिक पेअर चे वर्गीकरण ( Classification of Kinematic pair)

कायनामॅटिक पेअर खालील प्रमाणे वर्गीकरण केल्या जाऊ शकते

#### 1) लिंक्स मधील रिलेटिव्ह मोशन नुसार.

**A) स्लाइडिंग पेअर-** जेव्हा दोन लिंक हे अशा पद्धतीने जोडले आहेत की एक लिंक दुसऱ्या लिंक वरती स्लाईड (घसरतो) होतो आणि त्यांच्यातील रिलेटिव्ह मोशन हा कम्प्लीटली किंवा सक्सेसफुली कन्स्टेंट

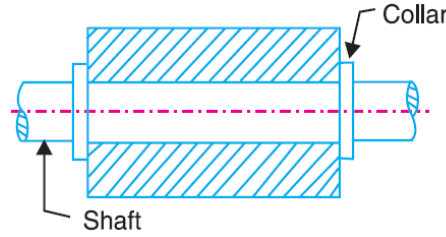
(completely or successfully constrained / प्रतिबंधित हालचाल ) आहे त्याला स्लाइडिंग पेअर असे म्हणतात. उदाहरणार्थ पिस्टन आणि सिलेंडर, क्रॉस हेड आणि गाईड ऑफ रिसिपोकेटिंग इंजिन, शेपर मशीन मधील रॅम आणि त्याच्या गाईड्स, लेथ बेड वरील टेल स्टॉक.



स्लाइडिंग पेअर

Fig 1.5

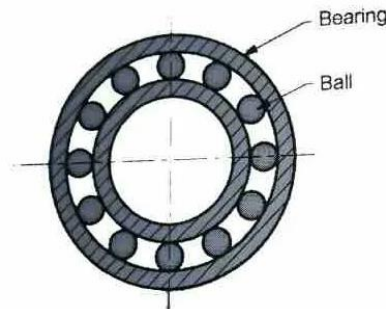
**B) टर्निंग पेअर (Turning Pair)-** जेव्हा दोन लिंक हे अशा पद्धतीने जोडले आहेत की एक लिंक दुसऱ्या लिंक च्या फिक्स ऑक्सिस सोबत फक्त टर्न किंवा रिव्हॉल्व्ह होऊ शकतो त्याला टर्निंग पेअर असे म्हणतात. उदाहरणार्थ दोन्ही बाजूला कॉलर असलेला शाफ्ट जो सर्क्युलर होल मध्ये फक्त टर्न होऊ शकतो, क्रॅक शाफ्ट मधील जर्नल बेअरिंग, हेड स्टॉक मधील लेट स्पिंडल, सायकलचे चाक हे फिक्स ऑक्सिस सोबत टर्न होते. टर्निंग पेअर मध्ये कम्प्लीटली कन्स्टेंट मोशन असतो.



टर्निंग पेअर

Figure 1.6

**c) रोलिंग पेअर - (Rolling Pair)** जेव्हा दोन लिंक अशा पद्धतीने जोडलेले असतात की एक लिंक दुसऱ्या लिंक वरती रोल होतो त्याला रोलिंग पेअर असे म्हणतात उदाहरणार्थ बॉल आणि रोलर बेरिंग

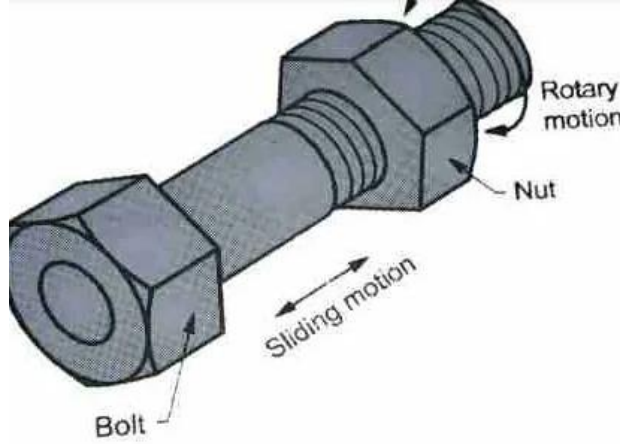


रोलिंग पेअर

Figure 1.7

**D) स्कू पेअर - (Screw Pair)** जेव्हा दोन लिंक एकमेकांशी अशा पद्धतीने जोडलेले असतात की एक लिंक

दुसऱ्या लिंक च्या तुलनेत टर्न होत होत पुढे जात असतो किंवा दोन लिंक जेव्हा स्कू थ्रेडने जोडलेले असतात तेव्हा त्याला स्कू पेअर असे म्हणतात उदाहरणार्थ नट आणि स्कू

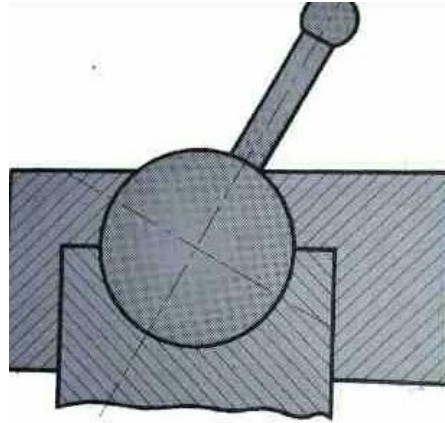


स्कू पेअर

Figure 1.8

**E) स्पेरिकल पेअर - (Spherical Pair)** जेव्हा दोन लिंक हे बॉल अँड सॉकेट या जॉईंटने जोडलेले असतात किंवा एक लिंक दुसऱ्या लिंक च्या भवती टर्न किंवा रिवॉल्व्ह होत असेल (फिरत असेल) तेव्हा त्याला स्पेरिकल पेअर असे म्हणतात.

उदाहरणार्थ बॉल अँड सॉकेट जॉईंट, कार मिरर अरेंजमेंट, पेन स्टँड



स्पेरिकल पेअर

Figure 1.9

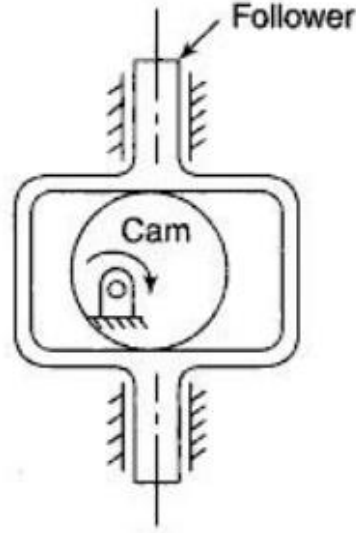
## 2) टाइप ऑफ कॉन्टॅक्ट नुसार , कायनामॅटिक पेअर चे वर्गीकरण

- A) लोअर पेअर-** जेव्हा पेअर मधील दोन एलिमेंट्स मध्ये सरफेस कॉन्टॅक्ट (पृष्ठभाग संपर्क) असतो आणि रिलेटिव मोशन घडत असताना एक एलिमेंट दुसऱ्या एलिमेंट वरती स्लाईड होतो तेव्हा ते लोअर पेअर तयार करतात. त्यावरून असे निदर्शनास येते की स्लाइडिंग पेअर टर्निंग पेअर आणि स्कू पेअर ह्या लोअर पेअर आहेत कारण त्यांच्यामध्ये सरफेस कॉन्टॅक्ट (पृष्ठभाग संपर्क) होतो.
- B) हायर पेअर -** जेव्हा पेअर मधील दोन एलिमेंट्स मध्ये लाईन किंवा पॉईंट कॉन्टॅक्ट (बिंदू किंवा रेखीय संपर्क) असतो आणि त्यांच्यातील रिलेटिव्ह मोशन हा काही प्रमाणात स्लाइडिंग व काही प्रमाणात टर्निंग

असतो तेव्हा त्याला हायर पेअर असे संबोधले जाते उदाहरणार्थ फ्रिक्शन डिस्क, बेल्ट ड्राईव्ह, गीअर्स रोप ड्राईव्ह, बॉल अँड रोलिंग बेअरिंग, कॅम अँड फॉलोवर

### 3) टाईप ऑफ क्लोजर (बंधन) नुसार

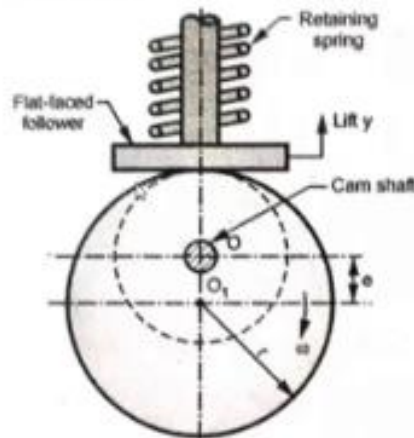
**A) सेल्फ क्लोज पेअर** - जेव्हा पेअर चे दोन एलिमेंट हे एकमेकांना अशा पद्धतीने जोडलेले असतात की तेव्हा गरजेप्रमाणेच रिलेटिव्ह मोशन मिळते व कुठलाही तिसरा एलिमेंट त्यांना एकमेकांना जोडून ठेवण्यासाठी लागत नाही तेव्हा त्याला सेल्फ क्लोज पेअर असे म्हणतात. सर्व लोअर पेअर ह्या सेल्फ क्लोज पेअर आहेत उदाहरणार्थ खालील FIGURE मधील कॅम अँड फॉलोवर हे कुठलाही तिसरा लिंक न वापरता जोडल्या गेलेले आहेत.



सेल्फ क्लोज पेअर

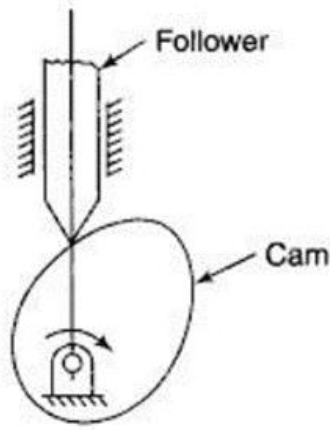
Figure 1.10

**B) फोर्स क्लोज पेअर** - जेव्हा एका पेअर मधील दोन लिंक एकमेकांना जोडण्यासाठी तिसऱ्या लिंक ची आवश्यकता भासते जेणेकरून ते दोन लिंक रिलेटिव्ह मोशन ट्रान्सफर करतील तेव्हा त्याला फोर्स क्लोज पेअर असे म्हणतात. उदाहरणार्थ कॅम अँड फॉलोवर हे एकमेकांना जोडण्यासाठी स्प्रिंग चा उपयोग करून त्यांच्यामध्ये मेकॅनिकल कॉन्टॅक्ट ठेवला जातो जेणेकरून कॅम अँड फॉलोवर यांच्यात रिलेटिव्ह मोशन राहील



फोर्स क्लोज पेअर

Figure 1.11



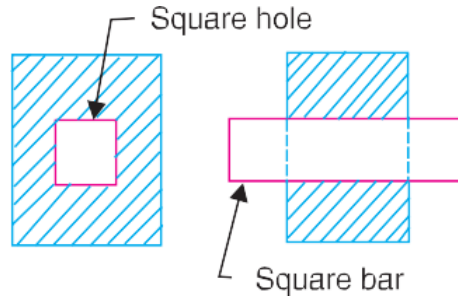
फोर्स क्लोज पेयर

Figure 1.12

### कन्स्ट्रेन्ड मोशन चे प्रकार (Types of Constrained Motion)

A) **कम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड मोशन-** (Completely Constrained motion) जेव्हा दोन लिंक हे एकमेकांशी अशा पद्धतीने जोडलेले असतात की त्यांच्यातील रिलेटिव्ह मोशन हा एकाच निश्चित दिशेमध्ये (definite direction) असतो, लावलेला जोर (applied force) हा कुठल्याही दिशेमध्ये (direction) असला तरीही रिलेटिव्ह मोशनला (सापेक्ष हालचालीला) फरक पडत नाही. उदाहरणार्थ स्टीम इंजिन मधील पिस्टन अँड सिलेंडर यात पिस्टन आणि सिलेंडर मधील रेसिप्रोकेटिंग मोशन हि कम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड (Completely Constrained motion) आहे.

स्केअर बार चा स्केअर होल मधील मोशन हि फक्त रिसिप्रोकेटिंग मोशनच असू शकतं त्यामुळे याला कम्प्लीटली कस्टर्ड मोशन असे म्हणता येईल. जर गोलाकार छिद्र (circular hole) फिरू शकतो पण रेसिप्रोकेट होऊ शकत नाही म्हणून याला देखील कम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड मोशन म्हणता येईल.



कम्प्लीटली कस्टर्ड मोशन

Figure 1.3

B) **इनकम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड मोशन** -(incompletely Constrained motion) जेव्हा दोन लिंक हे एकमेकांशी अशा पद्धतीने जोडलेले असतात की त्यांच्यामधील रिलेटिव्ह मोशन एकापेक्षा अधिक डायरेक्शन मध्ये असतो तेव्हा त्याला इनकम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड मोशन असे म्हणतात. इथे लावलेला जोर (force) हा रिलेटिव्ह मोशन ची दिशा बदलू शकतो. गोल छिद्रा (सर्क्युलर होल) मधील शाफ्ट हा रिसिप्रोकेट व रोटेट दोन्ही होऊ शकतो म्हणून हे इनकम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड मोशन चे उदाहरण आहे.

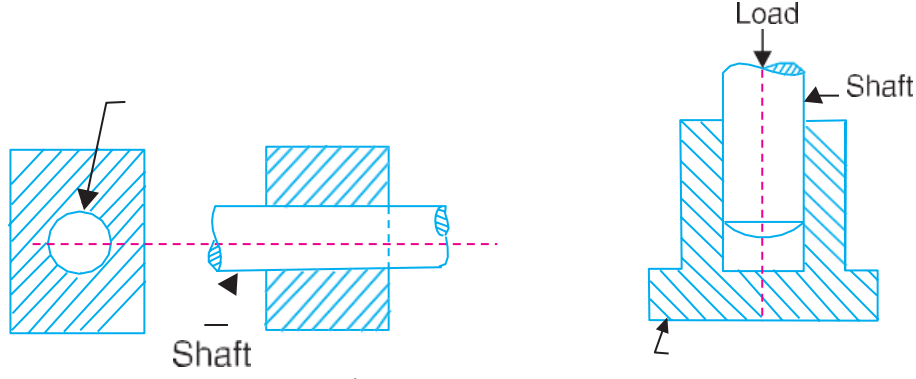


Figure 1.14

C) **सक्सेसफुली कन्स्ट्रेन्ड मोशन** - (Successfully constrained motion) जेव्हा इनकंप्लीटली कन्स्ट्रेन्ड मोशन हा काही मेकॅनिकल अरेंजमेंट वापरून कन्स्ट्रेन्ड मोशन मध्ये बदलल्या जातो तेव्हा त्याला सक्सेसफुली कॉन्स्टंट मोशन असे म्हणतात. उदाहरणार्थ फूड स्टेप बेरिंग मधील शाफ्ट हा शाफ्ट खाली वरती रिसिप्रोकेट होऊ शकतो तसेच रोटेट देखील होऊ शकतो जे की इनकंप्लीटली कस्टर्ड मोशन आहे. परंतु या शाफ्ट वर जर लोड ठेवले तर हा शाफ्ट फक्त रोटेट होऊ शकतो रिसिप्रोकेट होऊ शकत नाही म्हणून त्याला सक्सेसफुली कन्स्ट्रेन्ड मोशन असे म्हणता येईल. उदाहरणार्थ आय सी इंजिन वॉल चा मोशन जो स्प्रिंग च्या साहाय्याने कन्स्ट्रेन्ड केला गेला आहे.

**कायनामॅटिक चेन- (Kinematic Chain)** जेव्हा कायनामॅटिक पेअर ह्या एकमेकाला अशा पद्धतीने लावल्या असतात की लास्ट लिंक पहिल्या लिंक ला जोडलेली आहे आणि त्यांच्यामधील रिलेटिव मोशन हा कम्प्लीटली किंवा सक्सेसफुली कन्स्ट्रेन्ड आहे तेव्हा त्याला कायनामॅटिक चेन **(Kinematic Chain)** असे म्हणतात.

कायनामॅटिक चेन म्हणजे कायनामॅटिक पेयर्सचे असे कॉम्बिनेशन आहे ज्यामध्ये प्रत्येक लिंक हा दोन पेयर्स तयार करतो आणि लिंक्स मधील रिलेटिव्ह मोशन हा कम्प्लीटली किंवा सक्सेसफुली कन्स्ट्रेन्ड आहे.

जेव्हा प्रत्येक लिंक हा दोन्ही बाजूला जोडलेल्या लिंक सोबत दोन कायनामॅटिक पेअर तयार करतो तेव्हा कायनामॅटिक पेअर (P) आणि कायनामॅटिक लिंक (L) चे कायनामॅटिक चेन तयार करत आहेत त्यांना खालील दिलेले समीकरण लागू आहे.

$$L = 2P - 4 \quad \text{-----(1)}$$

जर आपण नंबर ऑफ लिंक्स (L) आणि नंबर ऑफ जॉइंट्स (J) विचारात घेतले तर कायनामॅटिक चेन साठी खालील समीकरण लागू आहे.

$$J = \frac{3}{2}L - 2 \quad \text{-----(2)}$$

**जॉइंट (J)** (joints) हे दोन लिंकचे कनेक्शन आहे म्हणजेच जिथे दोन लिंक जोडलेले आहेत.

**जॉइंट चे प्रकार (Types of Joints)**

**1. बायनरी जॉइंट- (Binary Joint)** जेव्हा एकाच कनेक्शन ला दोन लिंक जोडलेले असतात तेव्हा त्याला बायनरी जॉइंट असे म्हणतात FIGURE मध्ये दोन बायनरी जॉइंट्स आहेत जे B असे दाखविलेले आहेत.

**2. टर्नरी जॉइंट - (Ternary Joint)** जेव्हा एकाच कनेक्शनला तीन लिंक जोडलेले असतात तेव्हा त्याला टर्नरी जॉइंट असे म्हणतात FIGURE मध्ये सहा टर्नरी जॉइंट्स आहेत जे T असे दाखविलेले आहेत.

**3. क्वॉटनरी जॉइंट - (Quaternary Joint)** जेव्हा एकाच कनेक्शन ला चार लिंक जोडलेले असतात तेव्हा त्याला क्वॉटनरी जॉइंट असे म्हणतात FIGURE मध्ये एक क्वॉटनरी जॉइंट आहे जो Q असा दाखविलेला आहे.

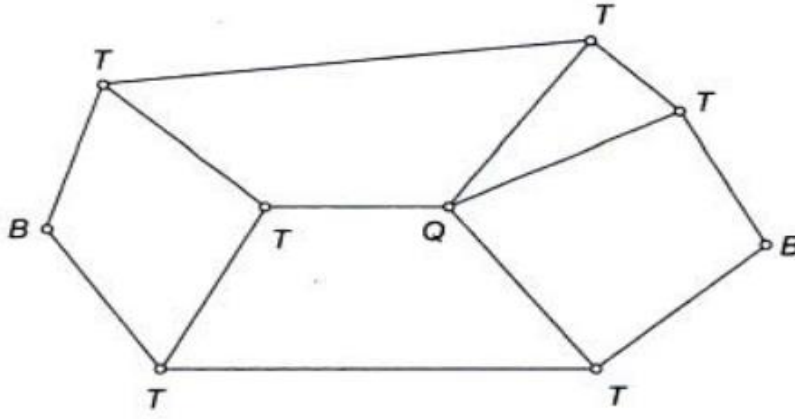


Figure 1.15

खाली दिलेली तीन लिंक ची अरेंजमेंट विचारात घेऊ ज्यात लिंक AB, BC आणि CA हे पिन जॉईंट नि जोडलेले आहेत.

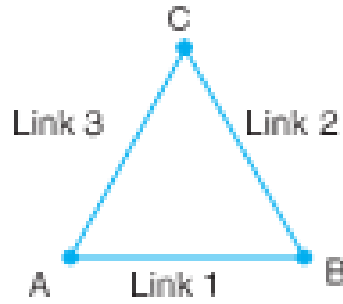


Figure 1.16

नंबर ऑफ लिंक,  $L = 3$

नंबर ऑफ पेअर,  $P = 3$

नंबर ऑफ जॉईंट,  $J = 3$

समीकरण एक वरून  $L = 2P - 4$

$$3 = 2 \times 3 - 4 = 2$$

L.H.S. > R.H.S.

समीकरण दोन वरून,  $J = \frac{3}{2} L - 2$

$$4 = \frac{3}{2} (4) - 2$$

$$4 = 2.5$$

L.H.S. > R.H.S.

वरील तीन लिंकच्या अरेंजमेंट मध्ये उजवी बाजू व डावी बाजू ही सारखी नाही असे समीकरणावरून लक्षात येते उजवी बाजू ही डाव्या बाजूपेक्षा मोठी आहे. त्यामुळे याला कायनामॅटिक चेन असे म्हणता येणार नाही. इथे रिलेटिव मोशन शक्य नाही या प्रकारच्या चेनला लॉक चे किंवा स्ट्रक्चर असे म्हणतात. काही ठिकाणी रिजिड फ्रेम असे देखील संबोधलेले आहे स्ट्रक्चर हे ब्रिज आणि ट्रसेस मध्ये वापरतात.

B) खालील दाखविलेली चार लिंक ची अरेंजमेंट विचारात घेता

$$L = 4, P = 4, \text{ and } J = 4$$

समीकरण एक वरून  $L = 2P - 4$   
 $4 = 2 \times 4 - 4 = 4$

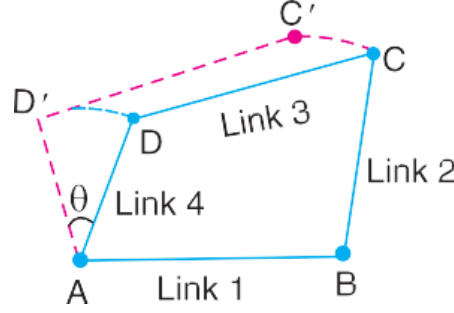


Figure 1.17

i.e. L.H.S. = R.H.S.

समीकरण दोन वरून

$$J = \frac{3}{2}L - 2$$

$$4 = \frac{3}{2}(4) - 2$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

वरील अरेंजमेंट ही समीकरण एक व दोन नुसार उजवी बाजू बरोबर डावी बाजू असे दर्शविते म्हणून या चेनला कायनामॅटिक चेन असे म्हणता येते ज्याची डिग्री ऑफ फ्रीडम ही 1 आहे कारण याच्यामध्ये लिंक AD ही सगळ्या लिंक ची पोजिशन दाखवण्यास समर्थ आहे.

यावरून असे लक्षात येते की AB लिंक फिक्स केल्यास AD लिंक च्या प्रत्येक पोजिशन ला लिंक CD व BC यांची पोजिशन ही डेफिनेट असणार आहे. आपण असे म्हणू शकतो की फोर बार चेन मध्ये रिलेटिव्ह मोशन हा कम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड आहे म्हणून फोर बार चेन ला कायनामॅटिक चेन किंवा कन्स्ट्रेन्ड कायनामेटिक असे म्हणता येते ही सगळ्या मशीनची एक बेसिक चेन आहे.

फोर बार चेन ला कायनामॅटिक चेन विथ सिंगल डिग्री ऑफ फ्रीडम असे देखील म्हणतात

C) खाली दाखवलेली पाच लिंक ची चेन विचारात घेता

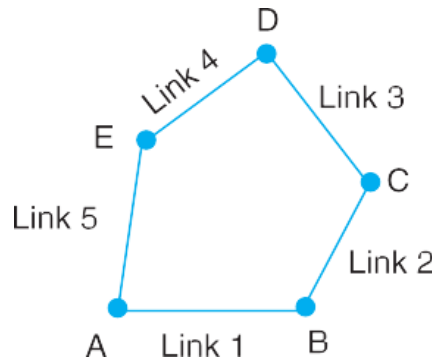


Figure 1.18

$$L = 5, P = 5, \text{ and } J = 5$$

समीकरण एक वरून  $L = 2P - 4$  or

$$5 = 2 \times 5 - 4$$

$$5 < 6$$

i.e. L.H.S. < R.H.S.

समीकरण दोन वरून

$$J = 3/2 L - 2$$

$$5 = 3/2 (5) - 2$$

L.H.S. < R.H.S.

समीकरण एक व दोन वरून वरील अरेंजमेंट मध्ये उजवी बाजू बरोबर डावी बाजू असे मिळत नाही. डावी बाजू ही उजव्या बाजूपेक्षा लहान आहे म्हणून याला कायनामॅटिक चेन असे म्हणता येणार नाही या अरेंजमेंटला अनकन्स्ट्रेन्ड चेन म्हणतात, म्हणजेच या चेन मधील रिलेटिव्ह मोशन हा कम्प्लीटली कन्स्ट्रेन्ड नाही. या चेनला प्रॅक्टिकली फार महत्त्व नाही.

D) खाली दर्शविलेली सहा लिंक ची अरेंजमेंट विचारात घेता या चेन मध्ये फोर बार चेन ला दोन अधिक लिंक जोडलेले आहेत

$$L = 6, P = 5, \text{ and } J = 7$$

समीकरण एक वरून

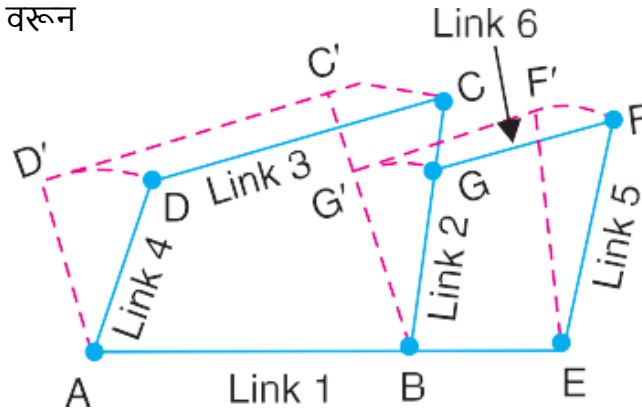


Figure 1.19

$$L = 2 P - 4$$

$$6 = 2 \times 5 - 4 = 6$$

i.e. L.H.S. = R.H.S.

समीकरण दोन वरून,

$$J = 3/2 (L) - 2$$

$$7 = 3/2 (6) - 2$$

i.e. L.H.S. = R.H.S.

समीकरण एक व दोन वरून उजवी बाजू बरोबर डावी बाजू असे सदर चेन साठी मिळत आहे म्हणून या अरेंजमेंट ला कायनामॅटिक चेन असे म्हणता येते. ज्या चेन मध्ये चार पेक्षा अधिक लिंक आहेत त्याला कंपाउंड चेन (compound chain) असे म्हणतात.

चार लिंक च्या मेकॅनिझमला सिम्पल मेकॅनिझम असे म्हणतात चार पेक्षा अधिक लिंक असल्यास त्याला कंपाउंड मेकॅनिझम असे म्हणतात.

जेव्हा एखादी मेकॅनिझम हे शक्ती प्रसारीत (power transmission) करते किंवा काही काम करते तेव्हा जी एकत्रित व्यवस्था (वस्तू) तयार होते किंवा तेव्हा त्याला मशीन असे म्हणता येईल. अशा व्यवस्थे मध्ये मशीनची डिझाईन करताना स्टॅटिक व कायनेटिक फोर्सेस (static & kinetic force) चा विचार करून डिझाईन करावी लागेल.

**डिग्री ऑफ फ्रीडम फॉर प्लेन मेकॅनिझम** - (Degree of freedom for plane mechanism) - डिझाईन आणि एनालिसिस ऑफ मेकॅनिझम (मशीन ची आराखडा आणि विश्लेषण) याच्यामध्ये डिग्री ऑफ फ्रीडम ला फार महत्त्व आहे. डिग्री ऑफ फ्रीडम ला मूव्हबिलिटी (moveability) असे देखील म्हणतात

डिग्री ऑफ फ्रीडम म्हणजे तुम्ही किती कमीत कमी इनपुट पॅरामिटर देऊन सगळ्या लिंक्सची स्थिती ठरवू (पोझिशन डिफाइन) शकता त्याला डिग्री ऑफ फ्रीडम असे म्हणतात म्हणजे मेकॅनिझम एखाद्या ठराविक कामासाठी वापरता येईल.

याचा अर्थ असा की फोर बार मेकॅनिझम मध्ये जर एका लिंक ला एकच इनपुट म्हणजे एंग्युलर मोशन (कोणीय हालचाल) दिला तर बाकी सगळ्या लिंक ची पोझिशन ही आपण ठरवू शकतो ठरवू शकतो याचा अर्थ फोर बार मेकॅनिझम ची डिग्री ऑफ फ्रीडम ही 1 आहे. डिग्री ऑफ फ्रीडम ही नंबर ऑफ लिंक, नंबर ऑफ जॉईंट, टाइप्स ऑफ जॉईंट याच्यावरून काढता येते.

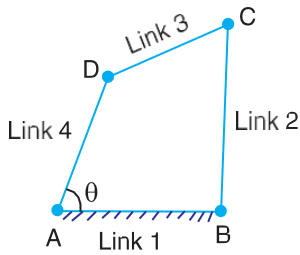


Figure 1.20 A

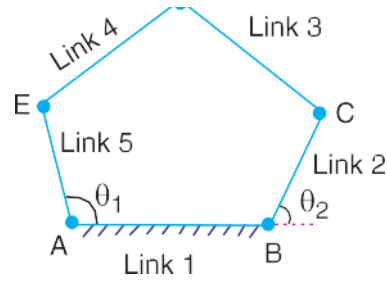


Figure 1.20 B

वर FIGURE 1.20 A दाखविल्याप्रमाणे फोरबार चेन मध्ये एक अंगुलार इनपुट (angular input) थिटा  $\theta$  हा बाकी सगळ्या लिंक ची पोझिशन दाखविण्यास समर्थ आहे.

पण FIGURE 1.20 B मध्ये दाखविलेल्या 5 बार चेन मध्ये एक अंगुलार इनपुट थिटा  $\theta$  हा सगळ्या लिंक ची जागा दाखवू शकत नाही त्यामुळे याला दोन वेगवेगळे इनपुट द्यावे लागतात जसे की  $\theta_1$  आणि  $\theta_2$  तेव्हा सगळ्या लिंक ची जागा ही ठरवल्या जाऊ शकते म्हणून याची डिग्री ऑफ फ्रीडम (degree of freedom) ही 2 आहे.

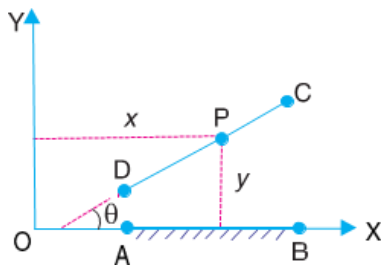


Figure 1.21 A

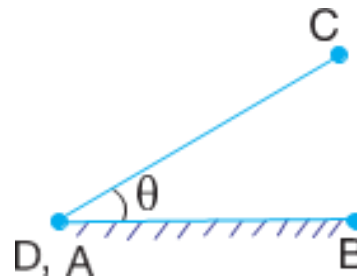


Figure 1.21 B

वरील FIGURE 1.21 A मध्ये दोन लिंक AB आणि CD दाखविलेल्या आहेत ज्यातील लिंक AB ही फिक्स आहे लिंक CD ही X एक्सिस वरती रिसिप्रोकेट होऊ शकते, Y ऍक्सिस वरती रिसिप्रोकेट होऊ शकते व झेड ऍक्सिस भोवती रोटेट होऊ शकते. लिंक CD ला 3 डिग्री ऑफ फ्रीडम आहे लिंक AB ही फिक्स असल्यामुळे तिला 0 डिग्री ऑफ फ्रीडम आहे ती कुठल्याही पद्धतीने हलू शकत नाही. FIGURE 1.21 B मध्ये दाखविल्याप्रमाणे जर लिंक AB आणि CD हे पॉईंट A आणि D या ठिकाणी पिन जॉईंटनी जोडले तर लिंक CD ही फक्त Z ऍक्सिस भोवती

रोटेट होऊ शकते. ती आता X आणि Y एक्सिस वर रिसिप्रोकेट होऊ शकत नाही म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की एक पिन जॉईंट हा डिग्री ऑफ फ्रीडम दोन ने कमी करतो.

आता लिंक AB आणि CD ला पिन जॉईंटनी कनेक्ट केल्यावर ज्या अर्थी ही फक्त रोटेट होऊ शकते म्हणजेच याला एक इनपुट  $\Theta$  लिंक CD ची जागा दाखवायला समर्थ आहे.

एका फ्री लिंक ला 3 डिग्री ऑफ फ्रीडम आहे जर तो लिंक एका फिक्स लिंक ला पिन जॉईंट ने जोडला तर त्याची डिग्री ऑफ फ्रीडम ही दोनने कमी होते हे आपल्याला खालील FIGUREवरून अजून जास्त स्पष्ट होते.

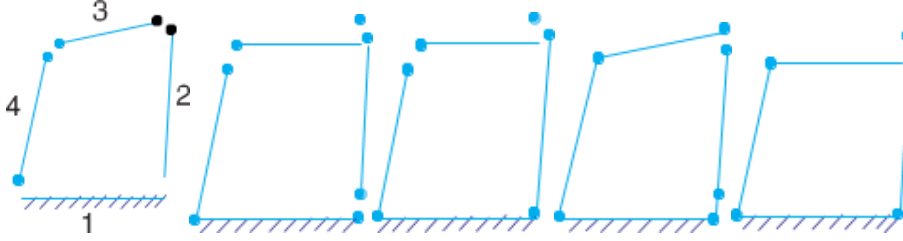


Figure 1.22

एका प्लेन मेकॅनिझम मध्ये  $L$  नंबर ऑफ लिंक आहेत असे मानू त्यापैकी एक लिंक फिक्स करणे गरजेचे असल्यामुळे  $(L-1)$  नंबर ऑफ लिंक हे फिरू शकतात. एका फ्री लिंक ला तीन डिग्री ऑफ फ्रीडम आहेत त्यामुळे त्या मेकॅनिझम मधील  $(L-1)$  नंबर ऑफ लिंक्स ला तीन डिग्री ऑफ फ्रीडम आहेत. मेकॅनिझम मध्ये  $J$  नंबर ऑफ जॉइंट्स (जॉईंट विथ सिंगल डिग्री ऑफ फ्रीडम) आहेत आणि  $H$  नंबर ऑफ हायर पेअर (जॉईन विथ टू डिग्री ऑफ फ्रीडम) आहेत तर मेकॅनिझमचे डिग्री ऑफ फ्रीडम हे खालील सूत्रानुसार काढता येईल वरील समीकरणाला कुछबॅक क्रायटेरिया फॉर मुव्हिबिलिटी ऑफ मेकॅनिझम असे म्हणतात.

$$F = 3(L - 1) - 2J - H$$

जर मेकॅनिझम मध्ये टू डिग्री ऑफ फ्रीडम जॉईंट म्हणजेच हायर पेअर नसेल तर  $H = 0$

$$F = 3(L - 1) - 2J$$

### कुछबॅक क्रायटेरिया (Kutzbach Criterion) वापरून डिग्री ऑफ फ्रीडम काढणे

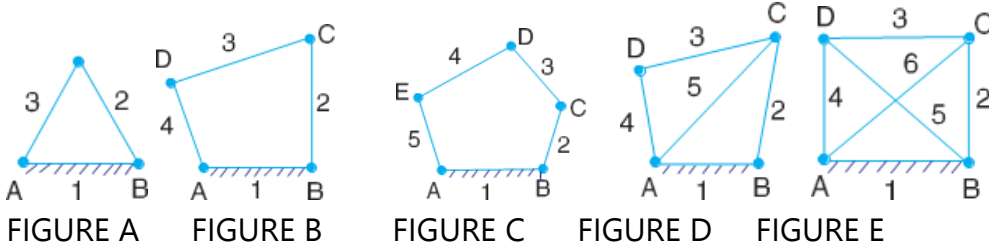


Figure 1.22

FIGURE A मध्ये दाखवलेल्या मेकॅनिझम ला तीन लिंक व तीन बायनरी जॉईंट आहेत.

$$L = 3 \text{ and } J = 3.$$

$$F = 3(3 - 1) - 2 \times 3 = 0$$

FIGURE B मध्ये दाखविलेल्या मेकॅनिझम ला चार लिंक व चार बायनरी जॉइंट्स आहेत.

$$L = 4 \text{ and } J = 4.$$

$$F = 3(4 - 1) - 2 \times 4 = 1$$

FIGURE C मध्ये दाखवलेल्या मेकॅनिझम ला पाच लिंक व पाच बायनरी जॉईंट आहेत.

$$L = 5, \text{ and } J = 5.$$

$$F = 3(5 - 1) - 2 \times 5 = 2$$

FIGURE D मध्ये दाखवलेल्या मेकॅनिझम ला पाच लिंक व सहा बायनरी जॉईंट आहेत.

$$L = 5 \text{ and } J = 6.$$

$$F = 3(5 - 1) - 2 \times 6 = 0$$

FIGURE E मध्ये दाखवलेल्या मेकॅनिझम ला सहा लिंक व आठ बायनरी जॉईंट आहेत.

$$L = 6 \text{ and } J = 8.$$

$$F = 3(6 - 1) - 2 \times 8 = -1$$

जेव्हा  $F=0$  तेव्हा अरेंजमेंट ही एक स्ट्रक्चर आहे ज्यांच्या लिंक मध्ये रिलेटिव्ह मोशन नाही.

जेव्हा  $F=1$  तेव्हा मेकॅनिझमला एक सिंगल इनपुट मोशन नी फिरवल्या जाऊ शकत म्हणजेच एक लिंक फिरवल्यावर सगळे लिंक ठराविक जागेवर हालतील.

जेव्हा  $F=2$  तेव्हा मेकॅनिझमला दोन वेगवेगळे इनपुट द्यावे लागतील जे सगळ्या लिंक ची जागा ठरवू शकेल.

जेव्हा  $F = -1$  किंवा कमी त्या चेनला रिडनडेंट कन्सेंट आहेत त्याला स्टॅटिकली इन डिटरमिनेन्ट स्ट्रक्चर असे म्हणतात.

### स्ट्रक्चर (Structure)

ही बऱ्याच (एका पेक्षा जास्त) रेजिस्टंट बॉडी म्हणजेच लिंक यांची अरेंजमेंट आहे ज्याच्यामध्ये रिलेटिव्ह मोशन होत नाही स्ट्रक्चर हे लोड सांभाळण्यासाठी बनलेले आहेत. रेल्वे ब्रिज, रूफ ट्रस, मशीन फ्रेम इथे स्ट्रक्चर दिसतात

### मशीन आणि स्ट्रक्चर मधील फरक (Difference between Machine & Structure)

मशीनचे पार्ट म्हणजे लिंक एकमेकांसोबत रिलेटिव्ह मोशन ठेवतात पण स्ट्रक्चर चे पार्ट मध्ये रिलेटिव्ह मोशन नसतो ते एक सिंगल बॉडी म्हणून वागतात.

मशीन ही उपलब्ध असलेली ऊर्जा कामामध्ये बदलते पण स्ट्रक्चर मध्ये कुठलीही ऊर्जा कामामध्ये रूपांतरण होत नाही.

मशीनचे लींक हे पावर आणि मोशन दोन्ही हस्तांतरित करतात तर स्ट्रक्चर चे मेंबर हे फक्त लोड, फोर्सेस हस्तांतरित करतात.

### मेकॅनिझम

जेव्हा कायनामॅटिक चेन मध्ये एक लिंक फिक्स केल्या जातो तेव्हा त्याला मेकॅनिझम असे म्हणता येते. मेकॅनिझम हे मोशन एका लिंक वरून दुसऱ्या लिंक वर पाठवण्यासाठी किंवा एका पद्धतीचा मोशन हा दुसऱ्या पद्धतीच्या मोशन मध्ये बदलण्यासाठी वापरण्यात येते उदाहरणार्थ इंजिन इंडिकेटर, टाईपराईटर.

### इन्वर्जन ऑफ मेकॅनिझम. ( Inversion of Mechanism)

आपण आधी चर्चा केल्या प्रमाणे जेव्हा आपण एक लिंक कायनामॅटिक चेन मध्ये जेव्हा स्थिर (fix) करतो तेव्हा आपल्याला मेकॅनिझम मिळते. जर कायनामॅटिक चेन ची वेगवेगळे लिंक वेळो वेळी स्थिर (fix) करून वेगवेगळ्या मोशन मिळवल्या तर त्याला इन्वर्जन (Inversion) असे म्हणतात.

महत्वाच्या कायनामॅटिक चेनमध्ये चार लिंक व चार पेयर्स असतात. चार पेयर्स मध्ये स्लाइडिंग पेअर किंवा टर्निंग पेअर असू शकते. चार लोवर पेअर असलेल्या कायनामॅटिक चेन या आपल्या दृष्टिकोनातून महत्वाच्या आहेत.

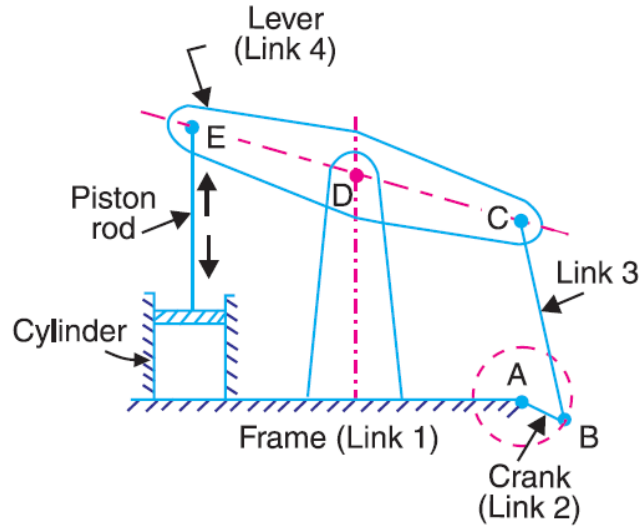
- 1) फोर बार चेन किंवा कॉड्रेटिक चेन. (Four Bar Chain)
- 2) सिंगल स्लाइडर क्रॅकचेन (Single Slider crank chain)
- 3) डबल स्लाइडर क्रॅक चेन (Double Slider crank chain)

### इन्वर्जन ऑफ फोर बार चेन किंवा कॉड्रेटिक चेन (Inversion of Four Bar Chain)

#### 1 बीम इंजिन (क्रॅक आणि लीव्हर यंत्रणा). (Beam Engine)

बीम इंजिनच्या यंत्रणेचा (ज्याला क्रॅक आणि लीव्हर यंत्रणा देखील म्हणतात) एक भाग चित्रात दाखविला आहे. या यंत्रणेत, जेव्हा क्रॅक निश्चित केंद्र A च्या भोवती फिरतो, तेव्हा लीव्हर निश्चित केंद्र D च्या भोवती हालचाल करतो. लीव्हर CDE च्या E टोकास पिस्टन रॉड जोडलेले असते जे क्रॅकच्या फिरण्यामुळे प्रत्यावर्ती हालचाल करते. दुसऱ्या शब्दांत, या यंत्रणेचा उद्देश फिरती हालचाल प्रत्यावर्ती हालचालीत रूपांतरित करणे आहे.

बीम इंजिन मेकॅनिझम हे रोटरी मोशन ला रिसिप्रोकेटिंग मोशन मध्ये बदलत FIGURET दिल्याप्रमाणे फ्रेम ही लिंक नंबर 1 असून क्रॅक ही 2 नंबर लिंक आहे. जी पूर्ण गोल फिरते (रिवोल्युशन) करते आणि ती इनपुट लिंक आहे. लिंक BC ही लिंक नंबर 3 आहे जिला कनेक्टिंग रोड असेही म्हणता येईल. लिंक नंबर 4 CDE लिंक ही पिस्टन रॉडला जोडलेली आहे. जेव्हा लिंक नंबर 2 ही एक रोटेशन पूर्ण करते त्यावेळेस लिंक नंबर 3 ही लिंक नंबर चारला डी पॉईंट च्या भोवती ऑसिलेक्ट करते त्यामुळे पॉईंट E हा खाली वरती होतो. आणि पिस्टन रॉड पिस्टन खाली वरती होतो म्हणजेच रेसीपोकेट होतो.



बीम इंजिन मेकॅनिझम

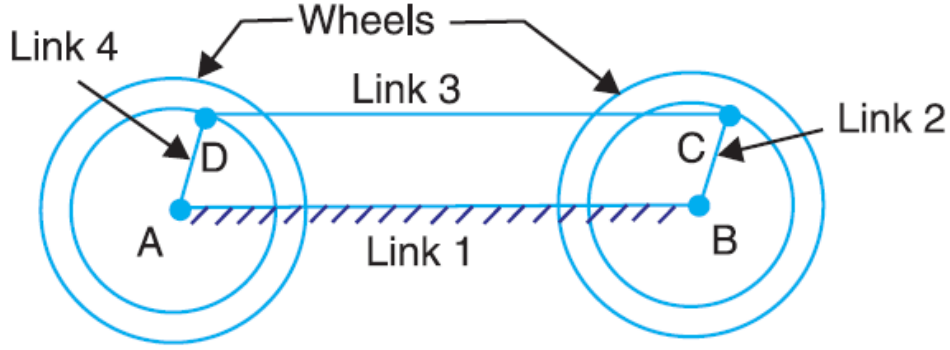
Figure 1.23

#### 4) लोकोमोटिव्हच्या कपलिंग रॉडची यंत्रणा (ज्याला डबल क्रॅक यंत्रणा देखील म्हणतात)

##### (Locomotive Coupling rod Mechanism)

ज्यामध्ये चार दुवे (Links) असतात, चित्रात दाखविली आहे. या यंत्रणेत, AD आणि BC दुवे (समान लांबीचे) क्रॅक्स म्हणून कार्य करतात आणि संबंधित चाकांना जोडलेले असतात. CD दुवा कपलिंग रॉड म्हणून कार्य करतो आणि AB दुवा निश्चित (Fixed) ठेवला जातो ज्यामुळे त्यांच्या केंद्रांदरम्यानचे स्थिर अंतर राखले जाते. या यंत्रणेचा उद्देश एक चाकाकडून दुसऱ्या चाकाकडे फिरती हालचाल हस्तांतरित करणे आहे.

कपलिंग रोड ऑफ लोकोमोटिव्ह (डबल क्रॅक मेकॅनिझम) मध्ये चार लिंक AB, BC, CD आणि DA हे आहेत हे चारही लिंक पिन जॉईंट नी एकमेकांना जोडलेले आहे कपलिंग रोड ऑफ लोकोमोटिव्ह मध्ये रोटरी मोशन रोटरी मोशन मध्ये बदलल्या जातो जसे की लिंक BC ही रोटेट (गोल फिरते) होत असेल तर ती लिंक तीनच्या सहाय्याने लिंक AD म्हणजेच लिंक नंबर चार ला रोटेट करेल. हे मेकॅनिझम एका चाका कडून रोटरी मोशन दुसऱ्या चाकाला हस्तांतरित करत.

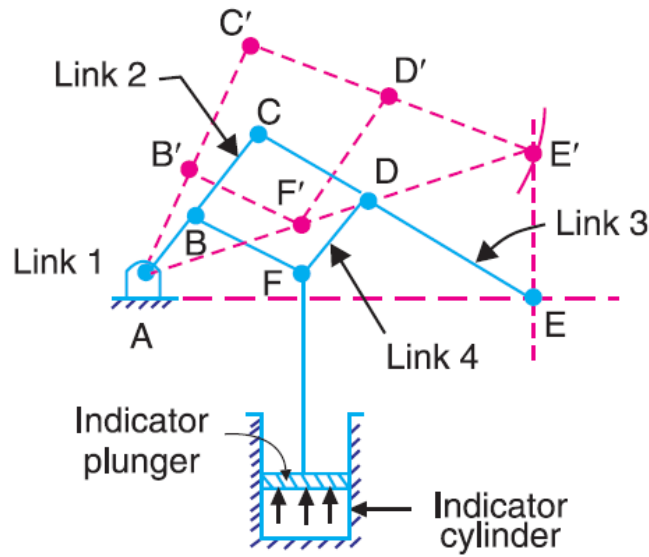


कपलिंग रोड ऑफ लोकोमोटिव्ह

Figure 1.24

##### 5) वॉटचा इंडिकेटर यंत्रणा (डबल लीव्हर यंत्रणा). (Watt's Indicator Mechanism)

वॉटचा इंडिकेटर यंत्रणा (ज्याला वॉटची सरळ रेष यंत्रणा किंवा डबल लीव्हर यंत्रणा देखील म्हणतात) ज्यामध्ये चार दुवे (Links) असतात, चित्रात दाखविल्या प्रमाणे. चार दुवे आहेत: A येथे निश्चित दुवा, दुवा AC, दुवा CE आणि दुवा BFD. लक्षात घेण्यासारखे आहे की BF आणि FD एक दुवा तयार करतात कारण या दोन भागांमध्ये एकमेकांमध्ये कोणतीही सापेक्ष हालचाल नाही. CE आणि BFD दुवे लीव्हर म्हणून कार्य करतात. BFD दुव्याचे विस्थापन थेट गॅस किंवा स्टीमच्या दाबाशी प्रमाणबद्ध असते जे इंडिकेटर प्लंजरवर कार्य करते. यंत्रणेत कोणतेही छोटे विस्थापन झाल्यास, CE दुव्याच्या टोकाला असलेले ट्रेसिंग पॉइंट E सुमारे सरळ रेष काढते.

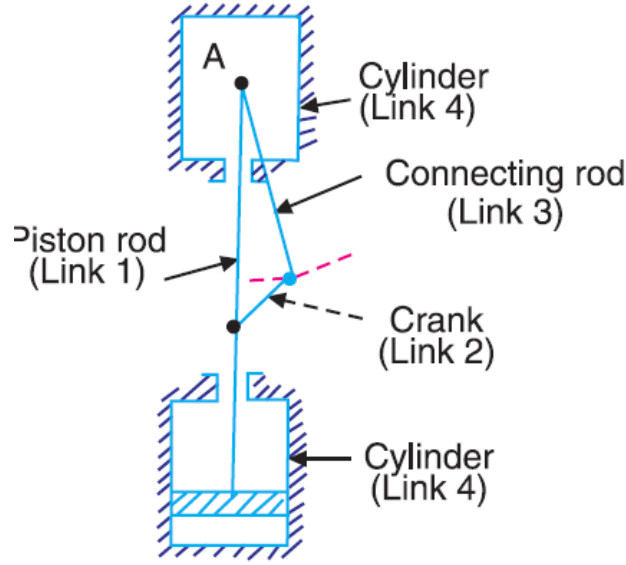


वॉटचा इंडिकेटर

Figure 1.25

## 2. सिंगल स्लायडर क्रॅक चेन (Single Slider Crank Chain)





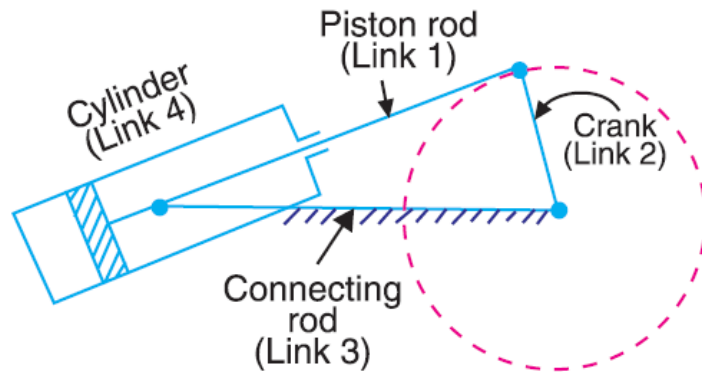
बुल इंजिन

Figure 1.27

## 2. ऑसिलेटिंग सिलेंडर इंजिन. (Oscillating Cylinder Engine)

चित्रात दाखविल्याप्रमाणे, ऑसिलेटिंग सिलेंडर इंजिन यंत्रणेची मांडणी प्रत्यावर्ती हालचालीला फिरती हालचाल मध्ये रूपांतरित करण्यासाठी वापरली जाते. या यंत्रणेत, टर्निंग पेअर तयार करणारा दुवा 3 निश्चित केला जातो. दुवा 3 प्रत्यावर्ती (Reciprocating) स्टीम इंजिन यंत्रणेच्या कनेक्टिंग रॉडशी संबंधित आहे. जेव्हा क्रॅक (दुवा 2) फिरतो, तेव्हा पिस्टन रॉडला जोडलेला पिस्टन (दुवा 1) प्रत्यावर्ती हालचाल करतो आणि सिलेंडर (दुवा 4) निश्चित दुव्याला A येथे जोडलेल्या पिनभोवती हालचाल करतो.

ऑसिलेटिंग सिलेंडर इंजिनमध्ये, दुवा 4 सिलेंडरच्या रूपात तयार केला जातो आणि एक पिस्टन दुव्याच्या शेवटी जोडला जातो. पिस्टन सिलेंडरच्या आत प्रत्यावर्ती हालचाल करतो आणि निश्चित दुवा 3 देण्यात येतो. ह्या व्यवस्थेला ऑसिलेटिंग सिलेंडर इंजिन म्हणतात ज्यात पिस्टन ऑसिलेटिंग सिलेंडरमध्ये प्रत्यावर्ती हालचाल करतो आणि क्रॅक फिरतो.



ऑसिलेटिंग सिलेंडर इंजिन

Figure 1.28

### 3. रोटरी आंतरदहन इंजिन किंवा ग्रोम इंजिन. (Rotary Internal combustion engine)

पूर्वीच्या काळी, विमान वाहतुकीत रोटरी आंतरदहन इंजिनांचा वापर केला जात असे. परंतु आता त्याऐवजी गॅस टर्बाइनचा वापर केला जातो. यात एका पातळीत सात सिलेंडर असतात आणि ते सर्व निश्चित केंद्र D च्या भोवती फिरतात, चित्रात दाखविल्याप्रमाणे, तर क्रॅक (दुवा 2) निश्चित असतो. या यंत्रणेत, जेव्हा कनेक्टिंग रॉड (दुवा 4) फिरतो आणि पिस्टन (दुवा 3) सिलेंडरच्या (दुवा 1) आत प्रत्यावर्ती हालचाल करतो.

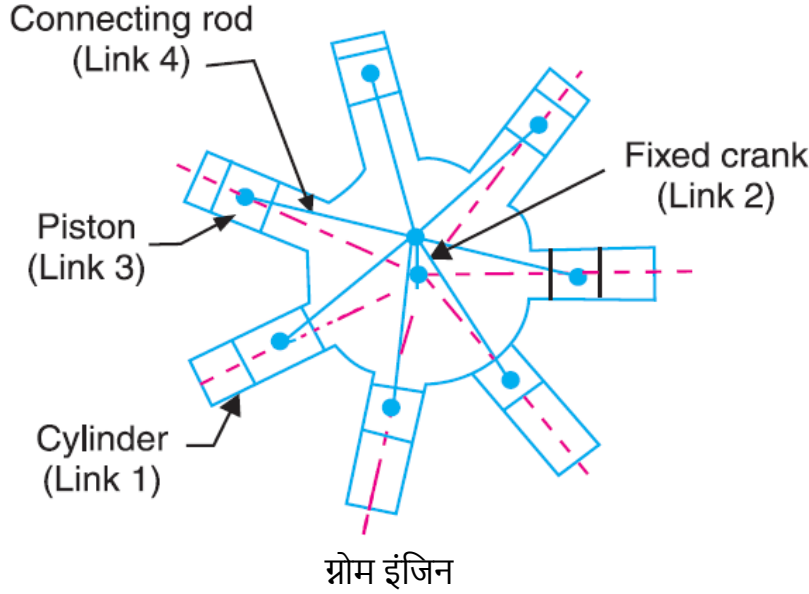
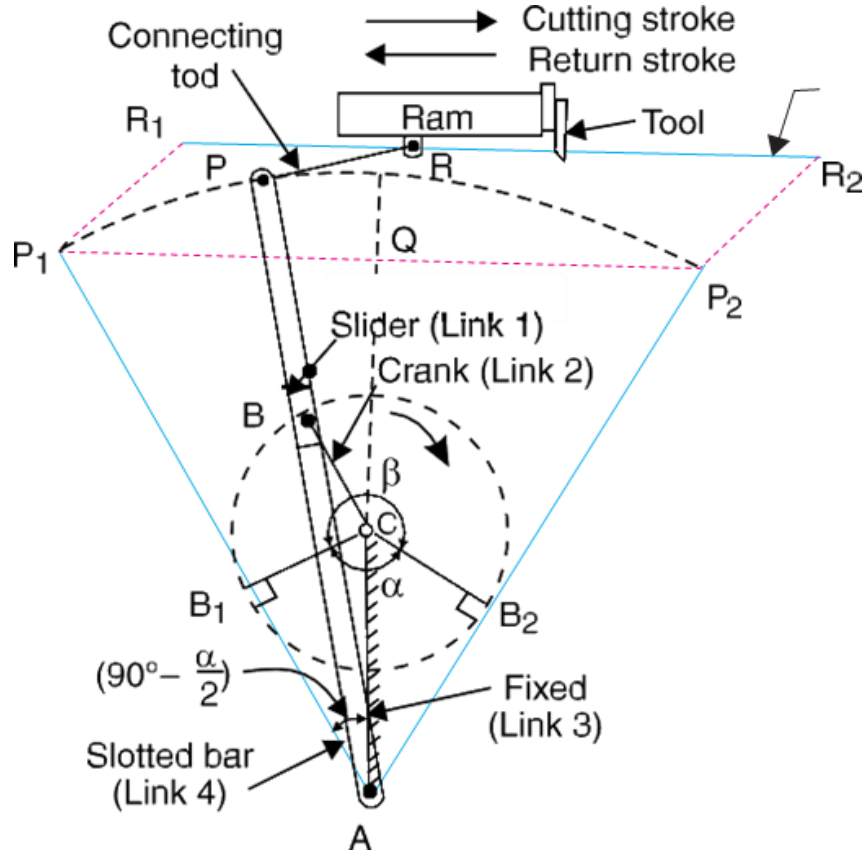


Figure 1.29

### 4. क्रॅक आणि स्लॉटेड लिंकर क्लिक रीटर्न-देण्याची यंत्रणा. (क्रॅक अँड स्लॉटेड लिंकर क्लिक रीटर्न मोशन मेकॅनिझम)

ही यंत्रणा मुख्यतः शेपिंग मशीन्स, स्लॉटिंग मशीन्स आणि रोटरी आंतरदहन इंजिन्समध्ये वापरली जाते. या यंत्रणेत, टर्निंग पेअर तयार करणारा दुवा AC (अर्थात दुवा 3) निश्चित असतो, ज्यामध्ये दाखविले आहे. दुवा 3 प्रत्यावर्ती स्टीम इंजिनच्या कनेक्टिंग रॉडशी संबंधित आहे. ड्रायव्हिंग क्रॅक CB निश्चित केंद्र C च्या भोवती समांतर गोलाकार जाते. B येथे क्रॅक पिनसोबत जोडलेला स्लाइडिंग ब्लॉक एपीसोबत लांबचालतो आणि अशी AP जोडलेली अंदर बाहेर A बदल हालचाल करते. एक लहान दुवा PR अंदर AP पासून चलन देतो ज्याने रॅमला मोशन आणि वस्तु घेऊन स्ट्रोकच्या पंक्ती  $R_1R_2$  वर प्रत्यावर्ती हालचाल करते. रॅमचा स्ट्रोकचा पंक्ती  $R_1R_2$  (अर्थात  $R_1R_2$ ) AC प्रमुख केलेल्या.

अशा स्थिति,  $AP_1$  आणि  $AP_2$  वर्तुळाच्या परिधाला लागतात आणि कटिंग टूल हालचालच्या शेवटी आहे. फॉरवर्ड किंवा कटिंग हालचाल क्रॅक  $CB_1$  पासून  $CB_2$  (किंवा एक दिशेने  $\beta$  कोणांमध्ये) मध्ये घडतो जेव्हा क्रॅक घडवणार C ला संघटनारी दिशेने फिरतो. परत हालचाल क्रॅक  $CB_2$  पासून  $CB_1$  (किंवा कोण आल्फा मध्ये) मध्ये घडतो जेव्हा क्रॅक घडवणार C ला संघटनारी दिशेने. कारण क्रॅकची यावर्ती कोणवेगाची आहे.

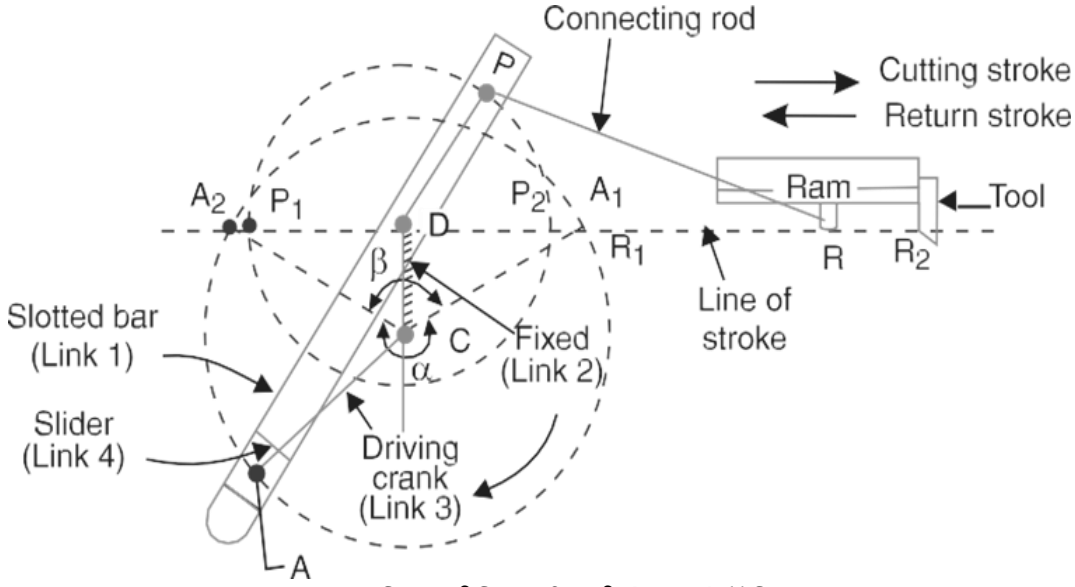


क्रांक अँड स्लॉटेड लिंकर क्लिक रिटर्न मोशन मेकॅनिझम

Figure 1.30

##### 5. विथवर्थ क्लिक रीटर्न हालचाल-देण्याची यंत्रणा (विथवर्थ क्लिक रिटर्न मोशन मेकॅनिझम )

ही यंत्रणा मुख्यतः शेपिंग आणि स्लॉटिंग मशीन्समध्ये वापरली जाते. या यंत्रणेत, टर्निंग पेअर तयार करणारा दुवा CD (दुवा 2) निश्चित असतो, ज्यामध्ये दाखविले आहे. दुवा 2 प्रत्यावर्ती स्टीम इंजिनमध्ये एक क्रॅकसमवेत असतो. ड्रायव्हिंग क्रॅक CA (दुवा 3) समांतर गोलाकार वेगवेगळ्या जाते. A येथे क्रॅक पिनसोबत जोडलेला स्लाइडर (दुवा 4) लांब चालतो आणि पिक्चोटेड पॉईंट D वर अंदरचा बार PA (दुवा 1) झोळतो. कनेक्टिंग रॉड PR रॅम R ची घेतो ज्यावर कटिंग टूल जोडला आहे. उपकरणाची हालचाल निश्चित असलेल्या लाइन RD निर्मित करते, अर्थात D वर मागच्या समांतर CD पार करत असलेली लाइन. जेव्हा ड्रायव्हिंग क्रॅक CA पोजिशन CA1 पासून CA2 पासून (किंवा दुवा DP DP1 पासून DP2 पासून) एक कोनामध्ये  $\alpha$  कोणात हालचाल करतो तेव्हा उपकरण हा त्याच्या बाह्याकडील अंतात जातो. आता क्रॅक CA2 पोजिशन CA1 पासून (किंवा दुवा DP DP2 पासून DP1 पासून)  $\alpha$  कोणात हालचाल करतो तेव्हा उपकरण हा त्याच्या बाह्याकडील अंतात जातो.



विथवर्थ क्रिक रिटर्न मोशन मेकॅनिझम

Figure 1.31

### 3. डबल स्लाइडर क्रँक चेन (Double Slider Crank Chain)

एका कायनेमेटिक चेनमध्ये जो दोन वळणी (Turning) पेअर्स आणि दोन स्लाइडिंग पेअर्स (Sliding Pair) असतो, त्याला डबल स्लाइडर क्रँक चेन म्हणतात. ह्या विषयाच्या दृष्टिकोनातून डबल स्लाइडर क्रँक चेनच्या खास तीन इनवर्शन्स आहेत

#### एलिप्टिकल ट्रॅमेल्स (Elliptical Trammel)

ही एक उपकरण आहे ज्याचा वापर अव्याकृत (Elliptical) आकारांचे आणि संकलनांच्या कामात घेतला जातो. ती इनवर्शन एका असते ज्यामध्ये तयार केलेला स्लॉटेड प्लेट मध्ये (दुवा 4) बंद करण्यात येते, जसे की चित्रात दाखवले आहे. बंद प्लेट किंवा दुवा 4 त्यात दोन सरळ खाचा असतात, ज्यांची एकमुळ्या दुसऱ्यावर ठोकण्यात येतात. दुवा 1 आणि दुवा 3, स्लाइडर्स म्हणतात आणि यामध्ये दुवा 4 सह स्लाइडिंग पेअर्स बनवतात. दुवा AB (दुवा 2) एक बार आहे जो कनेक्टिंग पेअर्स बनवतो आणि दुवांच्यासह पेअर्स करतो.

हे एक उपकरण आहे ज्याचा वापर इलिप्स रेखाटण्यासाठी किंवा इलिप्स तयार करण्यासाठी वापरण्यात येते. एलिप्टिकल ट्रॅमल हे इन्वर्जन लिंक नंबर 4 ला फिक्स करून मिळवता येते. लिंक नंबर 4 ही एक खाचे असलेली प्लेट आहे. ज्याला दोन 90 अंशांमध्ये खाचे आहेत. FIGUREत दाखविल्याप्रमाणे लिंक नंबर तीन व लिंक नंबर एक हे दोन स्लाइडर आहेत जे या 90 डिग्री खाच्यांमध्ये एकमेकाला 90 डिग्री नि फिरत असतात म्हणजेच स्लाइडर तीन हा उभा खाच्यात फिरत असेल तर स्लाइडर नंबर एक हा आडवा खाच्यात फिरत असेल. दोन स्लाइडर्स जे लिंक नंबर 3 व 1 हे एका रिजीट लिंकला (लिंक नंबर 2) दोन्ही पिन जॉईंटच्या साह्याने जोडलेले आहेत. लिंक नंबर दोन वरील पॉईंट पी हा फिलिप्स रेखाटतो जेव्हा आपण स्लाइडर A ला खाच्यामध्ये ढकलतो किंवा स्लाइडर B ला खाच्यामध्ये ढकलतो किंवा प्लेटला गोल फिरवितो.

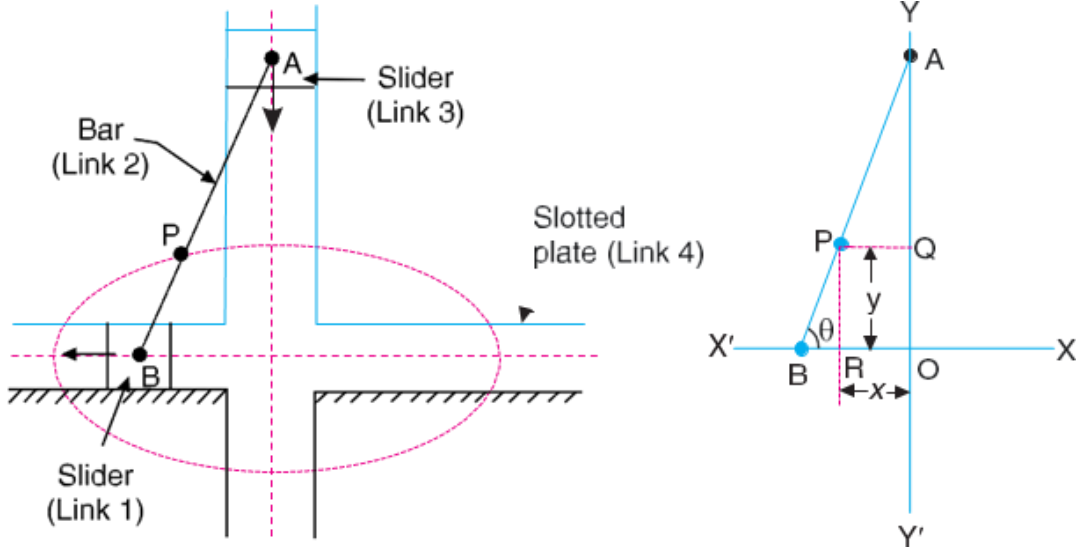
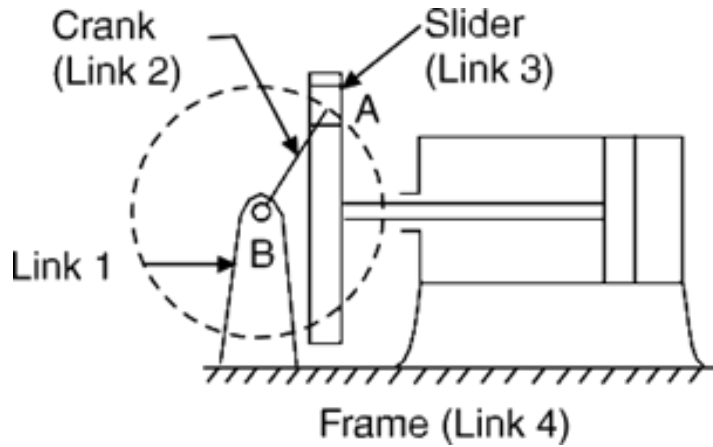


Figure 1.32

## 2. स्कॉचयोक मेकॅनिझम. (Scotch Yoke mechanism)

स्कॉचयोक मेकॅनिझम हे रोटरी मोशन ला रिसिप्रोकेटिंग मोशन मध्ये बदलण्यास वापरण्यात येते. FIGUREत दाखविल्याप्रमाणे लिंक 1 हा फिक्स असून लिंक 2 ही क्रॅक आहे जी लिंक 1, आणि लिंक 3 ला पिन जॉईंट ने जोडलेली आहे. लिंक 2 ही लिंक नंबर 3 म्हणजे स्लाइडर ला पिन जॉईंट ने जोडलेली आहे. लिंक नंबर 4 ला एक खाच असून त्यात लिंक नंबर तीन हा रिसिप्रोकेट होऊ शकतो. ज्यावेळेस लिंक नंबर 3 रिसिप्रोकेट होतो तेव्हा लिंक नंबर चार हा फिक्स (लिंक नंबर 1) वरती रिसिप्रोकेट होतो.



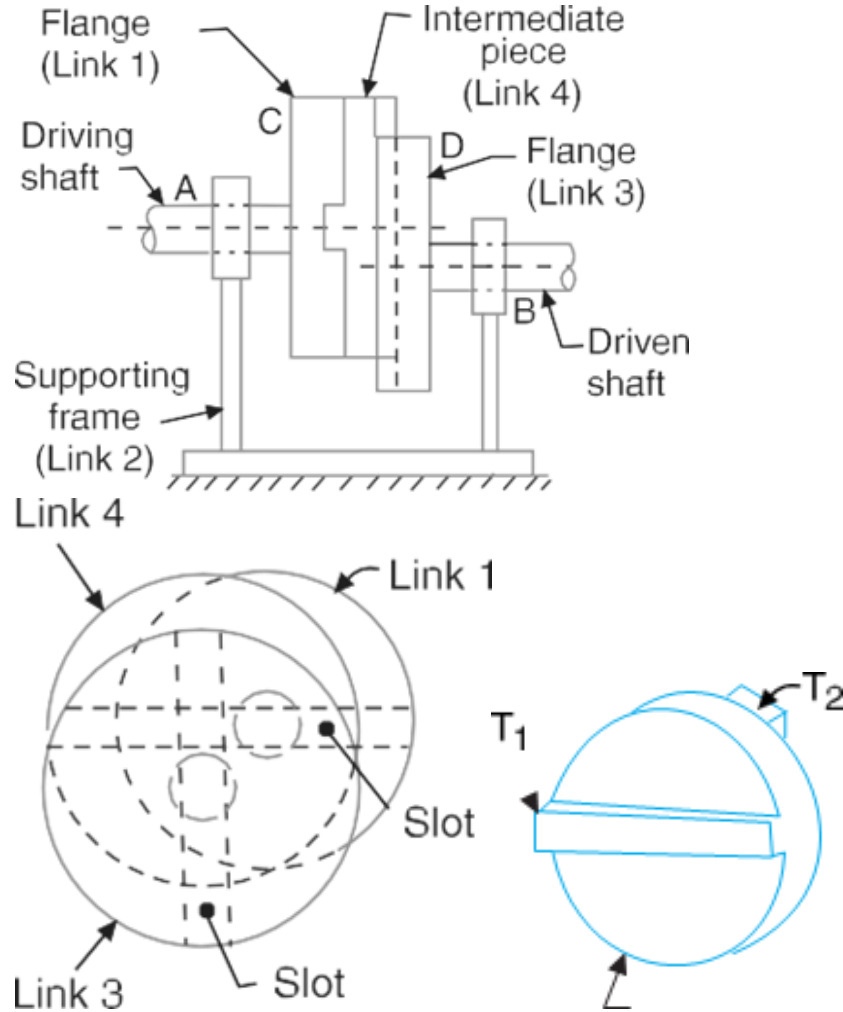
स्कॉचयोक मेकॅनिझम

FIGURE 1.33

## ओल्डहॅम कपलिंग (Oldham's Coupling)

ओल्डहॅम कपलिंग दोन समांतर शाफ्ट यांना जोडण्यासाठी वापरले जाते ज्यांचे अक्ष (axis) एकमेकांपासून थोड्या अंतरावर असतात. शाफ्ट्स अशा प्रकारे जोडले जातात की जर एक शाफ्ट फिरला तर दुसरा शाफ्ट देखील त्याच गतीने फिरतो. ही प्रक्रिया लिंक 2 स्थिर करून साध्य केले जाते, जसे की चित्रात दाखवले आहे. जोडण्याचे शाफ्ट त्यांच्या शेवटच्या बाजूला दोन फ्लॅज्स (लिंक 1 आणि लिंक 3) आहेत, जे फोर्जिंगद्वारे घट्टपणे जोडलेले असतात. लिंक 1 आणि लिंक 3 लिंक 2 सोबत टर्निंग पेअर तयार करतात. या फ्लॅज्सच्या आतील बाजूंवर दोन्याच्या स्लॉट्स कापलेल्या असतात, जसे की चित्र (b) मध्ये दाखवले आहे. मध्यवर्ती तुकडा (लिंक 4) जो एक गोलाकार डिस्क आहे, त्याच्या प्रत्येक बाजूला T1 आणि

T2 असे दोन जीभ (म्हणजेच दोन्याच्या प्रोजेक्शन्स) आहेत, जे एकमेकांच्या 90 अंशाच्या कोनात असतात, जसे की चित्र (c) मध्ये दाखवले आहे. लिंक 4 वरील जीभा फ्लॅंजेसमधील स्लॉट्समध्ये घट्ट बसतात. लिंक 4 फ्लॅंजेसमधील स्लॉट्समध्ये स्लाइड किंवा रेसिप्रोकेट करू शकते.



ओल्डहॅम कपलिंग

Figure 1.34

### प्रश्नसंच

1. Define ' Kinematic Chain and Kinematic Pair
2. List two characteristics of kinematic Chain
3. Name ant two example of Rigid Link
4. Name any two examples of Flexible Link
5. Classify Kinematic Pairs
6. Define term- structure, Machine and Mechanism
7. Identify following kinematic chain
8. Draw mechanism of following
  - a) बीम इंजिन (क्रॅक आणि लीव्हर यंत्रणा)
  - b) लोकोमोटिव्हचा कपलिंग रॉड (डबल क्रॅक यंत्रणा)
  - c) वॉट्स इंडिकेटर यंत्रणा (डबल लीव्हर यंत्रणा)

- d) सिंगल स्लायडर क्रँक चेन
- e) पेंडुलम पंप किंवा बुल इंजिन
- f) ऑस्सिलेटिंग सिलेंडर इंजिन
- g) रोटरी अंतर्गत दहन इंजिन किंवा ग्नोम इंजिन
- h) क्रँक आणि स्लॉटेड लीव्हर क्लिक रिटर्न मोशन यंत्रणा
- i) व्हिटवर्थ क्लिक रिटर्न मोशन यंत्रणा
- j) अंडाकृती ट्रॅमल्स
- k) स्क्रॉच योक यंत्रणा
- l) ओल्डहॅम्स कपलिंग

## Unit 2 यंत्रणामधील वेग आणि प्रवेग

### Velocity and Acceleration of Mechanism

**विषय निष्पत्ती :** दिलेल्या यंत्रणेसाठी वेग आणि प्रवेग निश्चित करा (Determine velocity and acceleration for given mechanism.)

**घटक निष्पत्ती**

**TLO 2.1:** मेकॅनिझमचे वेग आणि प्रवेग यांचे वर्णन करा (Describe velocity and acceleration in mechanism.)

**TLO2.2:** दिलेल्या यंत्रणेसाठी वेग आणि प्रवेग आकृती काढा (Draw velocity and acceleration diagram/polygon by relative velocity/Klein's construction method following standard procedure.)

**TLO2.3:** दिलेल्या यंत्रणेतील दुव्यांचा लिनिअर व कोनीय वेग निश्चित करा (Determine linear and angular velocity of links in the given mechanism.)

**TLO 2.4:** दिलेल्या यंत्रणेतील दुव्यांचा लिनिअर व कोनीय प्रवेग निश्चित करा (Determine linear and angular acceleration of links in the given mechanism.)

मागील विषयामध्ये आम्ही व्यवहारात वापरल्या जाणाऱ्या काही यंत्रणांचा अभ्यास केला आहे, आम्ही एक यंत्रसामग्री एक कायनेमेटिक साखळी (Kinematic Chain) म्हणून परिभाषित केली आहे ज्यामध्ये एक दुवा निश्चित केला आहे. जेव्हा एखाद्या यंत्रणेतील ड्रायव्हिंग लिंकला गती दिली जाते, तेव्हा चाललेली लिंक पूर्णपणे किंवा यशस्वीरित्या प्रतिबंधित गतीच्या स्वरूपात बंद वक्र बाजूने फिरते. या धड्यात आपण एका यंत्रणेतील वेगवेगळ्या दुव्यांचा वेग आणि प्रवेग शोधण्याच्या पद्धतींचा अभ्यास करू.

#### 1) रेखीय वेग: (Linear Velocity)

वेळेच्या (dt) संदर्भात रेखीय विस्थापन (dx) च्या बदलाचा दर म्हणून त्याची व्याख्या केली जाते.

$$V = \frac{dx}{dt} \text{ m/sec}$$

**2) कोनीय वेग: (Angular Velocity)**-वेळेच्या संदर्भात कोनीय विस्थापनाच्या बदलाचा दर म्हणून त्याची व्याख्या केली जाते.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ rad/sec}$$

Where,

$\theta$  = बॉडीचे किंवा एखाद्या वस्तूचे कोनीय विस्थापन.

t = विस्थापनाची वेळ.

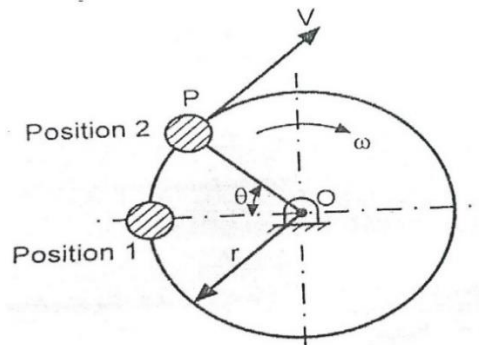


Figure 2.1 कोनात्मक गती

3) **परिपूर्ण वेग: (Absolute Velocity)** - स्थिर बिंदूच्या संदर्भात कायनेमेटिक लिंकवरील कोणत्याही बिंदूचा वेग म्हणून त्याची व्याख्या केली जाते.  
उदाहरण, बिंदू 'A' w.r.t चा वेग. बिंदू 'O'.

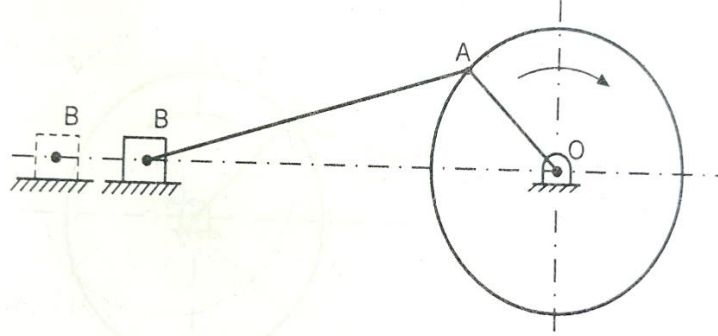


Figure 2.2 A बिंदूचा निरपेक्ष आणि सापेक्ष वेग

4) **सापेक्ष वेग (Relative Velocity):** एकाच दुव्यावरील इतर बिंदूच्या संदर्भात किनेमेटिक लिंकवरील कोणत्याही बिंदूचा वेग असे परिभाषित केले जाते जसे की दोन्ही बिंदू गतीमध्ये आहेत.

उदाहरण, बिंदू B w.r.t चा वेग. A. म्हणजे  $V_{B/A}$

## 2.2 रेखीय (लिनिअर) आणि कोनीय वेग यांच्यातील परस्पर संबंध

$$V = r \omega$$

येथे,

$V$  = रेखीय वेग m/sec मध्ये

$r$  = रोटेशनची त्रिज्या मीटर मध्ये

$\omega$  = कोनीय वेग rad/sec

## 2.3 व्हेक्टर म्हणून रेखीय वेगाचे प्रतिनिधित्व

Figure मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे वेग प्रमाण म्हणून ते परिमाण आणि दिशा दोन्हीमध्ये व्हेक्टर म्हणून दर्शविले जाते.

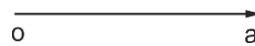


Figure.2.3

सरळ रेषा oa 'a' w.r.t 'o' ( $V_{A/O}$ ) चा वेग दर्शवते जसे की

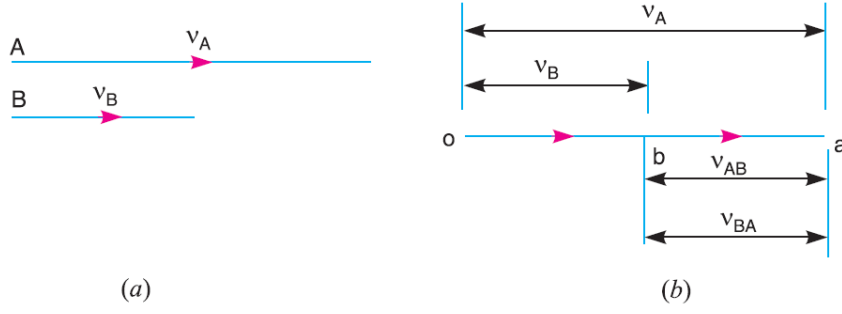
1) लांबी 'oa' वेगाची विशालता (Magnitude) दर्शवते.

2) बाणाचे डोके वेगाची दिशा दाखवते.

2.4 **सरळ रेषेत हलणाऱ्या दोन बॉडीचा सापेक्ष वेग** - खाली दिलेल्या FIGUREत दाखवल्याप्रमाणे समांतर रेषा आणि कलते रेषांसह (Inclined Line) फिरणाऱ्या दोन बॉडीच्या सापेक्ष वेगासाठी व्हेक्टरच्या वापराबाबत आपण येथे चर्चा करू. 2.4 (a) आणि 2.5 (a) अनुक्रमे.

दोन बॉडी A आणि B समांतर रेषांसह निरपेक्ष वेग  $V_A$  आणि  $V_B$  अशा  $V_A > V_B$  सह एकाच दिशेने फिरतात, खाली FIGUREत दर्शविल्याप्रमाणे B च्या संदर्भात A चा सापेक्ष वेग,

$V_{AB} = V_A$  आणि  $V_B = V_A - V_B$  ... (i) मधील व्हेक्टरचे फरक



Relative velocity of two bodies moves along parallel lines.

Figure.2.4

FIGUREवरून. (b), B च्या संदर्भात A चा सापेक्ष वेग (म्हणजे  $v_{AB}$ ) व्हेक्टरचे स्वरूपात खालीलप्रमाणे लिहिला जाऊ शकतो:

$$ba = oa - ob$$

त्याचप्रमाणे, A च्या संदर्भात B चा सापेक्ष वेग,

$$v_{BA} = \text{Vector difference of } V_B \text{ and } v_A = v_B - v_A \dots(ii)$$

किंवा

$$ab = ob - oa$$

आता FIGUREत (a) दाखवल्याप्रमाणे B बॉडी झुकलेल्या दिशेने फिरत आहे याचा विचार करा.. B च्या संदर्भात A चा सापेक्ष वेग वेगाच्या समांतरभुज चौकोनाच्या नियमाने किंवा वेगाच्या त्रिकोण नियमाने मिळू शकतो. कोणताही निश्चित बिंदू o घ्या आणि  $v_A$  चे परिमाण आणि दिशा काही योग्य प्रमाणात दर्शवण्यासाठी व्हेक्टर  $oa$  काढा.

त्याचप्रमाणे,  $v_B$  चे परिमाण A मध्ये आणि त्याच स्केलची दिशा दर्शवण्यासाठी व्हेक्टर  $ob$  काढा. नंतर FIGUREत (b) दाखवल्याप्रमाणे व्हेक्टर  $ba$  हा B च्या संदर्भात A चा सापेक्ष वेग दर्शवतो. वर चर्चा केल्याप्रमाणे, B च्या संदर्भात A चा सापेक्ष वेग,

$$v_{AB} = \text{Vector difference of } v_A \text{ and } v_B = v_A - v_B$$

$$\text{or } ba = oa - ob$$

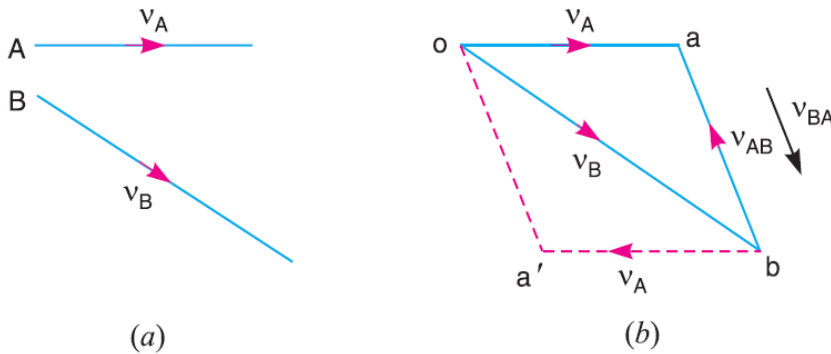


Fig.2.5

त्याचप्रमाणे, A च्या संदर्भात B चा सापेक्ष वेग,

$$v_{BA} = v_B \text{ आणि } v_A \text{ चे व्हेक्टरचे फरक} = v_B - v_A$$

$$\text{Or } ab = ob - oa$$

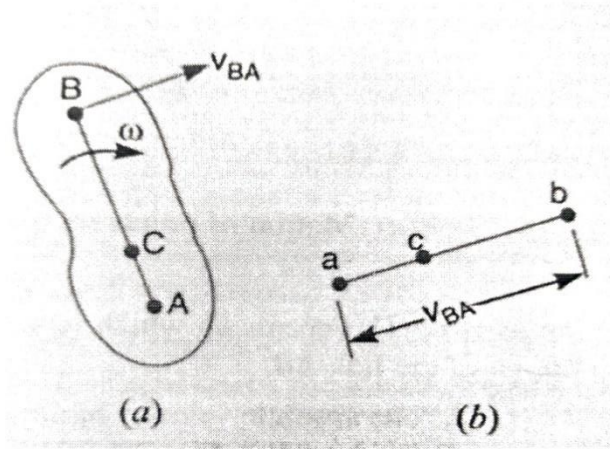
वरून, आम्ही असा निष्कर्ष काढतो की B ( $v_{AB}$ ) आणि बिंदू A चा सापेक्ष वेग तसेच

बिंदू B चा सापेक्ष वेग आणि A ( $V_{BA}$ ) सह परिमाणात समान आहे परंतु दिशेने उलट आहे, म्हणजे.

$$V_{AB} = -V_{BA} \text{ or } ba = -ab$$

टीप: हे लक्षात घेतले जाऊ शकते की  $V_{AB}$  शोधण्यासाठी, बिंदू b पासून a च्या दिशेने आणि  $V_{BA}$  साठी, बिंदू a पासून b च्या दिशेने सुरू करा.

**2.5 लिंकची हालचाल** - Figure (a) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे कठोर(रिजीड) लिंक AB वरील A आणि B चे दोन बिंदू विचारात घ्या. A ते B हे अंतर सारखेच राहिल्याने, AB रेषेसह A आणि B मध्ये कोणतीही सापेक्ष गती असू शकत नाही. त्यामुळे हे स्पष्ट आहे की A च्या संदर्भात B ची सापेक्ष गती AB ला लंब असावी.



**Figure.2.6**

**लिंकची हालचाल** - त्यामुळे त्याच लिंकवरील दुस-या बिंदूच्या संदर्भात लिंकवरील कोणत्याही बिंदूचा वेग हा कॉन्फिगरेशन (किंवा स्पेस) Figureवरील या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषेला नेहमी लंब असतो.

A (म्हणजे  $V_{BA}$ ) च्या संदर्भात B चा सापेक्ष वेग सदिश ab द्वारे दर्शविला जातो आणि Figure 2.4 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे AB रेषेला लंब असतो.

$\omega$  = A बदल AB लिंकचा कोनीय वेग.

आपल्याला माहित आहे की A च्या संदर्भात B बिंदूचा वेग,

$$V_{BA} = \overline{ab} = \omega \cdot AB \quad \dots (i)$$

त्याचप्रमाणे, A च्या संदर्भात AB वरील कोणत्याही बिंदू C चा वेग,

$$V_{CA} = \overline{ac} = \omega \cdot AC \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) आणि (ii) पासून,

$$\frac{V_{CA}}{V_{BA}} = \frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} = \frac{\omega \cdot AC}{\omega \cdot AB} = \frac{AC}{AB} \quad \dots (iii)$$

अशाप्रकारे, आपण समीकरण (iii) वरून पाहतो की सदिश ab वरील बिंदू c त्याला त्याच गुणोत्तराने विभाजित करतो ज्या प्रमाणात C लिंकला AB विभाजित करतो.

## 2.6 रिलेटिव्ह व्हेलोसिटी ( सापेक्ष वेग) पद्धतीद्वारे वेगाचे विश्लेषण

या पद्धतीमध्ये मेकॅनिझम एका रेषा Figureद्वारे दर्शविली जाते ज्याचे लिंक(Links) सरळ रेषांनी दाखवले जातात ज्याला कॉन्फिगरेशन Figure म्हणतात. या कॉन्फिगरेशन Figureचा वापर करून, आपण वेग Figure काढू शकतो ज्याला वेग Figure म्हणतात. वेग Figureचा वापर करून आपण दिलेल्या यंत्रणेसाठी कोणत्याही लिंक(Links) वेग शोधू शकतो.

### सापेक्ष वेग पद्धतीचे अनुप्रयोग

आता, आपण खालील उदाहरणांच्या मदतीने मेकॅनिझममधील विविध लिंक्सचा वेग निश्चित करण्यासाठी सापेक्ष वेग पद्धतीच्या संकल्पनेच्या वापरावर चर्चा करू.

### दिलेल्या यंत्रणेतील विविध लिंक्सचा वेग निश्चित करण्यासाठी पायऱ्या.

- 1) योग्य प्रमाणात निवडून दिलेल्या यंत्रणेच्या परिमाणांनुसार कॉन्फिगरेशन Figure काढा.
- 2) ड्रायव्हिंग (इनपुट) लिंकचा वेग मोजा.
- 3) वेग Figureवरील संबंधित बिंदूवरून प्रत्येक लिंकच्या लंब दिशेने सापेक्ष वेग व्हेक्टर (एक एक करून) काढा.
- 4) सापेक्ष वेग पद्धतीद्वारे दिलेल्या यंत्रणेसाठी वेग Figure पूर्ण करा.
- 5) वेग Figureवरून संबंधित वेक्टर्सचे मोजमाप करून विविध लिंक्सचा वेग शोधा.

$$V_{\text{link}} = \omega_{\text{link}} \times \text{length of link}$$

$$\omega_{\text{link}} = \frac{2\pi N}{60}$$

Where,

$V$  = मध्ये लिंकचा रेखीय वेग m/sec

$\omega$  = मध्ये लिंकचा कोनीय वेग rad/sec

खालील उदाहरणे एका साध्या कार्यपद्धतीमध्ये लिंक्सचा रेखीय आणि कोनीय वेग निर्धारित करण्याच्या तपशीलवार प्रक्रियेचे स्पष्टीकरण देतात.

### सोडवलेली उदाहरणे

#### उदाहरण : 1

A four bar chain mechanism ABCD with following dimensions is shown in Figure 2.7. The crank AB will rotate at 600 rpm in clockwise direction drives it. The link AC fixed. Find the absolute velocity of point C and angle velocity of links CB and CD.

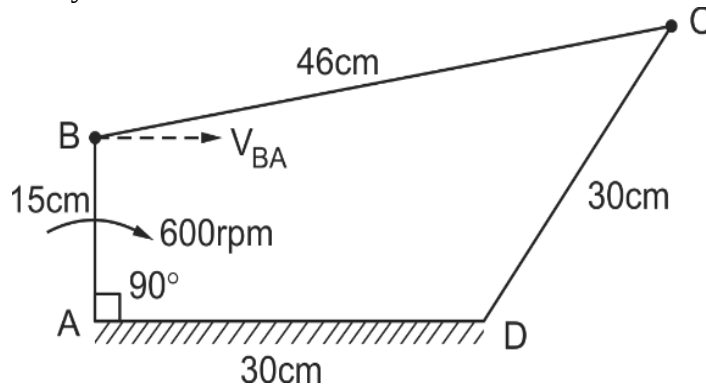


Figure.2.7

#### स्टेप 1 :

Figure 2.8 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे योग्य प्रमाणात दिलेल्या यंत्रणेच्या परिमाणांनुसार कॉन्फिगरेशन Figure काढा.

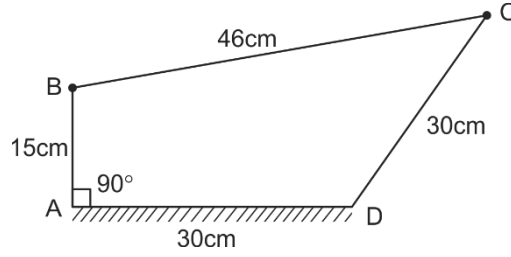


Figure.2.8

**स्टेप 2 :**

ड्रायव्हिंग इनपुट लिंक AB च्या वेगाची गणना करा.

क्रॅक AB चा वेग,  $N = 600 \text{ rpm}$ . (घड्याळाच्या दिशेने)

$$\therefore \omega_{BA} = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 600}{60} = 20 \pi \text{ rad/sec}$$

क्रॅक AB चा वेग आहे

$$V_{BA} = \omega_{BA} \times \text{length BA} = 20 \pi \times 15 = 942.5 \text{ cm/s}$$

**स्टेप 3 :**

सापेक्ष वेग पद्धतीद्वारे दिलेल्या यंत्रणेसाठी वेग Figure काढा.

1) लिंक AD निश्चित असल्याने, A आणि D बिंदूंचा वेग शून्य आहे. वेग Figure मध्ये बिंदू 'o' द्वारे ते पुन्हा मुद्रित करू द्या

2)  $V_{BA} = 942.5 \text{ cm/s}$  हे BA ला जोडण्यासाठी लंब दिशेने असेल आणि ते सदिश ab द्वारे दर्शविले जाईल.

वेग Figure मध्ये, काही निवडलेल्या स्केलवर व्हेक्टर  $\vec{ab} = 942.5 \text{ cm/s}$  काढा,  $1 \text{ cm} = 250 \text{ cm/s}$  म्हणा. Figure 2.9 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे. म्हणून व्हेक्टर  $ab = 3.77$  सेमी काढा.

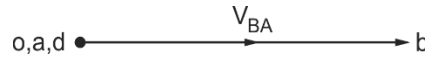


Figure.2.9

3) आता बिंदू 'c' हा वेग Figure वर स्थित आहे. वेग,  $V_{CB} = \vec{bc}$  फक्त दिशेने ओळखले जाते. ते BC ला जोडण्यासाठी लंब आहे. म्हणून, बिंदू 'b' वरून Figure 2.10 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे वेग Figure मध्ये BC ला जोडण्यासाठी लंब दिशेने एक रेषा काढा.



Figure. 2.10

(4) त्याचप्रमाणे,  $V_{CD} = \vec{dc}$  केवळ दिशानिर्देशानुसार ओळखले जाते. बिंदू 'd' वरून CD ला जोडणे लंब आहे, वेग Figure मध्ये CD ला जोडण्यासाठी लंब रेषा काढा जी Figure 2.10 (i) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे BC ला बिंदू 'c' वर जोडण्यासाठी लंब रेखा कापते.

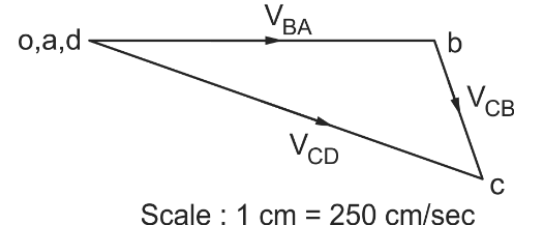
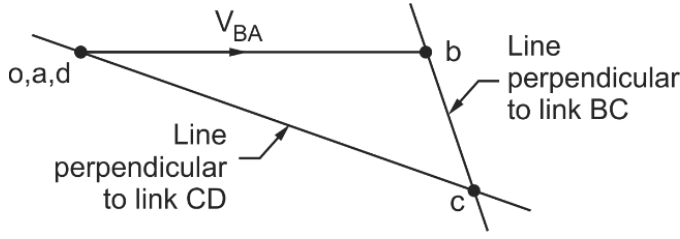


Figure.2.11

(5) पूर्ण वेग Figure Figure 2.11 (ii) मध्ये दर्शविली आहे. ज्यामध्ये व्हेक्टर  $\vec{bc}$   $V_{CB}$  चे प्रतिनिधित्व करतो आणि व्हेक्टर  $\vec{dc}$   $V_{CD}$  चे प्रतिनिधित्व करतो

#### स्टेप 4 :

वेग Figureवरून संबंधित व्हेक्टर चे मोजमाप करून विविध लिंक्सचा वेग शोधा.

#### मोजमाप करून :

बिंदू C चा पूर्ण वेग आहे,  $V_C = \vec{ac} \text{ or } \vec{dc}$

वेग Figureवर व्हेक्टर  $\vec{ac}$  किंवा  $\vec{dc}$  ची लांबी = 5.1cm/s आढळते

बिंदू C चा पूर्ण वेग = 5.1cm/s \* 250 (स्केल) = **1275 cm/s ... उत्तर.**

CB चा कोनीय वेग आहे,

$$\begin{aligned} \therefore \omega_{CB} &= \frac{\vec{bc}}{CB} = \frac{562.2}{46} \\ &= \mathbf{12.22 \text{ rad/s} \dots (\text{B बदल घड्याळाच्या उलट दिशेने}) \dots \text{उत्तर.}} \end{aligned}$$

CB चा कोनीय वेग आहे,

$$\begin{aligned} \therefore \omega_{CD} &= \frac{V_{CD}}{\text{length CD}} = \frac{\vec{dc}}{CD} = \frac{1275}{30} \\ &= \mathbf{42.5 \text{ rad/s} \dots (\text{D बदल घड्याळाच्या दिशेने}) \dots \text{उत्तर.}} \end{aligned}$$

#### उदाहरण : 2

A single slider crank chain mechanism is shown in Figure 2.12 Length of crank OA = 20 cm. Connecting rod AP = 70 cm and angular velocity of crank OA is 10 radians per second (clockwise). Find the velocity of piston P, angular velocity of link PA and the velocity of point B at a distance of 20 cm from A on link AP when angle made by crank OA with horizontal is  $\theta = 45^\circ$ .

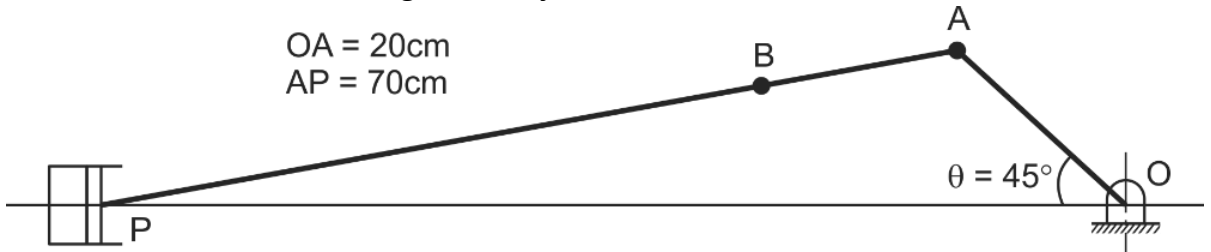


Figure.2.12

**स्टेप 1 :**

Figure 2.11 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे योग्य स्केलच्या मदतीने दिलेल्या यंत्रणेच्या परिमाणांनुसार कॉन्फिगरेशन Figure काढा.

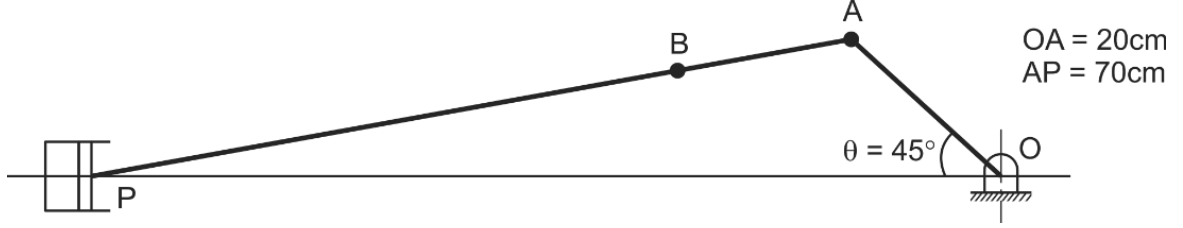


Figure.2.13 कॉन्फिगरेशन

**स्टेप 2 :**

ड्रायव्हिंग क्रॅक (इनपुट लिंक) च्या वेगाची गणना करा.

क्रॅक AO चा कोनीय वेग.

$$\omega_{AO} = 10 \text{ rad/sec.}$$

∴ क्रॅक OA चा वेग आहे,

$$V_{AO} = \omega_{AO} \times AO = 10 \times 20 = 200 \text{ cm/sec.}$$

**स्टेप 3 :**

सापेक्ष वेग पद्धतीद्वारे दिलेल्या यंत्रणेसाठी वेग **Figure** काढा.

वेग Figure

- 1) 'o' वेग Figure मध्ये शून्य वेग बिंदू (ध्रुव बिंदू) दर्शवू. काही निवडलेल्या स्केलवर क्रॅक AO करण्यासाठी व्हेक्टर  $oa = 200 \text{ cm/s}$  लंब काढा, म्हणजे,  $1 \text{ cm} = 50 \text{ cm/s}$ . Figure 2.14 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे.

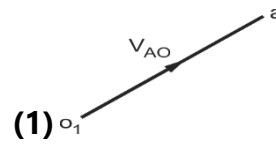


Figure.2.14

- 2)  $V_{PA}$  चे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी बिंदू 'a' वरून AP ला लंबवत व्हेक्टर काढा.

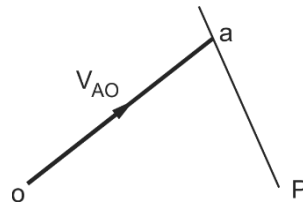


Figure.2.15

- 3) पिस्टन P च्या गतीच्या दिशेने (म्हणजे क्षैतिजरित्या) बिंदू 'o' पासून व्हेक्टर  $\vec{op}$  काढा. Figure मध्ये दाखवल्याप्रमाणे हे दोन व्हेक्टर p बिंदूवर स्वारस्य करतात. म्हणून Figure 2.16 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे व्हेक्टर  $\vec{ap}$   $V_{PA}$  चे प्रतिनिधित्व करतात आणि vector  $\vec{op}$  VP चे प्रतिनिधित्व करतात.

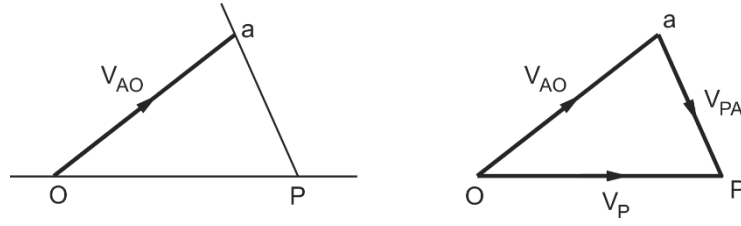


Figure.2.16

वेग Figure.

स्टेप 4 :

वेग Figureवरून संबंधित व्हेक्टर चे मोजमाप करून विविध लिंक्सचा वेग शोधा.

मोजमाप करून

पिस्टन P चा वेग = व्हेक्टर 'OP'\*स्केलची लांबी (या उदाहरणात 1 सेमी = 50 सेमी/से.)

$$V_P = \vec{op} = 172.5 \text{ cm/s.}$$

... उत्तर

लिंक PA चा कोनीय वेग आहे.

$$\omega_{PA} = \frac{V_{PA}}{\text{length AP}} = \frac{\vec{ap}}{AP} = \frac{150}{70}$$

$$= 2.143 \text{ rad/s ... (A बदल घड्याळाच्या उलट दिशेने) ... उत्तर}$$

वेग Figureवर बिंदू B शोधण्यासाठी

$$\frac{V_{BA}}{V_{PA}} = \frac{\vec{ab}}{\vec{ap}} = \frac{\omega_{BA} \times BA}{\omega_{PA} \times PA}$$

परंतु  $\omega_{BA} = \omega_{PA}$  पासून PBA समान आहे....

$$\vec{ab} = \frac{BA}{PA} \times \vec{ap} = \frac{20}{70} \times 150 = 42.85 \text{ cm.}$$

त्यामुळे Figure 2.16 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे वेग Figureवरील बिंदू b हा बिंदू 'a' पासून 42.85 मिमी अंतरावर

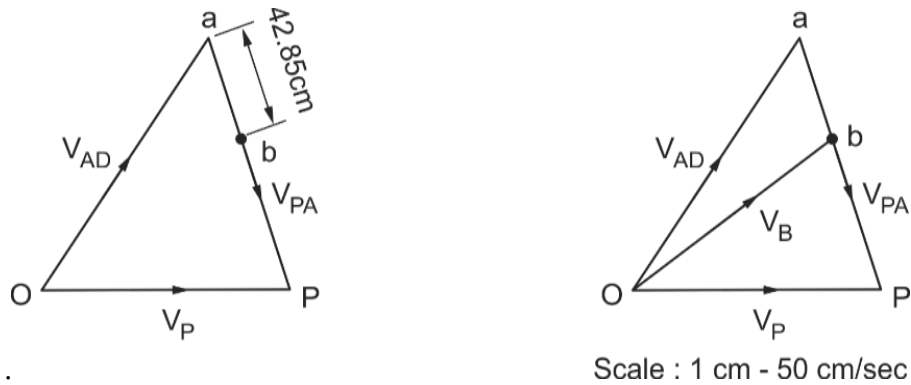


Figure.2.17

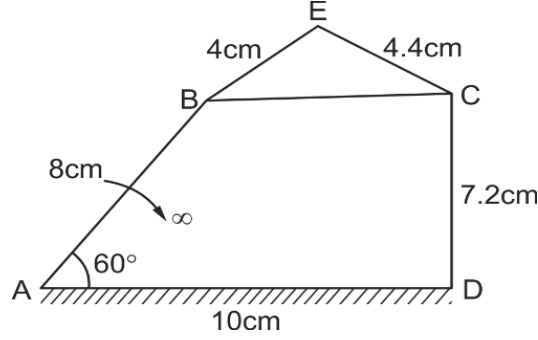
वेग Figure.

बिंदू B चा पूर्ण वेग = व्हेक्टर 'ob'\*स्केलची लांबी (या उदाहरणात 1 सेमी = 50 सेमी/से)

$$V_B = V_{Bo} = \vec{ob} = 175 \text{ cm/sec.}$$

**उदाहरण : 3**

The dimensions of a four bar chain mechanism are shown in Figure 2.18 which the link AD is fixed and the crank AB rotates at a uniform speed of 240 rpm. In clockwise direction. When the crank is at  $60^\circ$  with the horizontal find the angular velocity of links BC and CD and also the absolute velocity of point E of the structure BEC.

**Figure.2.18**

**कॉन्फिगरेशन** Figure

**स्टेप 1 :** Figure 2.18 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे योग्य स्केलवर दिलेल्या यंत्रणेच्या परिमाणानुसार कॉन्फिगरेशन Figure काढा.

**स्टेप 2 :** इनपुट लिंकच्या वेगाची गणना करा.

क्रॅक **AB** चा वेग,

$$N = 240 \text{ rpm}$$

$$\therefore \omega_{BA} = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 240}{60} = 25.14 \text{ rad/s.}$$

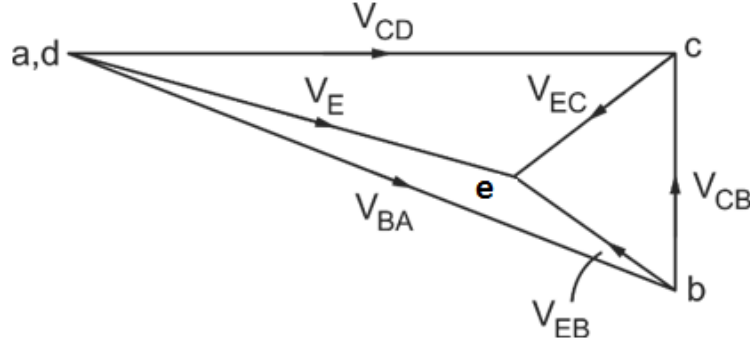
क्रॅक AB चा वेग आहे.

$$\therefore V_{BA} = \omega_{BA} \cdot AB = 25.14 \times 8 = 201.12 \text{ cm/s.}$$

**स्टेप 3 :** दिलेल्या यंत्रणेसाठी सापेक्ष वेग पद्धतीद्वारे वेग Figure काढा.

**वेग** Figure

- 1) वेग Figureवर वेग दर्शवण्यासाठी योग्य स्केल निवडा. 1 सेमी = 50 सेमी/से. Figure मध्ये दाखवल्याप्रमाणे.
- 2)  $V_{BA}$  चे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी AB ला जोडण्यासाठी आणि निवडलेल्या स्केलवर 201.12 cm/s च्या बरोबरीने व्हेक्टर  $\vec{ab}$  लंब काढा.
- 3) लिंक्स सीबी आणि सीडी कठोर दुवे आहेत.  $V_{CB}$  चे प्रतिनिधित्व  $\vec{bc}$  द्वारे केले जाईल जे CB लिंकच्या लंब दिशेने असेल. म्हणून वेग Figureवर BC ला जोडण्यासाठी लंब दिशेत 'b' बिंदूपासून एक रेषा काढा. त्याचप्रमाणे,  $V_{CD} = \vec{dc}$  CD ला लिंक करण्यासाठी लंब दिशेने असेल. म्हणून वेग Figureवर CD ला जोडण्यासाठी लंब दिशेने बिंदू 'd' वरून एक रेषा काढा. या दोन रेषा वेग Figureवरील 'c' बिंदूला छेदतात.

**Figure.2.19****वेग Figure (velocity Diagram)**

- 4) वेग Figureवर 'e' बिंदू निश्चित करण्यासाठी,  $V_{EC} = \vec{ce}$ , EC ला लंब आणि BE ला जोडण्यासाठी  $V_{EB} = \vec{be}$  लंब दर्शवण्यासाठी रेषा काढा.
- 5) 'a' आणि 'e' बिंदू जोडा. ते वेग Figure पूर्ण करते.

**पायरी ४ :**वेग **Figure**वरून संबंधित व्हेक्टर चे मोजमाप करून विविध लिंक्सचा वेग शोधा.**मोजमाप करून**

CB चा कोनीय वेग आहे

$$\begin{aligned}\omega_{CB} &= \frac{V_{CB}}{CB} = \frac{\vec{bc}}{CB} = \frac{105}{6} \\ &= 17.5 \text{ rad/s ... (B बदल घड्याळाच्या उलट दिशेने) ... उत्तर}\end{aligned}$$

CD चा कोनीय वेग आहे.

$$\begin{aligned}\omega_{CD} &= \frac{V_{CD}}{CD} = \frac{\vec{dc}}{CD} = \frac{167.5}{7.2} \\ &= 23.26 \text{ rad/s ... (D बदल घड्याळाच्या दिशेने) ... उत्तर}\end{aligned}$$

बिंदू E चा वेग आहे.

$$V_E = \vec{ae} = 125 \text{ cm/s} \quad \dots \text{ उत्तर}$$

**यंत्रणेतील प्रवेग (Acceleration in Mechanism)**

**संकल्पना :** यंत्रणेतील प्रवेग म्हणजे वेळेनुसार यंत्रणेच्या एका भागाचा वेग ज्या दराने बदलतो त्याला सूचित करते. हे दर्शवते की एखादी वस्तू किती वेगाने गती वाढवते, कमी होते किंवा ती हलते तेव्हा दिशा बदलते. सहजतेने आणि कार्यक्षमतेने फिरणाऱ्या यंत्रणा डिझाइन करण्यासाठी प्रवेग समजून घेणे महत्वाचे आहे.

**रेखीय प्रवेग: (Linear Acceleration)**

वेळेच्या संदर्भात वेगाच्या बदलाचा दर म्हणून त्याची व्याख्या केली जाते. हे एक व्हेक्टर प्रमाण आहे आणि 'a' अक्षराने दर्शवले जाते गणितीयदृष्ट्या ते असे लिहिले जाते.

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ in m/sec}^2$$

**सापेक्ष प्रवेग: (Relative Acceleration)**

सापेक्ष प्रवेग (Relative Acceleration) हे सापेक्ष वेगाचे (Relative Velocity) वेळ व्युत्पन्न (derivative) म्हणून परिभाषित केले आहे.

उदाहरणार्थ, इमारतीवरून पडणाऱ्या चेंडूकडे पाहणाऱ्या निरीक्षकाचा विचार करा. निरीक्षकाच्या संदर्भात चेंडूचा सापेक्ष प्रवेग 9.8 मी/सेकंद —खालच्या दिशेने आहे.

**कोनीय प्रवेग : (Angular Acceleration)**

वेळेच्या संदर्भात कोनीय वेगाच्या (Angular Velocity) बदलाचा दर म्हणून त्याची व्याख्या केली जाते.

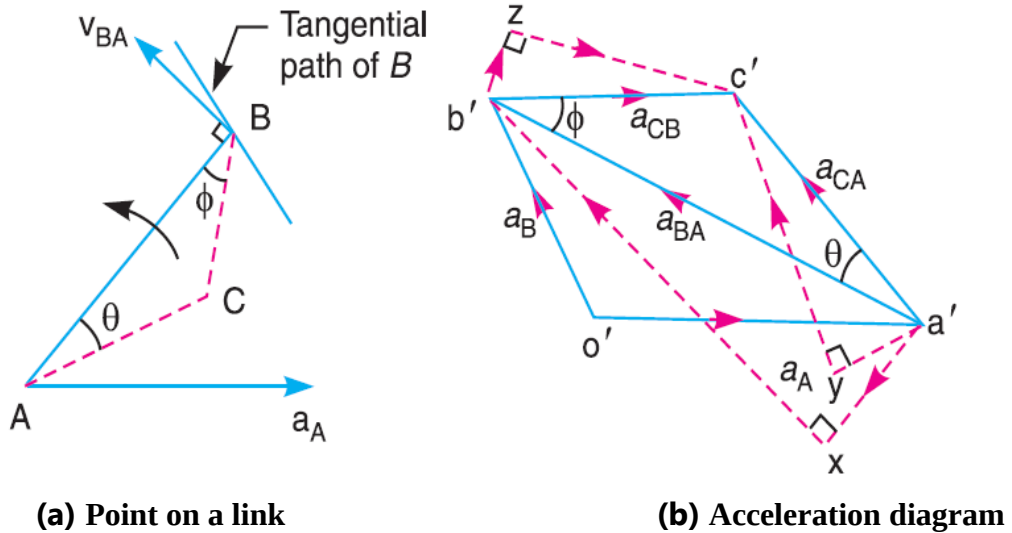
हे चिन्ह ' $\alpha$ ' द्वारे दर्शविले जाते आणि गणितीय रीतीने असे लिहिले जाते

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}.$$

1. कणाच्या प्रवेग ज्याचा वेग कोणत्याही क्षणी परिमाण आणि दिशा या दोन्हीमध्ये बदलतो त्याला प्रवेगाचे दोन घटक असणे आवश्यक आहे.
2. केंद्रबिंदू किंवा रेडियल घटक (centripetal or radial component) ( $a^r$  or  $a^c$ ), जो बिंदू आणि त्याच्या रोटेशनच्या केंद्राला जोडणाऱ्या रेषेच्या बाजूने असतो आणि रोटेशनच्या केंद्राकडे निर्देशित केला जातो, जो त्या क्षणी वेगाच्या दिशेने काटकोनात असतो.
3. स्पर्शिका घटक ( $a^t$ ) (tangential component) जी या रेषेच्या दिशेने लंब आहे किंवा या क्षणी एखाद्या बिंदूच्या स्पर्शाच्या मार्गावर आहे आणि त्या बिंदूच्या वेगाच्या दिशेने समान आहे, स्पर्शिकेच्या प्रवेगाची दिशा (sense) वेगाच्या समान किंवा त्याच्या विरुद्ध असू शकते.

**दुव्यावरील (लिंक) बिंदूचे प्रवेग. (Acceleration of a point on a link.)**

Figure मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे A आणि B असे दोन बिंदू असलेल्या AB कठोर दुव्याचा विचार करा. बिंदू 'A' चे प्रवेग हे परिमाणाने ओळखले जाते आणि मार्ग B ची दिशा व दिशा दिली आहे. Figure 2.20 मध्ये दिलेल्या प्रवेग Figure रेखाटून बिंदू B चे प्रवेग परिमाण आणि दिशेत निर्धारित केले जाते.

**Figure.2.20****लिंकवरील बिंदूचे प्रवेग**

1. कोणताही बिंदू o' निवडा, बिंदू A वर निरपेक्ष प्रवेगाच्या समांतर व्हेक्टर o'a' काढा.
2. हे जाणून घ्या की, लिंकवरील बिंदू B मध्ये A च्या संदर्भात त्वरणाचे दोन घटक आहेत.

- a. A संदर्भात B च्या प्रवेगाचा केंद्रबिंदू किंवा रेडियल घटक A i.e.  $a_{ba}^c$
- b. स्पर्शिक घटक i.e.  $a_{ba}^t$
3. मध्यभागी असलेल्या लिंक AB कडे केंद्राभिमुख घटक कार्य करत असल्याने AB दुव्याला  $a \cdot x$  समांतर व्हेक्टर काढा,
4. व्हेक्टर  $a \cdot x = a_{ba}^c = \frac{V_{BA}^2}{AB}$
5. जेथे  $V_{BA} = A$  च्या संदर्भात B बिंदूचा वेग जो आधी स्पष्ट केल्याप्रमाणे वेग Figureवरून प्राप्त केला जाईल.
6. बिंदू x वरून, AB ला लंब (B चा स्पर्शिक घटक) आणि o' मधून व्हेक्टर  $xb'$  काढा. B च्या पूर्ण त्वरणाचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी B च्या मार्गाला समांतर रेषा काढा.
7. एकूण प्रवेग  $a'b'$  ला जोडून ठरवता येतो. व्हेक्टर  $a'b'$  ला प्रतिमा प्रवेग आणि लिंक AB म्हणून ओळखले जाते.
8. लिंकवरील कोणत्याही बिंदू C साठी,  $\Delta ABC$  नाऊ व्हेक्टर  $b'c$  सारखा त्रिकोण  $a'b'c'$  काढा जो B च्या संदर्भात C बिंदूचा प्रवेग दर्शवतो आणि  $a'c'$  बिंदू C च्या प्रवेग दर्शवितो. A.  $a_{ca}$  आणि  $a_{cb}$  च्या संदर्भात प्रत्येकामध्ये खालीलप्रमाणे त्वरणाचे दोन घटक असतील.
  - (a)  $a_{CB}$  मध्ये  $a_{CB}^c$  आणि  $a_{CB}^t$  असे दोन घटक आहेत जे Figureमध्ये दर्शविलेले  $\Delta b'zc$  ने दाखवले आहेत.  $b'z$  BC ला समांतर आहे आणि  $zc'$   $b'z$  किंवा BC ला लंब आहे.
  - (b)  $a_{CA}$  मध्ये Figureत दाखवल्याप्रमाणे  $a_{CA}^c$  किंवा  $a_{CA}^t$  असे दोन घटक आहेत.
9. लिंक AB चे टोकदार प्रवेग A( $a_{ba}^t$ ) च्या संदर्भात प्रवेग B च्या स्पर्शिक घटकाला दुव्याच्या लांबीपर्यंत विभाजित करून प्राप्त होते.

$$\alpha_{AB} = a_{ba}^t / AB$$

Ex.1) Find the magnitude and direction of tangential component and centripetal component of acceleration of a point A given in fig below.

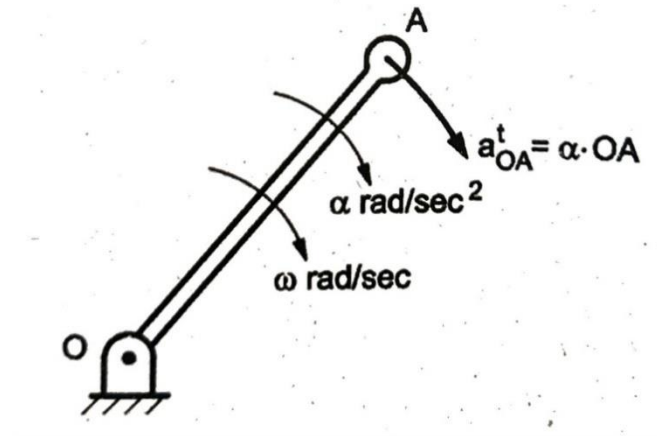


Figure.2.21

वरील Figureचा संदर्भ देऊन,

एकूण प्रवेग  $a_{OA} =$  केंद्राभिमुख प्रवेग  $a_{OA}^c$  + स्पर्शिक प्रवेग  $a_{OA}^t$

केंद्राभिमुख प्रवेग,

$a_{OA}^c = \omega^2 \times OA$  केंद्राच्या दिशेने निर्देशित केले

स्पर्शिक प्रवेग,

$a_{OA}^t = \alpha \times OA$  दिशेने

Ex.2) Find the velocity of point B and midpoint C of link AB Shown in fig. 2.22

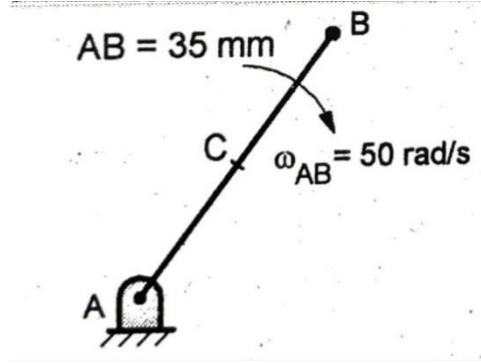


Figure.2.22

बिंदू B आणि C चा वेग

$$V_b = AB \times \omega_{AB}$$

$$= 0.35 \times 50 = 17.5 \text{ m/s}$$

$$V_c = AC \times \omega_{AB}$$

$$= 0.175 \times 50 = 8.75 \text{ m/s}$$

Ex.3) Find the magnitude and direction of centripetal and tangential component of acceleration for the link OA shown in fig.2.23 if point 'A' moves with uniform velocity about fixed point 'O'

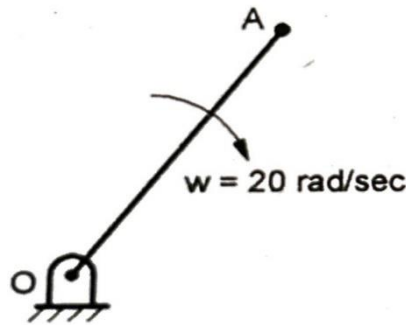


Figure.2.23

(i) केंद्राभिमुख प्रवेग,

$$a_{OA}^c = \omega^2 \times OA$$

$$= (20)^2 \times 80 = 32 \text{ m/sec}^2$$

दिशेने निर्देशित केले OA

लिंकची लांबी OA = 80 mm

(ii) स्पर्शिक प्रवेग,

$$a_{OA}^t = \alpha \times OA$$

कोनीय प्रवेग दिलेला नसल्यामुळे OA ला लंब दिग्दर्शित शून्य आहे.

**Ex.4)** The crank of an engine 20cm long and the connecting rod length is 80 cm. Determine (i) acceleration of piston (ii) Angular acceleration of connecting rod. When crank has turned through 45° for IDC in anticlockwise direction and rotating at uniform speed of 240 rpm. Use graphical relative acceleration method.

क्रॅकचा वेग =  $N=240\text{rpm}$

क्रॅकचा कोनीय वेग =  $\omega = 2\pi N/60$

$$= (2\pi \times 240) / 60$$

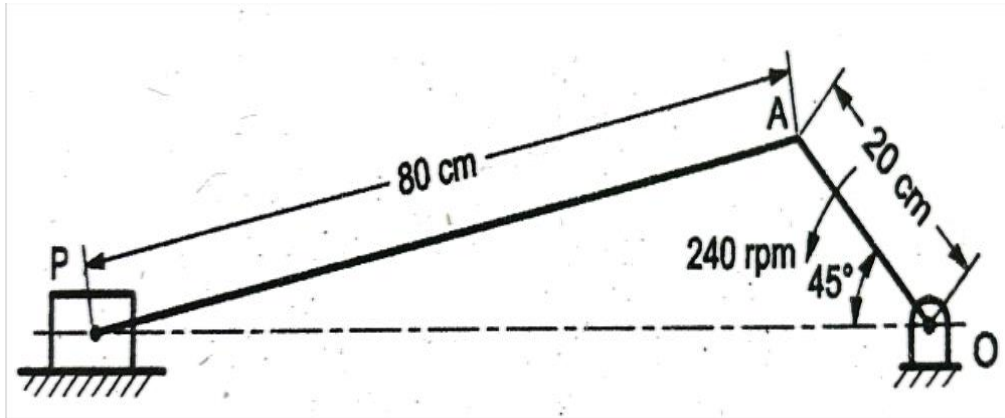
$$= 25.13 \text{ rad/sec}$$

Velocity of (OA) =  $r \omega$

$$R = l(\text{OA})$$

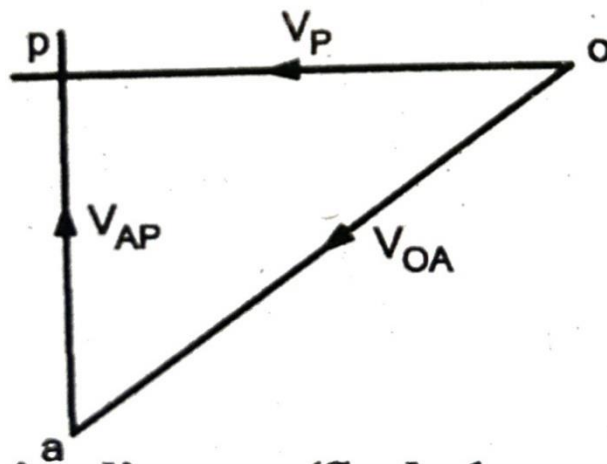
$$V_{OA} = 20 \times 25.13$$

$$= 502.65 \text{ cm/sec} = 5.02 \text{ m/sec}$$



**Figure.2.24**

कॉन्फिगरेशन Figure (स्केल 1cm:10 सेमी)



**Figure.2.25**

वेग Figure (Scale 1cm:1m/sec)

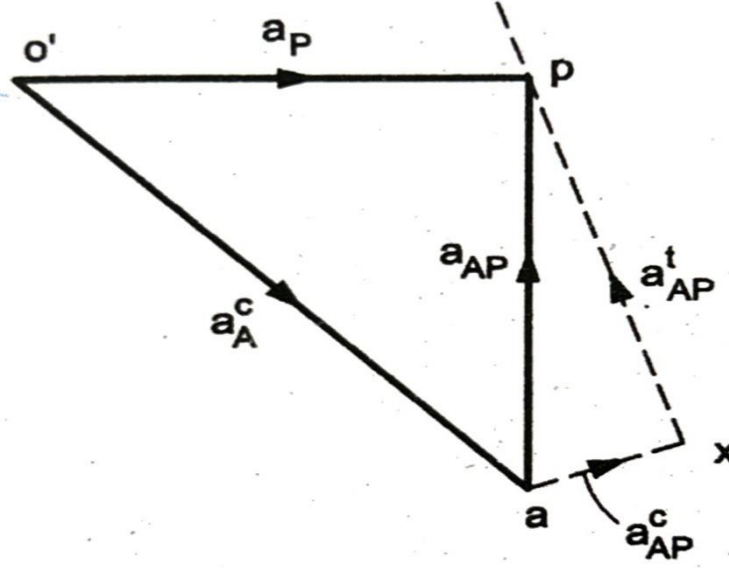


Figure.2.26

प्रवेग Figure (Scale 1cm: 20m/s<sup>2</sup>)**प्रक्रिया:**

दिलेल्या डेटासह कॉन्फिगरेशन Figure काढा.

**वेग Figure:**

1. शून्य ध्रुव 'O' निवडा
2. योग्य स्केलसह OA ला लंब असलेला व्हेक्टर OA काढा.
3. व्हॅपचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी AP ला जोडण्यासाठी लंबातून व्हेक्टर ap काढा
4. स्लाइडरच्या स्ट्रोकच्या रेषेला समांतर व्हेक्टर ऑप काढा. हे दोन व्हेक्टर (op आणि ap) एका बिंदू 'P' ला छेदतात. Op स्लाइडर VP च्या वेगाचे प्रतिनिधित्व करतात मोजमाप करून,

$$V_P = op = 4.3 \times \text{scale} \\ = 4.3 \times 1 = 4.3 \text{ m/sec.}$$

$$V_{AP} = ap = 3.5 \times \text{scale} \\ = 3.5 \times 1 = 3.5 \text{ m/sec.}$$

**प्रवेग Figureसाठी:**

| लिंक | लिंकची लांबी 'l' मध्ये<br>m | लिंकचा वेग m/s मध्ये | केंद्राभिमुख प्रवेग<br>$a_c = V^2/\text{लिंकची लांबी}$<br>m/s <sup>2</sup> |
|------|-----------------------------|----------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| OA   | 0.20                        | 5.02                 | 126.002m/s <sup>2</sup>                                                    |
| AP   | 0.80                        | 3.5                  | 15.31 m/s <sup>2</sup>                                                     |

1. सर्व प्रथम निवडलेल्या शून्य ध्रुव 'O' वरून एक व्हेक्टर oa काढा जो OA ला समांतर असेल जो aCOA त्वरण दर्शवेल.
2. लिंक AP च्या मध्यवर्ती भागावर ठिपके असलेला व्हेक्टर 'ax' काढा, AP ला a वरून जोडण्यासाठी समांतर

नंतर स्पर्शिका घटक लिंक AP दर्शविणारा x वर अक्षावर लंब काढा

3. स्लाइडरच्या गतीला समांतर व्हेक्टर काढा. हे दोन व्हेक्टर p.(xp आणि o'p) वर छेदतात. छेदनबिंदूवर P चिन्हांकित करतात. AP मध्ये सामील व्हा जे लिंक AP चे एकूण प्रवेग देते मोजमाप करून,

1. स्थितीचे प्रवेग- = o'p

$$V_P = 4 \text{ cm} \times \text{scale}$$

$$= 4 \times 20 = 80 \text{ m/sec}^2$$

कनेक्टिंग रॉडचे प्रवेग AP

$$(\alpha_{ap}) = a_{ap}^t / l(AP) = 4.6 \times 20 = 92 \text{ m/sec}^2$$

**Ex.5** PQRS is a four bar chain with link PS fixed. The lengths of the links are PQ = 62.5 mm, QR = 175 mm, RS = 112.5 mm and PS = 200 mm. The crank PQ rotates at 10 rad / sec clockwise. Draw the velocity and acceleration diagram, when angle QPS = 60° and Q and R lie on the same side of PS. Find the angular velocity and angular acceleration of links QR and PS.

दिलेला डेटा : PQ = 62.5 mm = 0.0625 m

$$QR = 175 \text{ mm} = 0.175 \text{ m}$$

$$RS = 112.5 \text{ mm} = 0.1125 \text{ m}$$

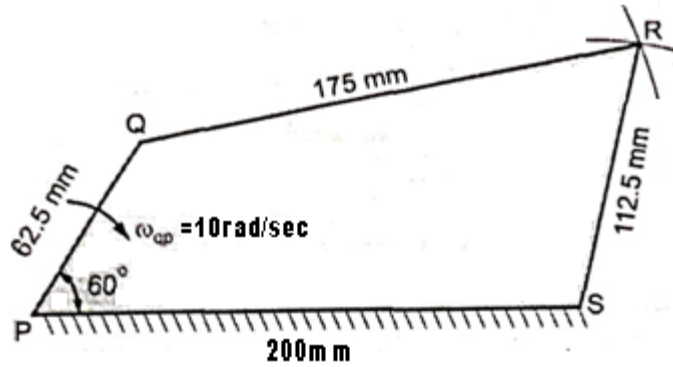
$$PS = 200 \text{ mm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\omega_{qp} = 10 \text{ rad / sec}$$

$$\angle QPS = 60^\circ$$

दिलेल्या परिस्थितीसाठी योग्य स्केलसह कॉन्फिगरेशन Figure काढा.

Scale: 1cm = 20mm



**Fig 2.27**

**कॉन्फिगरेशन Figure**

१) खालील पद्धतीचा अवलंब करून दिलेल्या यंत्रणेसाठी वेग Figure काढा.

i) बिंदू 'P' च्या संदर्भात 'Q' बिंदूचा वेग मोजा, i.e.  $V_{qp}$ .

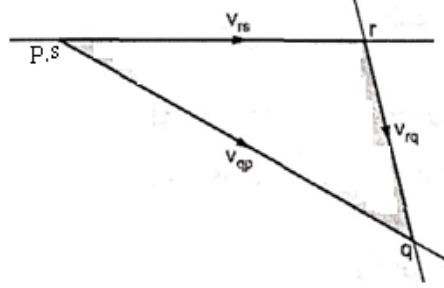
आपल्याकडे आहे,  $V_{qp} = \omega_{qp} \times QP = 10 \times 0.0625 = 0.625 \text{ m/s}$ .

आता वेग Figure काढण्यासाठी योग्य स्केल निवडा,

5 सेमी = 0.625 मी/सेकंद म्हणा.

ii) निश्चित बिंदू 'p' आणि 's' शोधा आणि 'QP' ला जोडण्यासाठी व्हेक्टर 'qp' लंब काढा.

- iii) 'q' फॉर्म, 'RQ' ला जोडण्यासाठी व्हेक्टर 'rq' लंब काढा, जो 'Q' च्या संदर्भात 'R' बिंदूचा वेग दर्शवतो, म्हणजे  $V_{rq}$
- iv) आता, 's' वरून, 'RS' ला जोडण्यासाठी व्हेक्टर 'rs' लंब काढा, जो आधीपासून काढलेल्या व्हेक्टर 'rq' ला छेदेल. छेदनबिंदूला 'r' म्हणून लेबल करा.



**Fig. 2.28**  
**Velocity Diagram**

- i) आता, वेग Figureवरून, आपल्याला मिळते,  
परंतु, प्रमाणानुसार, 5 सेमी = 0.625 मी/से.

$$V_{qr} = 2.8 \text{ cm} = \frac{2.8 \times 0.625}{5} = 0.35 \text{ m/sec}$$

आपल्याकडे लिंक 'QR' चा कोनीय वेग आहे,

$$\omega_{qp} = \frac{V_{qr}}{QR} = \frac{0.35}{0.175} = 2 \text{ rad/sec (Anti-clockwise)}$$

- i) वेग Figureवरून,  $l(qr) = 2.8 \text{ cm}$

परंतु, प्रमाणानुसार, 5 सें.मी = 0.625 m/sec

$$\therefore V_{rs} = 3.4 \text{ cm} = \frac{3.4 \times 0.625}{5} = 0.425 \text{ m/sec}$$

आपल्याकडे लिंक 'RS' चा कोनीय वेग आहे,

$$\omega_{rs} = \frac{V_{rs}}{RS} = \frac{0.425}{0.1125} = 3.77 \text{ rad/sec (Clockwise)}$$

लिंक **QR** च्या कोनीय प्रवेगची गणना करण्यासाठी, सर्व प्रथम, खाली दर्शविल्याप्रमाणे सारणीबद्ध स्वरूपात डेटा गोळा करा.

Table:2 वेग आणि प्रवेग

| लिंकचे नाव | लिंक 'r' ची लांबी मीटरमध्ये | लिंक 'V' चा वेग m/sec मध्ये | लिंकचे प्रवेग                                                    |                                                                           |
|------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
|            |                             |                             | रेडियल घटक (Radial Component)<br>$a^r = \frac{V^2}{r} (m/sec^2)$ | स्पर्शिक घटक (Tangential Component)<br>$a^t = \alpha \cdot r (m/sec^2)$   |
| QP         | 0.625                       | 0.625                       | 6.25<br>दिशा लिंकला समांतर आहे                                   | 0<br>[ $\because \alpha = 0$ कारण, क्रॅंक (crank) एकसमान वेगाने फिरत आहे] |
| QR         | 0.175                       | 0.35                        | 0.7<br>दिशा लिंकला समांतर आहे                                    |                                                                           |
| RS         | 0.1125                      | 0.425                       | 1.605<br>दिशा लिंकला समांतर आहे                                  |                                                                           |

i) खालील पद्धतीचा अवलंब करून दिलेल्या यंत्रणेसाठी प्रवेग **Figure** काढा.

निश्चित बिंदू 'p' आणि 's' शोधा. दोन्ही बिंदू एकाच बिंदूवर आहेत. या एकाच बिंदूवरून,  $6.25 \text{ m/sec}^2$  तीव्रतेचा प्रवेग व्हेक्टर काढा आणि QP ला जोडण्यासाठी समांतर दिशा काढा.

ii) यासाठी, योग्य स्केल गृहीत धरा,  $6.25 \text{ m/sec}^2 = 5$  सेमी म्हणा.

बिंदू 'q' वरून,  $0.7 \text{ m/sec}^2$  तीव्रतेचा प्रवेग व्हेक्टर काढा आणि RQ ला जोडण्यासाठी समांतर दिशा काढा. व्हेक्टर काढण्यासाठी, सर्वप्रथम  $0.7 \text{ m/sec}^2$  चे अंतरामध्ये रूपांतर करा.

गृहीत धरल्यानुसार,  $6.25 \text{ m/sec}^2 = 5 \text{ cm}$

$$0.7 \text{ m/sec}^2 = \frac{5 \times 0.7}{6.25} = 0.56 \text{ cm}$$

वरील व्हेक्टर च्या रेषेवर 'q' बिंदूपासून r शोधण्यासाठी  $0.56$  सेमी अंतर चिन्हांकित करा  $a_{rq}^r$ .

iii)  $r'$  वरून, डॉटेड रेषेद्वारे, RQ ला जोडण्यासाठी लंबवत प्रवेग व्हेक्टर (ज्याचे परिमाण अज्ञात आहे) काढा.

iv) बिंदू 's' वरून, प्रवेग व्हेक्टर काढा  $a_{rs}^r$   $1.605 \text{ m/sec}^2$  तीव्रता आणि RS ला समांतर. यासाठी  $1.605 \text{ m/sec}^2$  अंतरामध्ये रूपांतरित करा.

गृहीत स्केलनुसार,

$$6.25 \text{ m/sec}^2 = 5 \text{ cm}$$

$$1.605 \text{ m/sec}^2 = \frac{5 \times 1.605}{6.25} = 1.28 \text{ cm}$$

v) वरील व्हेक्टर च्या रेषेवर बिंदू  $r''$  शोधण्यासाठी बिंदू 's' पासून  $1.28$  सेमी अंतर चिन्हांकित करा.

vi)  $r''$  वरून, ठिपकेदार रेषेद्वारे RS ला जोडण्यासाठी लंबवत प्रवेग व्हेक्टर (ज्याचे परिमाण ज्ञात आहे) काढा.

vii) च्या छेदनबिंदू शोधा आणि ज्याला 'r' असे लेबल केले आहे.

त्वरण Figure पूर्ण करण्यासाठी बिंदू 'p' आणि 'q' सह संयुक्त बिंदू 'r'.

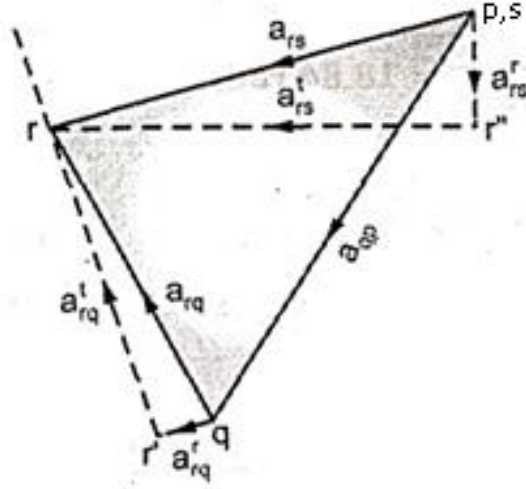


Fig. 2.29  
Acceleration Diagram

प्रवेग Figureवरून, आम्हाला मिळते,

$$\text{Length } (r'r) = 3.3 \text{ cm}$$

गृहित स्केलनुसार, 5 cm = 6.25 m/sec<sup>2</sup>

$$\therefore a_{rq}^t = 3.3 \text{ cm} = \frac{3.3 \times 6.25}{5} = 4.125 \text{ m/sec}^2$$

$$\text{And } a_{rq}^t = \alpha_{rq} \times r_{rq}$$

$$\therefore \alpha_{rq} = \frac{a_{rq}^t}{r_{rq}} = \frac{4.125}{0.175} = 23.57 \text{ rad/sec}^2$$

मोजमापावर, आपल्याला लांबी मिळते  $(r'r) = 4.2 \text{ cm}$

गृहित स्केलनुसार, 5 cm = 6.25 m/sec<sup>2</sup>

$$\therefore a_{rs}^t = 4.2 \text{ cm} = \frac{4.2 \times 6.25}{5} = 5.25 \text{ m/sec}^2$$

$$\text{And, } a_{rs}^t = \alpha_{rs} \times r_{rs}$$

$$\therefore \alpha_{rs} = \frac{a_{rs}^t}{r_{rs}} = \frac{5.25}{0.1125} = 46.67 \text{ rad/sec}^2$$

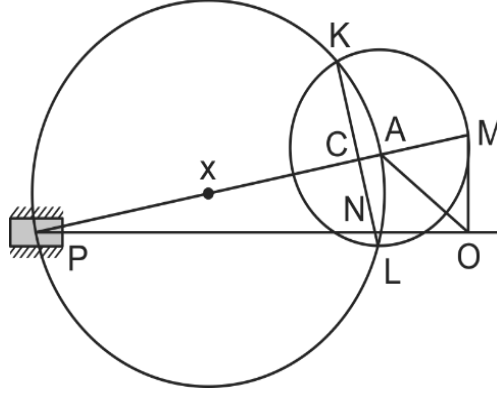
## 2.4. क्लिन्स रचना क्रँक आणि स्लाइडर यंत्रने करीता ( Klein's Construction for Crank and Slider

**Mechanism)** - क्लिन्स रचना ही प्रोफेसर. क्लिन्स यांनी क्रँक आणि स्लाइडर यंत्रणेच्या (Reciprocating Engine) विविध लिंक्सचा वेग आणि प्रवेग (Velocity & Acceleration) ठरवण्यासाठी सुचवलेली ग्राफिकल पद्धत आहे. सापेक्ष वेग आणि सापेक्ष प्रवेग पद्धतीमध्ये वेगळे वेग आणि प्रवेग FIGURE रेखाटून रेसिप्रोकेटिंग

इंजिन मेकॅनिझमच्या विविध लिंक्सचा वेग आणि प्रवेग निर्धारित केला आहे, परंतु क्लिन्स रचनेमध्ये वेगळे रेखाचित्र न काढता परस्पर इंजिन (Reciprocating Engine) यंत्रणेचा वेग आणि प्रवेग निश्चित करणे शक्य आहे. सापेक्ष वेग पद्धतीच्या तुलनेत ही पद्धत अत्यंत सोपी आणि कमी वेळ घेणारी आहे.

## 2.4. क्लिन्स रचना क्रॉक आणि स्लाइडर यंत्रने करीता

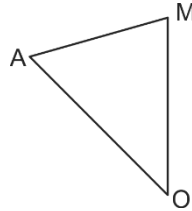
### 2.4.1 वेग आणि प्रवेग Figureची प्रक्रिया



क्लिन्स प्रवेग रचना (Klein's Acceleration Diagram)

Figure 2.30

1. आकारमान आणि स्केलसह क्रॉक, क्रॉक (AO) आणि कनेक्टिंग रॉड (AP) द्वारे बनवलेल्या कोनासह मूलभूत Figure काढा.
2. कनेक्टिंग रॉड क्रॉक वर्तुळाच्या उभ्या रेषेपर्यंत वाढवा आणि छेदनबिंदू 'M' चिन्हांकित करा, यामध्ये  $\Delta OAM$  हा वेगाचा त्रिकोण आहे.



वेग त्रिकोण -AMO (Velocity triangle -AMO)

Figure.2.31

त्रिकोण AMO मध्ये,

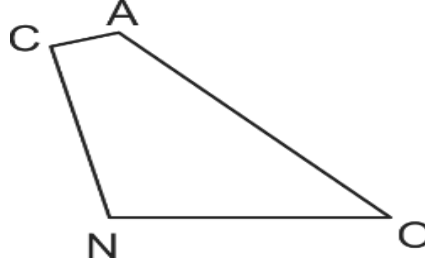
- i. व्हेक्टर AO क्रॉकचा वेग दर्शवतो,
- ii. व्हेक्टर OM पिस्टनचा वेग दर्शवतो आणि
- iii. व्हेक्टर AM कनेक्टिंग रॉडचा वेग दर्शवतो.

उदाहरणच्या समाधानासाठी 1) क्रॉकचा वेग  $V_A = \omega \cdot OA$ , कनेक्टिंग रॉडचा वेग,  $V_{PA} = \omega \cdot PA$ , पिस्टनचा वेग  $V_P = \omega \cdot AM$

प्रवेग साठी (For Acceleration),

3. कनेक्टिंग रॉडला X वर दुभाजक करा.
4. XA किंवा XB च्या समान त्रिज्या असलेले वर्तुळ काढा.
5. मध्यभागी असलेले वर्तुळ 'A' आणि त्रिज्या AM प्रमाणे काढा.

6. दोन्ही वर्तुळे इतर दोन बिंदूवर (K, L) एकमेकांना छेदतील, हे दोन बिंदू जोडतील.
7. ही रेषा बिंदू 'C' वर कनेक्टिंग रॉड आणि बिंदू "N" वर स्ट्रोकची रेषा छेदेल.
8. चतुर्भुज OACN हा प्रवेग Figure आहे; हे लिंक्सचे प्रवेग Figure आवश्यक आहे. चतुर्भुज ACNO मध्ये,



प्रवेग चतुर्भुज -ACNO

Figure.2.32

- 1) व्हेक्टर OA बिंदू 'A' च्या प्रवेगाचा रेडियल घटक दर्शवितो
- 2) व्हेक्टर AC कनेक्टिंग रॉडच्या प्रवेगाचा रेडियल घटक दर्शवितो
- 3) व्हेक्टर XL कनेक्टिंग रॉडच्या प्रवेगाचा स्पर्शक घटक दर्शवितो
- 4) व्हेक्टर NO निश्चित बिंदू 'O' च्या संदर्भात स्लाइडर 'P' चे संपूर्ण प्रवेग प्रतिनिधित्व करतो

**Ex.1** The crank of a reciprocating engine is 10 cm long and it rotates at a uniform speed of 20 rad/s clockwise. The connecting rod length is 40 cm. Determine the velocity and acceleration of the piston and angular velocity and angular acceleration of the connecting rod when the crank is at  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $135^\circ$  from i.d.c.

(a) ज्या वेळेस  $\theta = 0^\circ$

**स्टेप 1:** दिलेल्या यंत्रणेच्या परिमाणांनुसार योग्य स्केलवर कॉन्फिगरेशन Figure काढा आणि Figure मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे क्लेनची रचना पूर्ण करा.

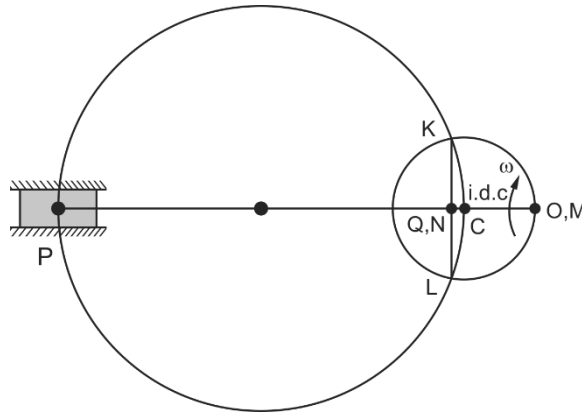


Figure.2.33

**स्टेप 2 :**

पिस्टनच्या वेगाची गणना करा,  $V_P$

लिंक PC चा विस्तार आणि OP आणि O ला लंब M वर कट होईल.

म्हणून,  $\Delta OCM$  हा वेग Figure आहे.

पिस्टनचा वेग  $V_P = \omega \cdot OM = 0 \dots$  (since  $OM = 0$ ) .... उत्तर

**स्टेप 3 :**



$$\begin{aligned}\alpha_{PC} &= \frac{f_{PC}}{PC} = \frac{\omega^2 \cdot QN}{PC} \\ &= \frac{(20)^2 \times 5.4}{40} = 54 \text{ rad/s}^2\end{aligned}$$

(c) ज्या वेळेस  $\theta = 90^\circ$

**स्टेप 1:** दिलेल्या मेकॅनिझमच्या परिमाणांनुसार योग्य स्केलवर कॉन्फिगरेशन Figure काढा आणि Figureमध्ये दाखवल्याप्रमाणे क्लेनची रचना पूर्ण करा.

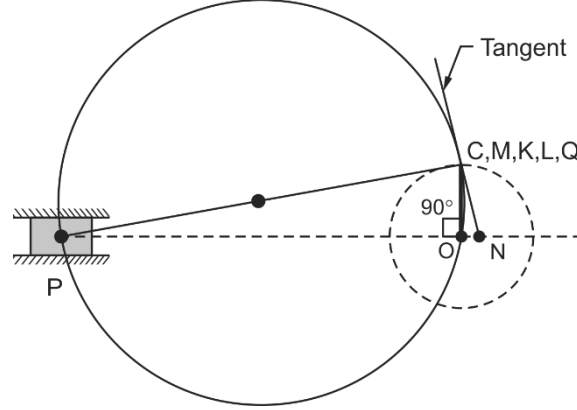


Figure.2.35

**स्टेप 2 :** पिस्टनचा वेग मोजा.  $V_P$

OP आणि O ला लंब म्हणून काढलेल्या रेषा आणि लिंक PC चा विस्तार M वरील मागील रेषा कापतो जी बिंदू C शी जुळते. पिस्टनचा वेग आहे,

$$V_P = \omega \cdot OM = 20 \times 10 = 200 \text{ cm/s.} \quad \text{..... उत्तर}$$

**स्टेप 3 :** कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय वेगाची गणना करा,  $\omega_C$

कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय वेगाची गणना,

$$\omega_{PC} = \frac{V_{PC}}{PC} = \frac{\omega \cdot CM}{PC} = 0 \text{ (since, CM = 0)} \quad \text{..... उत्तर}$$

**स्टेप 4:** पिस्टनच्या प्रवेगची गणना करा  $f_P$

केंद्र C आणि CM ने काढलेले वर्तुळ त्रिज्या एक बिंदू वर्तुळ आहे. PC ने व्यास म्हणून दुसरे वर्तुळ काढले आहे जे K आणि L वरील मागील बिंदूचे वर्तुळ कट करेल. हे बिंदू C शी एकरूप होतात. N बिंदू मिळविण्यासाठी, PC सह वर्तुळाची स्पर्शिका व्यास म्हणून काढा जी स्ट्रोकची रेषा कापते. N वर. नंतर चौकोन OCQN प्रवेग Figure दर्शवतो.

पिस्टनचे प्रवेग,

$$f_P = (\omega)^2 ON = (20)^2 \times 2.8 = 1120 \text{ cm/s}^2 \quad \text{..... उत्तर}$$

**स्टेप 5 :** कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय प्रवेगची गणना करा,  $\alpha_{PC}$ .

कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय प्रवेगची गणना,

$$\begin{aligned}&= \frac{f_{PC}}{PC} = \frac{\omega^2 \cdot QN}{PC} = \frac{(20)^2 \times 8.4}{40} = 84 \text{ rad/s}^2 \quad \text{..... उत्तर}\end{aligned}$$

(d) ज्या वेळेस  $\theta = 135^\circ$

**स्टेप 1 :** दिलेल्या मेकॅनिझमच्या परिमाणांनुसार योग्य स्केलवर कॉन्फिगरेशन Figure काढा आणि Figureमध्ये दाखवल्याप्रमाणे क्लेनची रचना पूर्ण करा.

**स्टेप 2 :** पिस्टनच्या वेगाची गणना करा  $V_P$

पिस्टनच्या वेगाची गणना,

$$V_P = \omega \cdot OM = 20 \times 4.8 = 96 \text{ cm/s.} \quad \text{..... उत्तर}$$

**स्टेप 3:** कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय वेगाची गणना करा,  $\omega_e$

कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय वेगाची गणना,

$$\omega_{pc} = \frac{V_{PC}}{PC} = \frac{\omega \cdot CM}{PC} = \frac{20 \times 5.6}{40} = 2.8 \text{ rad/s} \quad \text{..... उत्तर}$$

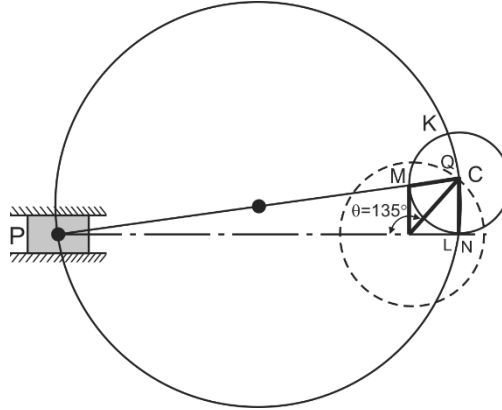


Figure.2.36

**स्टेप 4:** पिस्टनच्या प्रवेगची गणना करा  $f_p$

पिस्टनच्या प्रवेगची गणना,

$$f_p = \omega^2 \cdot ON = (20)^2 \times 5.2 = 2080 \text{ cm/s}^2 \quad \text{..... उत्तर}$$

**स्टेप 5 :** कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय प्रवेगची गणना करा,  $\alpha_{pc}$

कनेक्टिंग रॉडच्या कोनीय प्रवेगची गणना करा,

$$\alpha_{pc} = \frac{f_{PC}}{PC} = \frac{\omega^2 \cdot QN}{PC} = \frac{(20)^2 \times 5.4}{40} = 54 \text{ rad/s}^2 \quad \text{..... उत्तर}$$

#### Exercise

TLO 2.1: Describe velocity and acceleration in mechanism.

1. Define – Linear velocity, Absolute velocity, Relative velocity and linear acceleration.
2. Define – Angular velocity and Angular acceleration.
3. State the relation between linear velocity and angular velocity.
4. State Steps to determine the velocity of various links in a given mechanism.

TLO 2.2: Draw velocity and acceleration diagram/polygon by relative velocity/Klein's construction method following standard procedure.

1. Explain Klein's construction to determine velocity of different links in single slider crank mechanism.
2. Explain Klein's construction to determine acceleration of different links in single slider crank mechanism.
3. In a slider crank mechanism, the length of crank OB and connecting rod AB are 125mm and 500mm respectively. Crank rotates at 600 rpm in clockwise. Find the

velocity and acceleration by Klein's construction method. When crank makes an angle of  $45^\circ$  to inner dead center.

TLO 2.3: Determine linear and angular velocity of links in the given mechanism.

1. Find linear velocity and angular velocity of simple mechanism.

## Unit 3 कॅम आणि फॉलोअर

### Cam and Follower

**विषय निष्पत्ती** - दिलेल्या प्रकारच्या फॉलोअरसाठी आणि दिलेल्या परिस्थितीत त्याच्या हालचालीसाठी कॅम प्रोफाइल विकसित करा. (Develop a Cam profile for given type of Follower and its motions in given situation.)

#### घटक निष्पत्ती

TLO 3.1 कॅम आणि त्याची परिभाषा फील्ड ॲप्लिकेशनसह स्पष्ट करा. (Explain Cam and its terminology with field application.)

TLO 3.2 फॉलोअरच्या हालचालीचे प्रकार ओळखा (Identify the type of motion of Follower.)

TLO 3.3 कॅम्स आणि फॉलोअर्सचे वर्गीकरण करा (Classify Cams and Followers.)

TLO 3.4 फॉलोअरच्या दिलेल्या अटीनुसार कॅम प्रोफाइल काढा. (Draw Cam profile as per the given condition of Follower)

### 3.1 कॅम आणि फॉलोअर चा परिचय

कॅम आणि फॉलोअर ची व्याख्या आणि अनुप्रयोग

कॅम हा फिरणारा मशीन घटक आहे जो फॉलोअर अनुयायी म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या दुसऱ्या घटकाला रेसिप्रोकेटिंग आणि ऑसिलेटिंग हालचाल (परस्पर किंवा दोलन गती) देतो. कॅम आणि फॉलोअरमध्ये एक रेषेचा संपर्क असतो आणि एक हायर पेअर बनवते. कॅम सामान्यतः शाफ्टद्वारे एकसमान वेगाने फिरवले जातात परंतु फॉलोअर गती पूर्वनिर्धारित असते आणि कॅमच्या आकारानुसार असते. कॅम चा मोठ्या प्रमाणावर वापर खालील दिलेल्या कामाकरता केला जातो

- I.C इंजिन चे इनलेट आणि एक्झॉस्ट वाल्व्ह ऑपरेटिंग करण्यासाठी
- मशिनरी पेपर कटिंग मशीनचे स्वयंचलित अटॅचमेंट कार्यवित करण्यासाठी
- कापड यंत्रे, कातणे आणि विणणे करिता
- स्वयंचलित लेथ इ.ची फीड यंत्रणा. कार्यवित करण्यासाठी

#### 3.1.1 कॅम टर्मिनॉलॉजी (Cam Terminology)

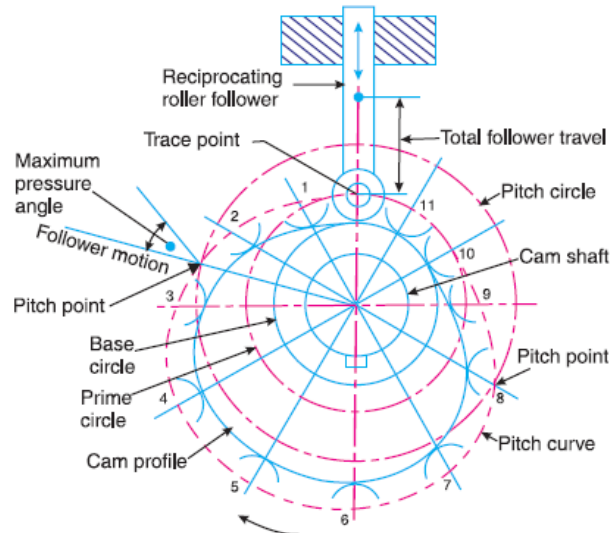


Fig.3.1.1 कॅम टर्मिनॉलॉजी

- बेस वर्तुळ : कॅम सेंटर पासून कॅम प्रोफाइलच्या कोणत्याही भागापर्यंत सर्वात लहान त्रिज्या असलेले वर्तुळ.

- b. ट्रेस पॉइंट: हा फॉलोअर वरील बिंदू आहे आणि त्याची गती फॉलोअर च्या हालचालीचे दिशा दर्शवते. हा पॉइंट वक्रकार रेषा(pitch curve) निर्माण करण्यासाठी वापरला जातो
- c. प्रेशर अँगल: फॉलोअरच्या गती ची दिशा आणि पिच कर्व ला काढलेली नॉर्मल यांच्यातील कोन.
- d. पिच पॉइंट: पिच पॉइंट हा कमाल प्रेशर अँगल असताना पीच सर्कल वरिल बिंदूशी संबंधित असतो

कॅम आणि फॉलोअर चे वर्गीकरण:

जरी कॅमचे अनेक प्रकारे वर्गीकरण केले जाऊ शकते, त्यापैकी खालीलप्रमाणे वर्गीकृत करू शकतो:

1. रेडियल किंवा डिस्क कॅम.

2. सिलेंड्रिकल कॅम.

(1) रेडियल कॅम- रेडियल कॅममध्ये, कॅमच्या अक्षाला लंब असलेल्या दिशेने फॉलोअर्स रेसिप्रोकेट (Reciprocate) किंवा ऑसिलेट (Oscillate) करतात.

FIGURE 3.2.1 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे रेडियल कॅम असतात.

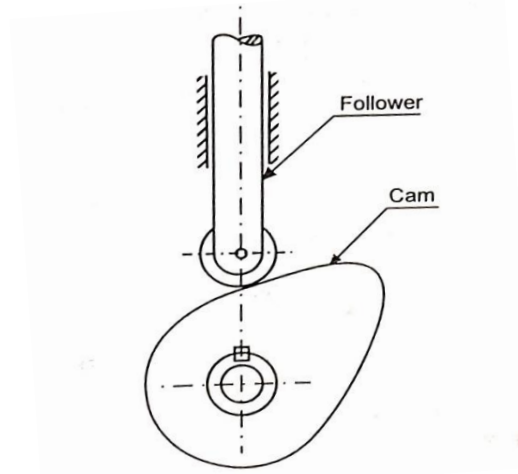


Fig.3.2.1 Radial cam

सिलेंड्रिकल कॅममध्ये फॉलोअर कॅमच्या अक्षाच्या समांतर दिशेने परस्पर क्रिया करतो किंवा दोलन करतो(Reciprocate and oscillate) फॉलोअर्स त्याच्या सिलेंड्रिकल (दंडगोलाकार) पृष्ठभागावर ग्रूव्हमध्ये फिरतो.FIGURE 3.2.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सिलेंड्रिकल फॉलोअर, कॅम ऍक्सिस च्या समांतर प्रतलात रेसिप्रोकेट किंवा ओसिलेट (oscillate) होतो .

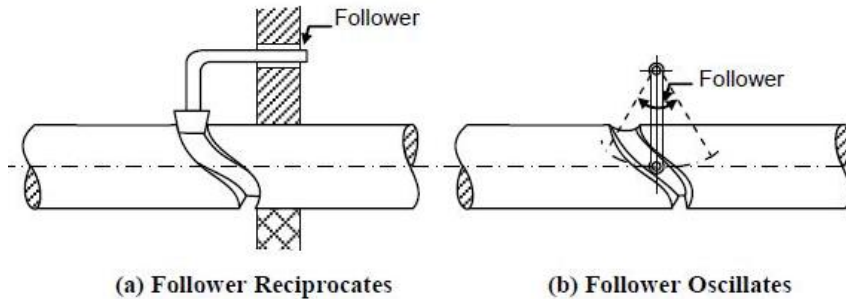


Fig.3.2.2 सिलेंड्रिकल कॅम

3.1.2 फॉलोअर यांचे वर्गीकरण

(1) फॉलोअर च्या आकारानुसार

(a) नाईफ एज फॉलोअर

- (b) रोलर फॉलोअर
- (c) फ्ल्याट फेस फॉलोअर
- (d) स्पेरीकल फॉलोअर
- (2) फॉलोअरच्या गतीच्या रेषेनुसार (Line of motion)
  - (a) रेडियल फॉलोअर
  - (b) ऑफसेट फॉलोअर
- (3) ) फॉलोअरच्या गतीनुसार किंवा हालचालीनुसार
  - (a) रेसिप्रोकेटिंग फॉलोअर फॉलोअर
  - (b) ऑसिलेटिंग फॉलोअर

(a) नाईफ एज फॉलोअर: जेव्हा फॉलोअरच्या संपर्काच्या टोकाला चाकूची तीक्ष्ण धार असते, तेव्हा त्याला FIGURE 3.23'a' मध्ये दाखवल्याप्रमाणे नाईफ एज फॉलोअर म्हणतात.

(b) रोलर फॉलोअर: जेव्हा फॉलोअरचा स्पर्श बिंदू (contacting end) रोलर असतो, तेव्हा त्याला रोलर फॉलोअर म्हणतात, जसे FIGURE.3.2.3'b" मध्ये दाखवले आहे.

(c) फ्लॅट फेस फॉलोअर: या प्रकारचे फॉलोअर . FIGURE 3.2.3"c" मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे. सपाट पृष्ठभागासारखे दिसते

(d) स्पेरीकल फेस फॉलोअर: FIGURE 3.2.3"d" मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे दिसतात आणि ते फ्लॅट फेस फॉलोअर चे बदलेले रूप आहे

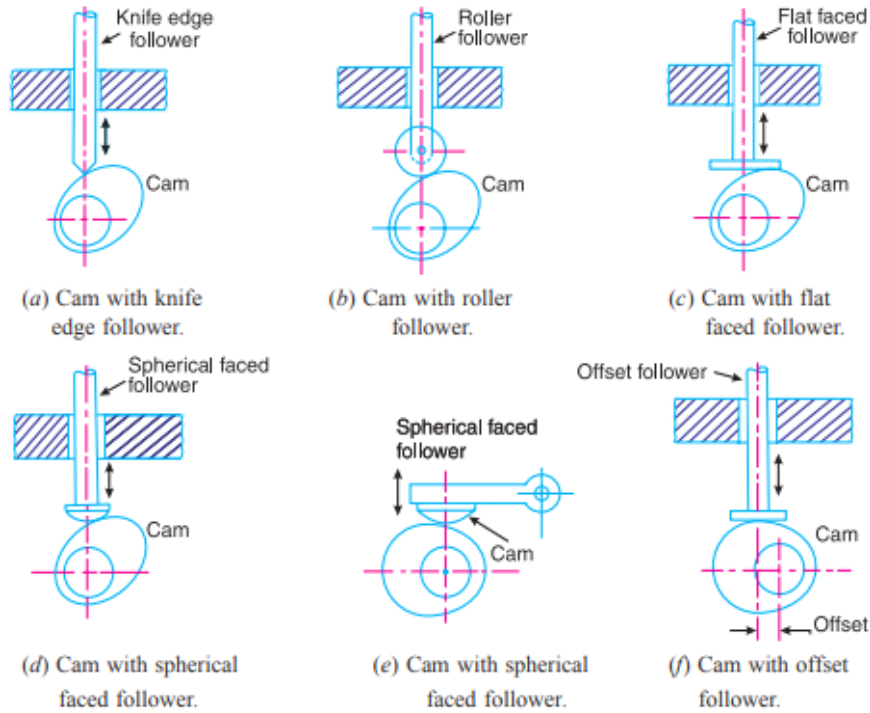


Fig. 3.2.3 फॉलोअरचे प्रकार

- (2) फॉलोअरच्या गतीच्या रेषेनुसार (Line of motion)
  - (a) रेडियल फॉलोअर

FIGURE 3.2.4 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे ,जेव्हा फॉलोअरची गतीची रेषा कॅमच्या मध्यभागी जाणाऱ्या अक्षातून असते तेव्हा त्याला रेडियल फॉलोअर म्हणतात. थोडक्यात, या प्रकारच्या फॉलोअरमध्ये,फॉलोअरची लाइन ऑफ मोशन, हि कॅमशाफ्ट च्या मध्यभागातून जाते.

b) ऑफसेट फॉलोअर-

FIGURE 3.2.5 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे जेव्हा फॉलोअरची गती कॅम सेंटरच्या अक्षापासून(Axis) दूर असते तेव्हा त्याला ऑफ-सेट फॉलोअर म्हणतात

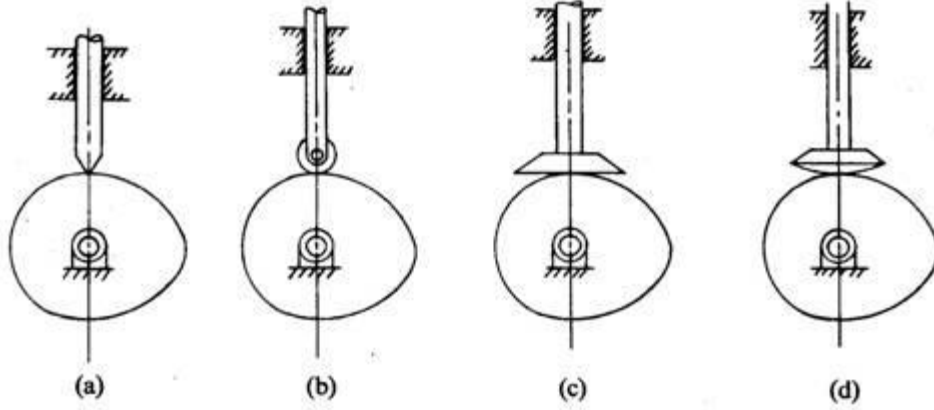


Fig. 3.2.4  
रेडियल फॉलोअर

b) ऑफसेट फॉलोअर-

FIGURE 3.2.5 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे जेव्हा फॉलोअरची गती कॅम सेंटरच्या अक्षापासून दूर असते तेव्हा त्याला ऑफ-सेट फॉलोअर म्हणतात

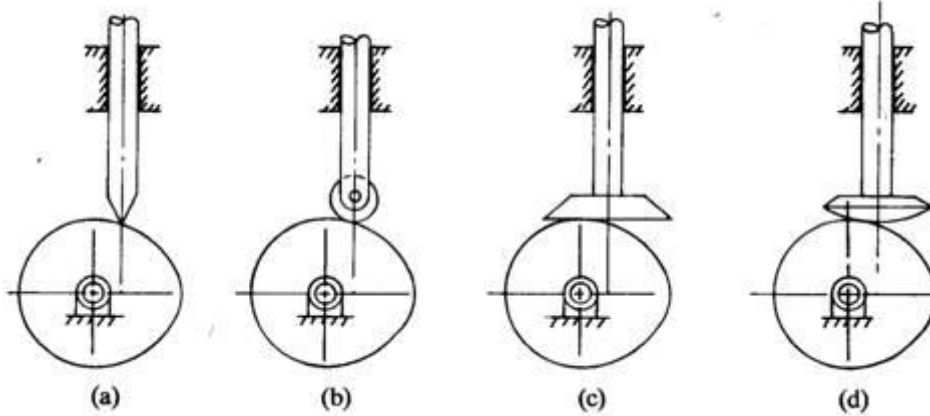


Fig 3.2.5  
ऑफसेट फॉलोअर-

नाईफ एज फॉलोअर आणि रोलर फॉलोअर :

नाईफ एज फॉलोअरच्या बाबतीत कॅम आणि फॉलोअरच्या संपर्क पृष्ठभागाच्या दरम्यान असणारी हालचाल हि स्लायडिंग हालचाल असते. लहान/कमी संपर्क क्षेत्रामुळे, फॉलोअरची जास्त प्रमाणात झीज होते ; त्यामुळे ते वारंवार वापरले जात नाही. रोलर फॉलोअरमध्ये पृष्ठभागाच्या दरम्यान रोलिंग हालचाल असते व अधिक संपर्क क्षेत्र असते , त्यामुळे झिजेचा दर(wear rate) मोठ्या प्रमाणात कमी होतो.

रोलर फॉलोअरचे फायदे:

- (i) कमी झीज ,व अधिक आयुष्य प्राप्त करता येते  
(ii) नाईफ एज फॉलोअरच्या तुलनेत कमी साइड थ्रस्ट (less side thrust)

### 3.1 वेगवेगळ्या फॉलोअर मोशन आणि त्याच्या डिस्प्लेसमेंट आकृत्या :

#### 3.1 फॉलोअर हालचाल वीथ युनिफॉर्म व्हेलॉसिटी(velocity)

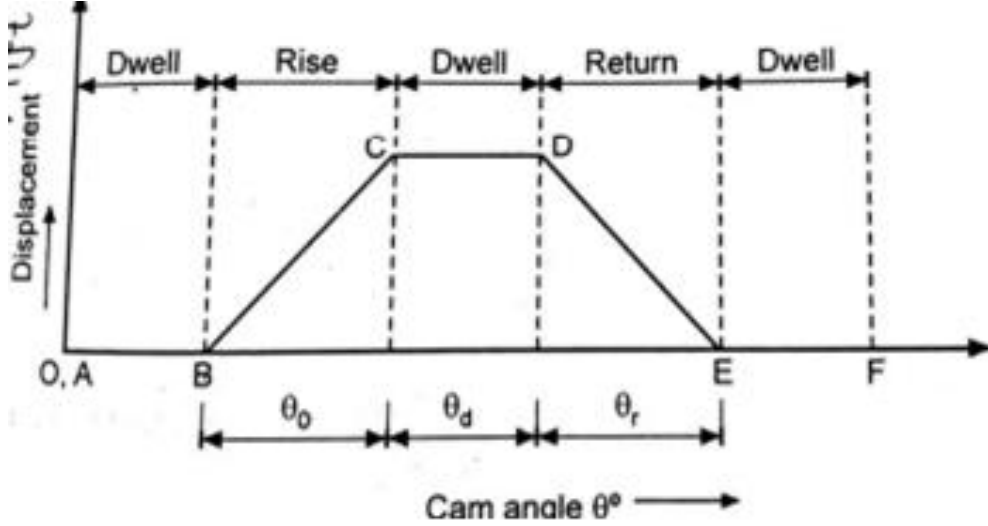


Fig. 3.3.1

डिस्प्लेसमेंट FIGURE फॉर मोशन ऑफ फॉलोअर वीथ युनिफॉर्म व्हेलॉसिटी वरील विस्थापन FIGURE मध्ये, ( डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम् ) X एक्सिस वर कॅमचे कोनीय विस्थापन (कॅम अँगल ) अंशांमध्ये दर्शविते आणि Y एक्सिस वर फॉलोअरचे लिफ्ट किंवा स्ट्रोक मिमीमध्ये दर्शविते. एकसमान वेगात, उतार स्थिर असतो. AB, CD आणि EF रेषा झिरो हालचाल कालावधी (dwell period) आणि रेषा BC आणि DE अनुक्रमे एकसमान वेगासह राइज (Rise) आणि रिटर्न (Return) स्ट्रोक दर्शवतात,

#### 3.1.2 मोशन ऑफ फॉलोअर वीथ सिंपल हार्मोनिक मोशन (SHM)

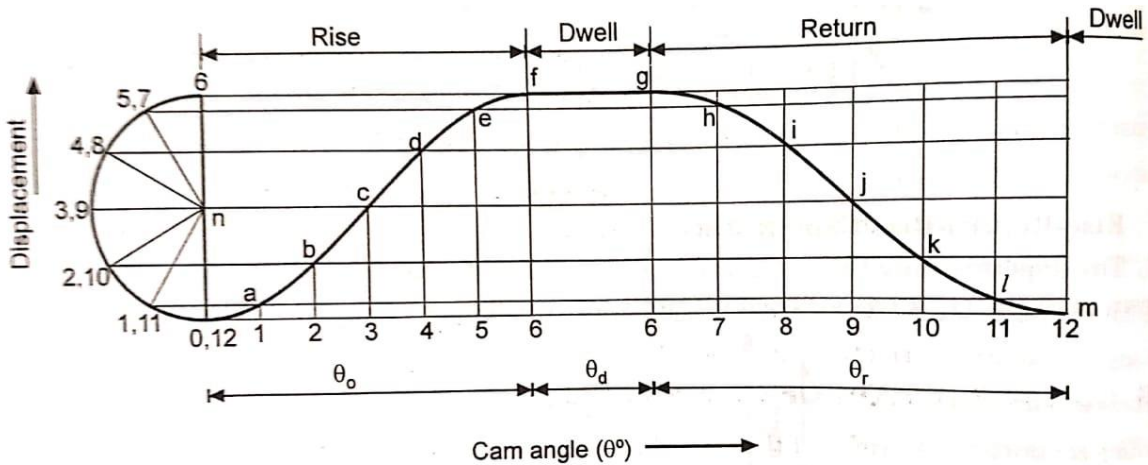


FIGURE 3.3.2

डिस्प्लेसमेंट FIGURE फॉर मोशन ऑफ फॉलोअर वीथ सिंपल हार्मोनिक मोशन (SHM) फॉलोअरची गती सिंपल हार्मोनिक मोशन (SHM) असताना, त्याची डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम् FIGURE 3.3.2 मध्ये दर्शविते

विस्थापन FIGURE (डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम्) खालीलप्रमाणे तयार केली आहे

- (i) कॅम राइज (किंवा फॉल) किंवा लिफ्ट किंवा स्ट्रोक "S" व्यास म्हणून अर्धवर्तुळ काढा.

(ii) अर्धवर्तुळाचे कितीही समान भाग करा

(iii) आउटस्ट्रोक आणि रिटर्न स्ट्रोक दरम्यान कॅमचे कोनीय विस्थापन समान भागांमध्ये आणि अर्धवर्तुळाच्या समान संख्येमध्ये विभाजित करा

(iv) अर्धवर्तुळावरील बिंदू FIGURE 3.3.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे कॅम कोनांच्या संबंधित स्थानांवर प्रक्षेपित केले आहेत.

(iv) वरील बिंदूंच्या छेदनबिंदूंना जोडणारी वक्रकार रेषा FIGURE 3.3.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे डिस्प्लेसमेंट वक्रकार रेषा दर्शवि ते

3.1.3 मोशन ऑफ फॉलोअर वीथ युनिफॉर्म ऍक्सलरेशन अँड रीटारडेशन (Motion of follower with uniform acceleration and retardation):

3.1.4 युनिफॉर्म ऍक्सलरेशन अँड रीटारडेशन:

जेव्हा फॉलोअर युनिफॉर्म ऍक्सलरेशन अँड रीटारडेशन गती ने चालतो तेव्हा त्याची डिस्प्लेसमेंट डिग्राम FIGURE 3.3.2 मध्ये दर्शवि ते

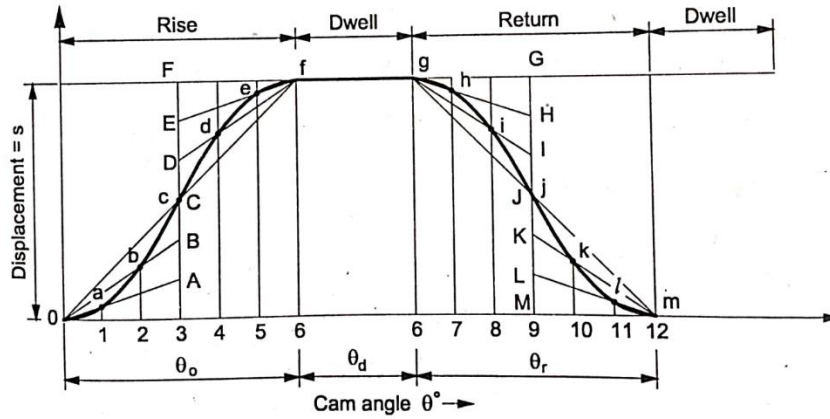


Fig.3.3.3

3.1.5 डिस्प्लेसमेंट FIGURE फॉर युनिफॉर्म ऍक्सलरेशन अँड रीटारडेशन

डिस्प्लेसमेंट डायग्राम (विस्थापन FIGURE) खालील प्रमाणे तयार केली आहे-

(i) आउटस्ट्रोक आणि रिटर्न स्ट्रोक दरम्यान कॅमचे कोनीय विस्थापन समान भागांमध्ये विभाजित करा आणि या बिंदूंमधून उभ्या रेषा काढा.

(ii) बिंदू 3 वरून एक उभी रेषा काढा आणि तिला A, B, C, D, E आणि F नावाच्या समान संख्येच्या भागांमध्ये विभाजित करा.

(iii) OA, OB, OC, fD, fE, fF इ. जोडा

(iv) बिंदू 1,2,3,4,5 आणि 6 वरून काढलेल्या उभ्या रेषांसह या रेषांचे छेदनबिंदू o,a,b,c,d, e आणि f बिंदू देतात.

(v) या बिंदूंना जोडणारी कर्व आउटस्ट्रोकसाठी डिस्प्लेसमेंट वक्रकार रेषा दर्शवते.

(vi) रिटर्न स्ट्रोकसाठी देखील हीच पद्धत अवलंबा.

**दिलेल्या फॉलोअर मोशनसाठी कॅम प्रोफाइलचे निर्धारण:**

कॅम प्रोफाइल काढण्यासाठी खालील प्रक्रिया अवलंबली जाऊ शकते-

1. दिलेल्या फॉलोअर मोशनसाठी विस्थापन FIGURE काढा

2. कायन्यामेटिक इन्व्हरजण चे तत्त्व लागू करा म्हणजे कॅम स्थिर आहे आणि फॉलोअर कॅमभोवती फिरत आहे कॅम रोटेशनच्या दिशेच्या विरुद्ध दिशेने फिरत आहे.

3. कॅमचे मूळ वर्तुळ काढा आणि त्याचा घेर , विस्थापन FIGUREमध्ये(displacement diagram) वापरल्या जाणाऱ्या भागांप्रमाणेच समान भागांमध्ये विभाजित करा.
4. वेगवेगळ्या कोनीय विस्थापनाशी संबंधित फॉलोअर ची विविध पोजिशन्स काढा.
- 5 वेगवेगळ्या स्थितीत ट्रेस पॉइंट किंवा संपर्क पृष्ठभागावर स्पर्शिका काढा व हिच कॅम प्रोफाईल असेल

### 3.4.1 Drawing of profile of radial Cam with knife-edge Follower with and without offset

Ex.3.1- A cam is to give the following motion to a knife edged follower :

Outstroke during 60° of cam rotation

Dwell for next 30° of cam rotation

Return stroke during next 60° of cam rotation and

Dwell for the remaining 210° of cam rotation, Stroke of follower = 40mm

Minimum radius of cam = 50mm

The follower moves with uniform velocity during both the outstroke and return strokes.

Draw the profile of the cam when

(a) Profile of the cam when the axis of follower passes through the axis of cam shaft

(b) Profile of the cam when the axis of the follower is offset by 20mm from the axis of the cam shaft:

Solution

सर्व प्रथम, FIGURE3.4.1 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, विस्थापन FIGURE खालील चर्चा केल्याप्रमाणे काढली आहे:

1. काही योग्य स्केलवर क्षैतिज रेषा AX = 360° काढा . या ओळीवर, फॉलोअरच्या आउटस्ट्रोकचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी AS = 60°, ड्युएल चे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी ST = 30°, रिटर्न स्ट्रोकचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी TP = 60° आणि(dwell) ड्युएल चे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी PX = 210° चिन्हांकित करा.
2. फॉलोअर (म्हणजे 40 मि.मी.) च्या स्ट्रोकच्या बरोबरीची उभी रेषा AY काढा आणि FIGURE3.4.1. मध्ये दाखवल्याप्रमाणे आयत पूर्ण करा.
3. आऊटस्ट्रोक आणि रिटर्न स्ट्रोक दरम्यान कोनीय विस्थापन कोणत्याही समान भागांमध्ये विभाजित करा (सहा म्हणा) आणि प्रत्येक बिंदूमधून उभ्या रेषा काढा.
4. आउटस्ट्रोक आणि रिटर्न स्ट्रोक दरम्यान फॉलोअर एकसमान वेगाने फिरत असल्याने, विस्थापन FIGUREमध्ये सरळ रेषा असतात. AG आणि HP जोडा
5. संपूर्ण विस्थापन FIGURE AGHPX द्वारे FIGURE3.4.1 मध्ये दर्शविली आहे

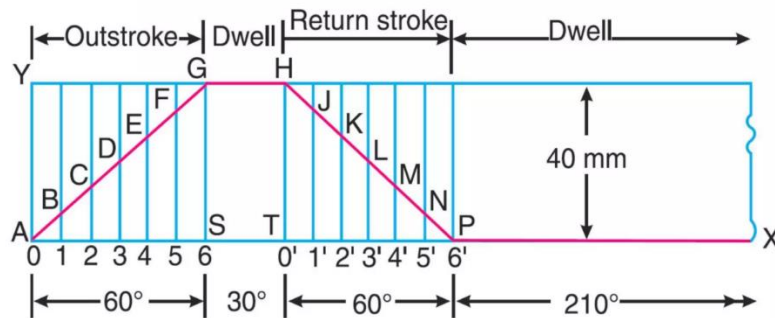


Fig 3.4.1

डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम फॉर मोशन ऑफ फॉलोअर वीथ युनिफॉर्म व्हेलॉसिटी:

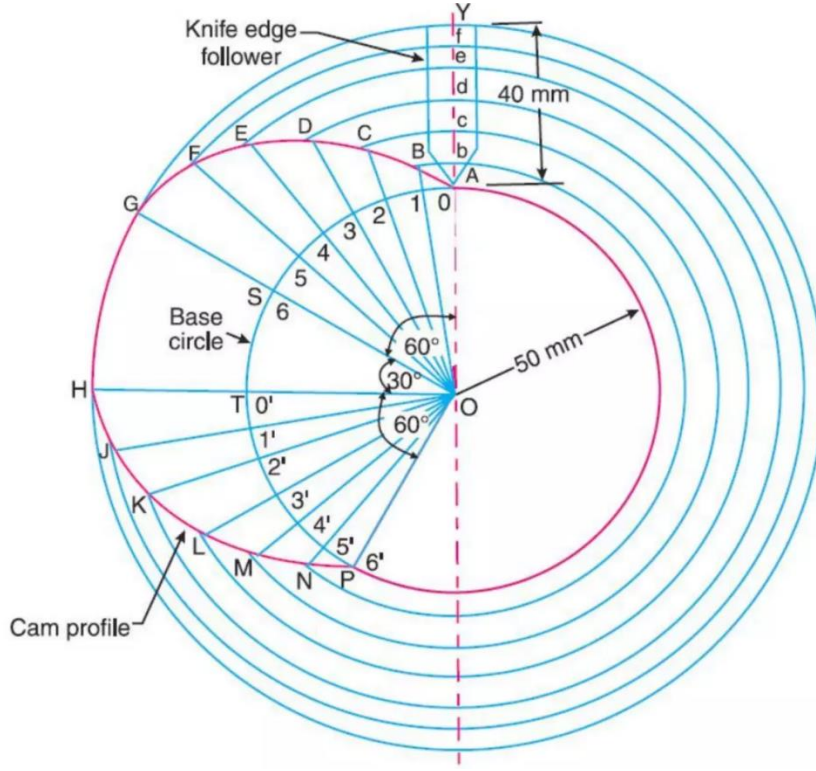


Fig 3.4.2

कॅम प्रोफाइल

FIGURE 3.4.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे जेव्हा फॉलोअरचा अक्ष कॅम शाफ्टच्या अक्षातून जातो तेव्हा कॅमचे प्रोफाइल खालील चरणांमध्ये चर्चा केल्याप्रमाणे काढले आहे:

1. मध्यभागी O सह कॅमच्या किमान त्रिज्या (म्हणजे 50 मि.मी.) च्या समान त्रिज्या असलेले बेस वर्तुळ काढा.
2. फॉलोअरचा अक्ष कॅम शाफ्टच्या अक्षातून जात असल्याने, FIGURE 3.4.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे ट्रेस पॉइंट A चिन्हांकित करा.
3. OA वरून, आउटस्ट्रोक दर्शविण्यासाठी कोन AOS = 60°, dwell दर्शविण्यासाठी कोन SOT = 30° आणि रिटर्न स्ट्रोकचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी TOP = 60° कोन चिन्हांकित करा.
4. आउटस्ट्रोक आणि रिटर्न स्ट्रोक दरम्यान कोनीय विस्थापन (म्हणजे कोन AOS आणि कोन TOP) विस्थापन FIGURE मध्ये समान सम भागांच्या समान संख्येमध्ये विभाजित करा.
5. बिंदू 1, 2, 3 ... इत्यादी जोडा. आणि O', 1', 2', 3', ... इ केंद्र O सह आणि FIGURE 3.4.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे मूळ वर्तुळाच्या पलीकडे स्थापन करा.
6. आता 1B, 2C, 3D ... इत्यादी सेट करा. आणि विस्थापन FIGURE वरून O' H, 1' J ... इ.
7. A, B, C, ..., M, N, P या बिंदूंना वळणदार वक्र रेषेने (smooth curve) जोडा. वक्र रेषा AGHPA हे कॅमचे पूर्ण प्रोफाइल आहे.

टिपा: B, C, D ... L, M, N हे बिंदू खालीलप्रमाणे मिळू शकतात:

1. फॉलोअरच्या अक्षावर AY = 40 मिमी चिन्हांकित करा आणि विस्थापन FIGURE प्रमाणे 1B, 2C, 3D ... इत्यादी अंतरांच्या समान Ab, Ac, Ad ... इ.चा संच.
2. कॅम O च्या मधोमध, त्रिज्या Ob, Oc, Od इ. सह arcs काढा. कंस उत्पादित रेषा 01, 02 ... इत्यादींना B, C, D ... L, M, N येथे छेदतात

**b) Profile of the cam when the axis of the follower is offset by 20mm from the axis of the cam shaft:**

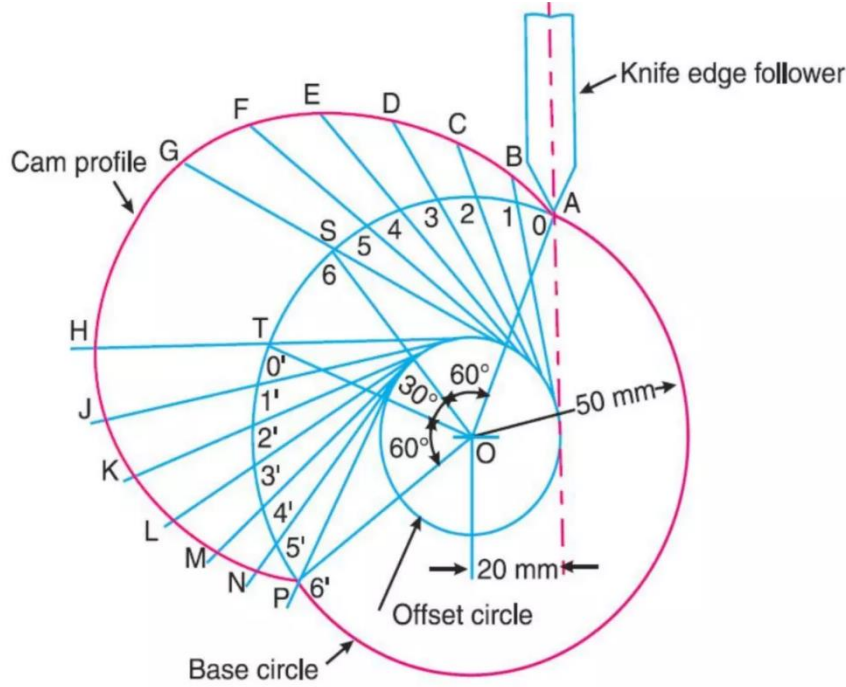


Fig 3.4.3 कॅम प्रोफाइल

FIGURE 3.4.3 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे फॉलोअरचा अक्ष कॅम शाफ्टच्या अक्षापासून ऑफसेट केल्यावर कॅमचे प्रोफाइल खालील चरणांमध्ये चर्चा केल्याप्रमाणे काढले आहे

1. मध्यभागी O सह कॅमच्या किमान त्रिज्या (म्हणजे 50 मि.मी.) असलेले बेस वर्तुळ काढा.
2. कॅमच्या अक्षापासून 20 मिमी अंतरावर फॉलोअरचा अक्ष काढा, जो बेस वर्तुळाला A वर छेदतो.
3. AO जोडा आणि मध्य O सह 20 मिमी त्रिज्येचे ऑफसेट वर्तुळ काढा.
4. OA वरून, आउटस्ट्रोक दर्शविण्यासाठी कोन AOS =  $60^\circ$ , dwell दर्शविण्यासाठी कोन SOT =  $30^\circ$  आणि रिटर्न स्ट्रोकचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी TOP =  $60^\circ$  कोन चिन्हांकित करा.
5. आउटस्ट्रोक आणि रिटर्न स्ट्रोक दरम्यान कोनीय विस्थापन (ई, कोन AOS आणि कोन TOP) विस्थापन FIGUREप्रमाणे समान भागांच्या समान संख्येमध्ये विभाजित करा.
6. आता बिंदू 1, 2, 3... eto, आणि 0, 1, 2, 3... te, बेस वर्तुळावर, ऑफसेट वर्तुळावर स्पर्शिका काढा आणि दाखवल्याप्रमाणे या स्पर्शिका मूळ वर्तुळाच्या पलीकडे तयार करा. अंजीर मध्ये 3.4.3
7. आता विस्थापन FIGUREवरून 1B, 2C, 3D... इ. आणि OH, IJ... इ. सेट करा.
8. A, B, C..., N, P या बिंदूंना गुळगुळीत वक्राने जोडा. वक्र AGHPA हे कॅमचे पूर्ण प्रोफाइल आहे.

#### Cam with knife edged follower without offset with Reciprocating motion

Ex 3.2 A cam, with a minimum radius of 25 mm, rotating clockwise at a uniform speed is to be designed to give a roller follower, at the end of a valve rod, motion described below:

1. To raise the valve through 50 mm during  $120^\circ$  rotation of the cam:
2. To keep the valve fully raised through next  $30^\circ$
3. To lower the valve during next  $60^\circ$  and
4. To keep the valve closed during rest of the revolution i.e.  $150^\circ$

The diameter of the roller is 20 mm and the diameter of the cam shaft is 25 mm.

The displacement of the valve, while being raised and lowered, is to take place with simple harmonic motion Draw the displacement diagram. Draw the profile of the cam when

1. The line of stroke of the valve rod passes through the axis of the cam, and
2. The line of stroke is offset 1.5 mm from the axis of the cam shaft

Data-  $S = \text{स्ट्रोक} = 50 \text{ मिमी}$   $\theta O = 120^\circ$   $\theta R = 60^\circ$

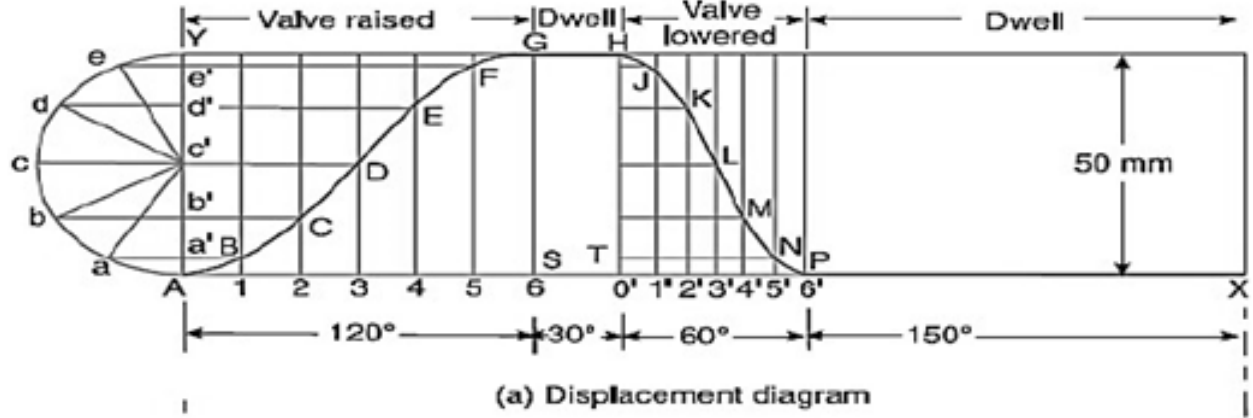


Fig 3.4.4

डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम (विस्थापण FIGURE)

वॉल्व्ह रॉडच्या स्ट्रोकची ओळ कॅम शाफ्टच्या अक्षातून जाते तेव्हा कॅमचे प्रोफाइल कॅमचे प्रोफाइल, FIGURE मध्ये दाखवल्याप्रमाणे, खालील चरणांमध्ये चर्चा केल्याप्रमाणे रेखाटले आहे: मध्यभागी O आणि कॅमच्या किमान त्रिज्या (म्हणजे 25 मिमी) त्रिज्या असलेले आधार वर्तुळ काढा.

- a. केंद्र O आणि त्रिज्या असलेले अविभाज्य वर्तुळ काढा,
- b.  $OA = \text{कॅमची किमान त्रिज्या} + 1/2 \text{ रोलरचा व्यास} = 25 + 1/2 \times 20 = 35 \text{ मिमी}$
- c. वॉल्व्हचा रेंझिंग किंवा आउट स्ट्रोक दर्शवण्यासाठी कोन  $AOS = 120^\circ$ , वॉल्व्हचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी कोन  $SOT = 30^\circ$  आणि वाल्वचे लोअरिंग किंवा रिटर्न स्ट्रोक दर्शवण्यासाठी कोन  $TOP = 60^\circ$  काढा.
- d. वॉल्व्ह वाढवताना आणि कमी करताना कॅमचे कोनीय विस्थापन (म्हणजे, कोन AOS आणि TOP) विस्थापन FIGUREप्रमाणे समान भागांच्या समान संख्येमध्ये विभाजित करा.
- e. केंद्र O सह बिंदू 1, 2, 3, इत्यादी जोडा आणि FIGURE 3.4.5 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे मूळ वर्तुळाच्या पलीकडे असलेल्या रेषा तयार करा.
- f. 1B, 2C, 3D इ. विस्थापन FIGUREवरून विस्थापनांच्या समान सेट करा.
- g. A, B, C या बिंदूंमध्ये सामील व्हा.... N, P, A. या बिंदूंमधून काढलेली वक्रकार रेषा पिच वक्र रेषा म्हणून ओळखली जाते
- h. A, B, C या बिंदूवरून.... N, P, रोलरच्या त्रिज्येइतकी त्रिज्येची वर्तुळे काढा
- i. FIGURE 3.4.5मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे वर्तुळाच्या तळाशी गुळगुळीत वक्रकार रेषेने जोडा हे कॅमचे आवश्यक प्रोफाइल आहे.

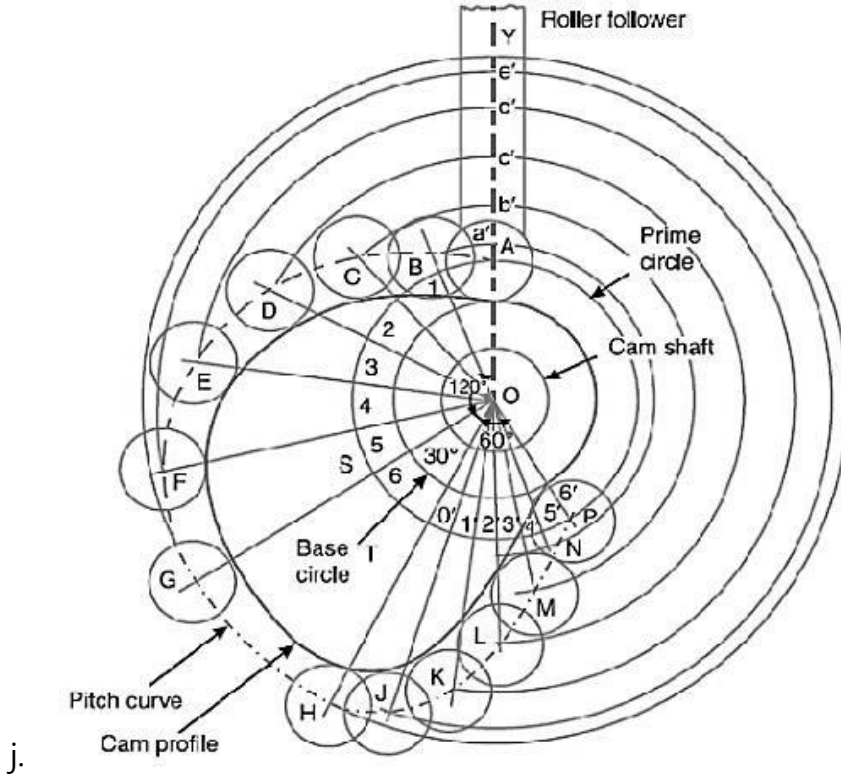


Fig 3.4.5  
कॅम प्रोफाइल

**b) profile of the cam when the line of stroke is offset 15 mm from the axis of the cam shaft:**

FIGURE 3.4.6 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे कॅम शाफ्टच्या अक्षावरून स्ट्रोकची रेषा ऑफसेट केल्यावर कॅमचे प्रोफाइल खालील चरणांमध्ये चर्चा केल्याप्रमाणे काढले जाऊ शकते:

- केंद्र O आणि 25 मिमीच्या समान त्रिज्या असलेले आधार वर्तुळ काढा.
- केंद्र O आणि त्रिज्या OA = 35 मिमी असलेले अविभाज्य वर्तुळ काढा
- केंद्र O आणि 15 मिमीच्या समान त्रिज्या असलेले ऑफसेट वर्तुळ काढा.
- OA . जोडा. OA वरून कॅमचे कोनीय विस्थापन काढा म्हणजे कोन AOS = 120° काढा. कोन SOT = 30° कोन TOP = 60°
- व्हॉल्व्ह वाढवताना आणि कमी करताना कॅमचे कोनीय विस्थापन विस्थापन आकृत्यांप्रमाणे समान सम भागांच्या (म्हणजे सहा भाग) मध्ये विभाजित करा.
- बिंदू 1, 2, 3 वरून.... प्राइम वर्तुळावर ऑफसेट वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- 1B, 2C, 3D ... इ. विस्थापन FIGUREवरून मोजल्याप्रमाणे विस्थापनांच्या बरोबरीने सेट करा.
- A, B, C ... M, N, P. या बिंदूंना गुळगुळीत वक्र जोडून, आपल्याला पिच वक्र मिळते.
- आता A, B, C, इ. केंद्र म्हणून रोलरच्या त्रिज्याइतकी त्रिज्या असलेली वर्तुळे काढा.
- FIGURE 3.4.6 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे वर्तुळांच्या तळाशी असलेले बिंदू वळणदार वक्र रेषेने जोडा . हे कॅमचे आवश्यक प्रोफाइल आहे.

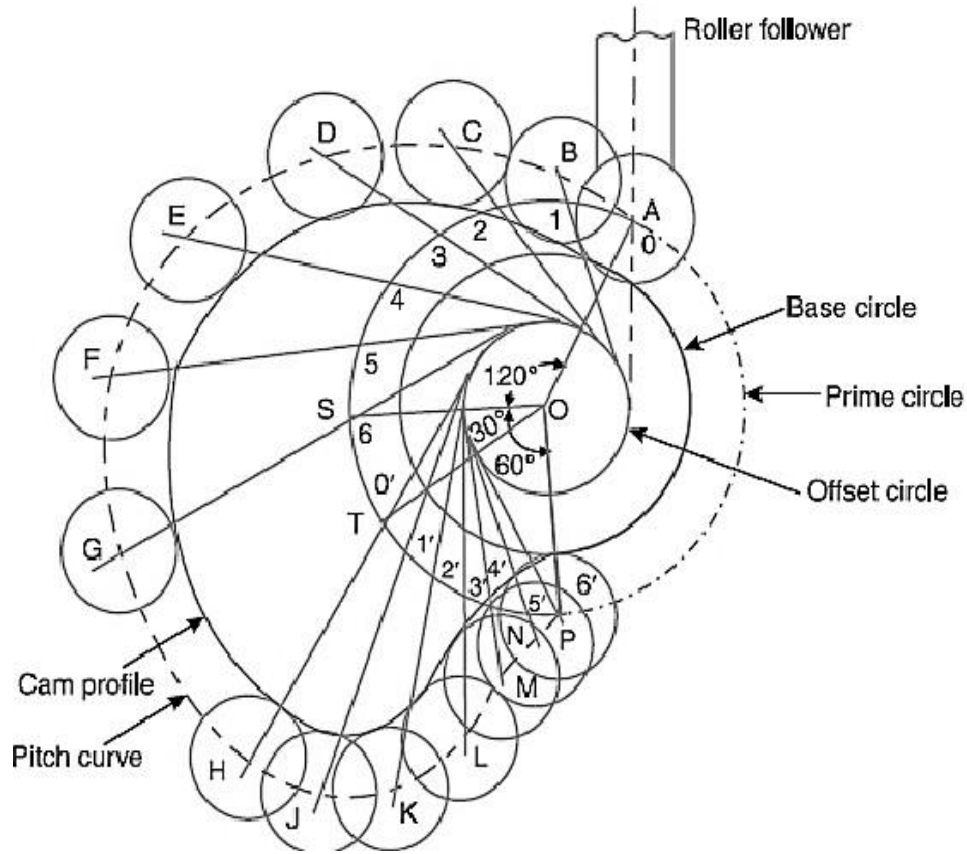


Fig 3.4.6

कॅम प्रोफाइल

Ex.3.3 A cam is to be designed for a knife edge follower with following data:

1. Cam lift = 40mm during  $90^\circ$  of cam rotation with simple harmonic motion
2. Dwell for the next  $30^\circ$
3. During the next  $60^\circ$  of cam rotation, the follower returns to its original position with simple harmonic motion
4. Dwell during the remaining  $180^\circ$

Draw the profile of the cam when

- (a) The line of stroke of the follower passes through the axis of the cam shaft, and
- (b) The line of stroke is offset 20mm from the axis of the cam shaft

The radius of the base circle of the cam is 40 mm

Solution: Given  $S=40\text{mm}$  ; outstroke =  $90^\circ$  ; return stroke =  $60^\circ$

डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम Fig 3.4.7 दाखवल्या प्रमाणे काढा

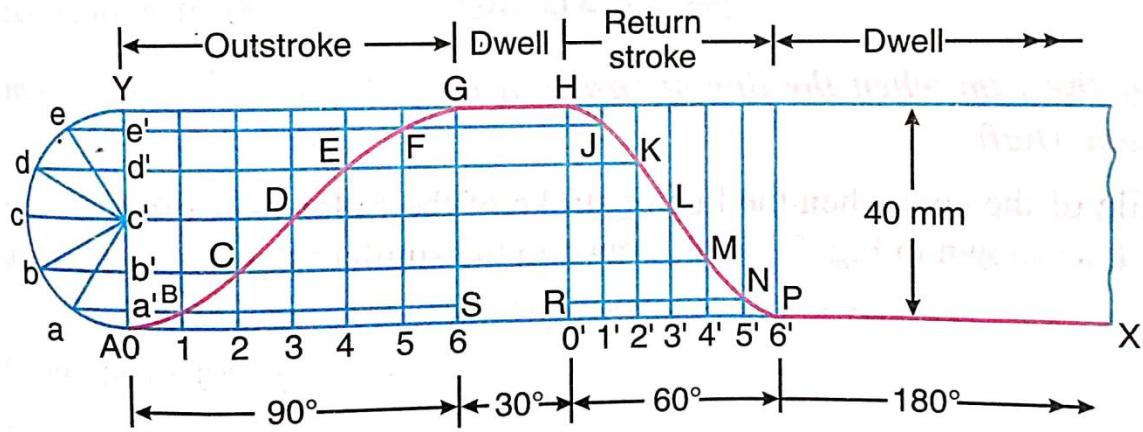


Fig.3.4.7  
डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम

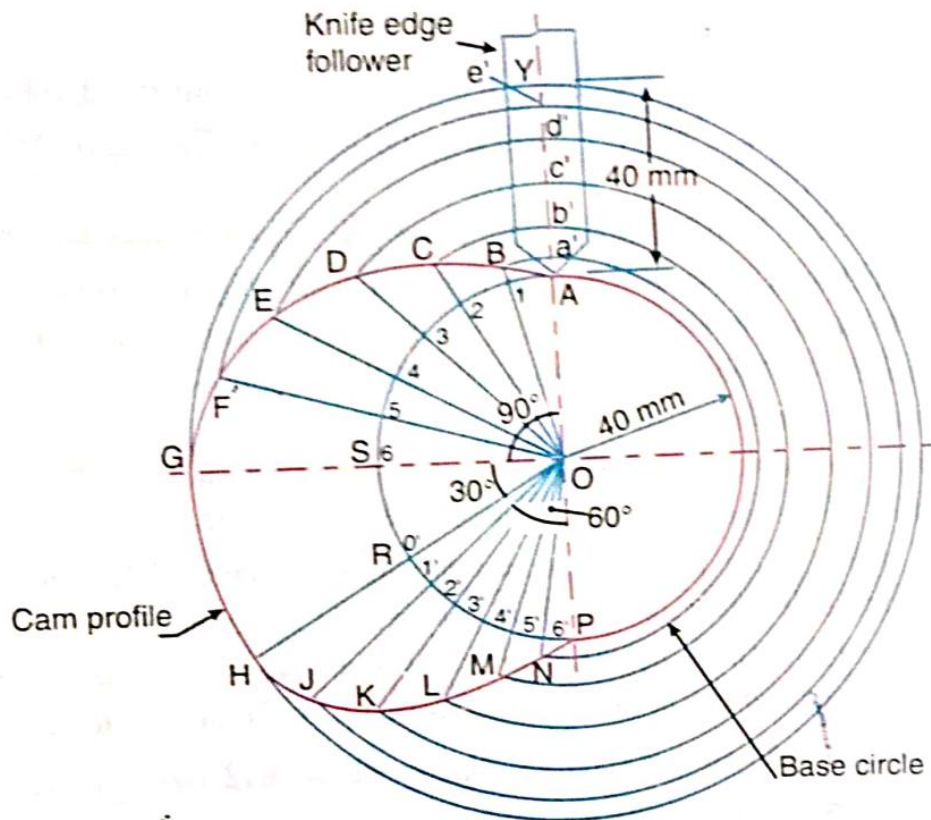


Fig3.4.8  
कॅम प्रोफाइल

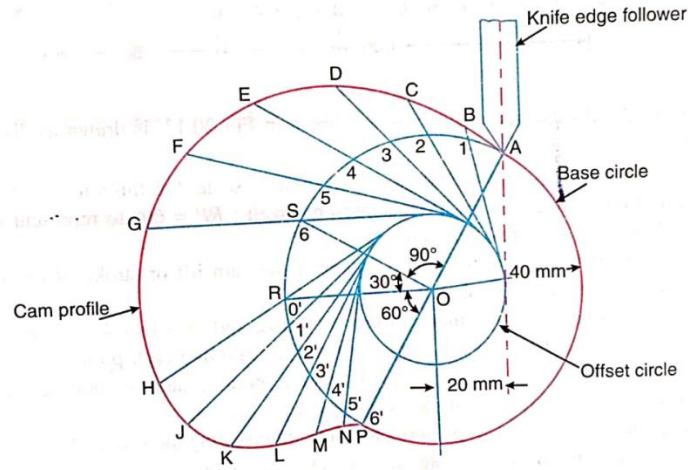


Fig.3.4.9  
Cam profile

Ex3.4 The following data relate to cam profile in which knife edged follower moves with uniform acceleration and deceleration during ascent and descent:

Minimum radius of cam = 30mm

Lift = 50mm

Offset of follower axis = 12mm towards right

Angle of ascent =  $80^\circ$

Angle of descent =  $110^\circ$

Angle of dwell between ascent and decent =  $60^\circ$

Draw the profile of the cam.

Solution

Given data

फॉलोअरची लिफ्ट  $s = 50\text{mm}$ ,

बाह्य कोन  $\theta_o = 80^\circ$

पुन्हा वळण्यासाठीचा कोन  $\theta_R = 110^\circ$

झिरो हालचालीचा कोन,  $\theta_{d1} = 60^\circ$

झिरो हालचालीचा कोन  $\theta_{d2} = 110^\circ$

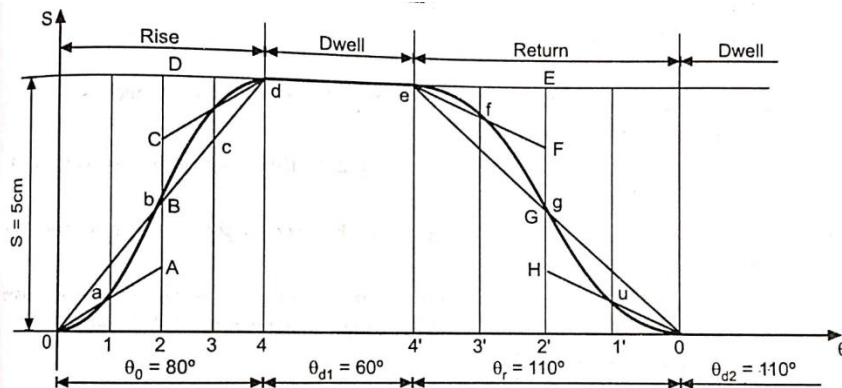


Fig.3.4.10  
डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम

- (i) अनुक्रमे कॅम अँगल आणि स्ट्रोक दर्शवण्यासाठी (क्षैतिज) आणि उभ्या अक्षांवर योग्य स्केल घ्या
- (ii) असेन्ट अँगल (चढण कोन)  $\theta_0$  ला 4 चार समान भागांमध्ये 1,2,3, 4 असे विभाजित करा
- (iii) 1,2,3,4 वर ऑर्डिनेट काढा
- (iv) ऑर्डिनेट 2 चे 4 भाग A, B, C, D असे विभाजन करा
- (v) ऑर्डिनेट 1 वर "a" मिळवण्यासाठी "OA" जोडा . त्याचप्रमाणे b, c आणि d गुण मिळवा
- (vi) विस्थापन FIGURE प्राप्त करण्यासाठी a,b,c,d जोडा
- (vii) रिटर्न स्ट्रोक अँगलचे 8 समान भाग 4',3',2',1' असे विभाजन करा.
- (viii) 4',3',2',1' वर ऑर्डिनेट काढा
- (ix) 2' वरील ऑर्डिनेटला 4 समान भागांमध्ये E,F,G,H असे विभाजित करा
- (x) ऑर्डिनेट 3' वर "f" मिळवण्यासाठी करण्यासाठी eF ला जोडा . त्याचप्रमाणे बिंदू g,h मिळवा
- (xi) विस्थापन FIGURE मिळविण्यासाठी बिंदू e, f, g,h,o जोडून घ्या
- (xii) ड्युएल दरम्यान, विस्थापन FIGURE आडवी( क्षैतिज )सरळ रेषा आहे

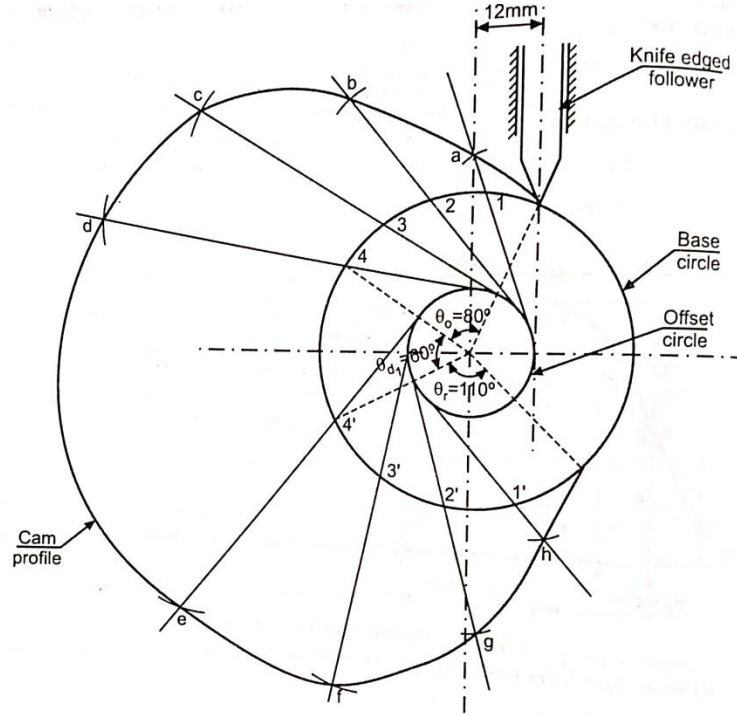


Fig.3.4.11

Cam profile

कॅमचे प्रोफाइल खालील टप्प्या मध्ये चर्चा केल्याप्रमाणे काढले जाऊ शकते:

- i) केंद्र आणि 30 मिमी त्रिज्या म्हणून "P" सह बेस वर्तुळ काढा
- (ii) P ला केंद्र आणि 12 मिमी त्रिज्या म्हणून घेऊन, ऑफसेट वर्तुळ काढा
- (iii) FIGURE 3.4.11 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे उजव्या बाजूला ऑफसेट वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- (iv) FIGURE 3.4.11 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे फॉलोअरचे पहिले स्थान काढा
- (v) PO जोडा आणि PO वरून,  $\theta_0$ ,  $\theta_{d1}$ ,  $\theta_R$ ,  $\theta_{d2}$  हे कॅमच्या फिरण्याच्या दिशेच्या विरुद्ध दिशेने म्हणजे ह्या उदाहरणात घड्याळाच्या उलट दिशेने (अँटी क्लॉक वाईज) मोजा.
- (vi) आउटस्ट्रोकचा कोन 1, 2, 3, 4 अशा चार समान भागांमध्ये विभाजित करा.

(vii) P-1, P-2, P-3, P-4 मध्ये जोडा

(viii) 1,2,3,4 वर ऑफसेट वर्तुळांसाठी स्पर्शरेषा काढा

(ix) विस्थापन '1-a', '2-b', '3-c', '4-d' स्पर्शिकेच्या बाजूने अनुक्रमे 1,2,3,4 वर हस्तांतरित करा

(x) रिटर्न स्ट्रोकची प्रक्रिया पुन्हा करा

(xi) आवश्यक कॅम प्रोफाइल मिळविण्यासाठी गुळगुळीत वक्ररेषे द्वारे o, a, b, c, d, e, f, g, h, o जोडा

Ex.3.5A cam is to be designed for a knife edge follower with following data:

1. Cam lift = 25mm during  $60^\circ$  of cam rotation with simple harmonic motion

2. Dwell for the next  $30^\circ$

3. During the next  $60^\circ$  of cam rotation, the follower returns to its original position with simple harmonic motion

4. Dwell during the remaining  $210^\circ$

Draw the profile of the cam when

(a) The line of stroke of the follower passes through the axis of the cam shaft, and

Solution: Given  $S=40\text{mm}$  ; outstroke =  $90^\circ$  ; return stroke =  $60^\circ$

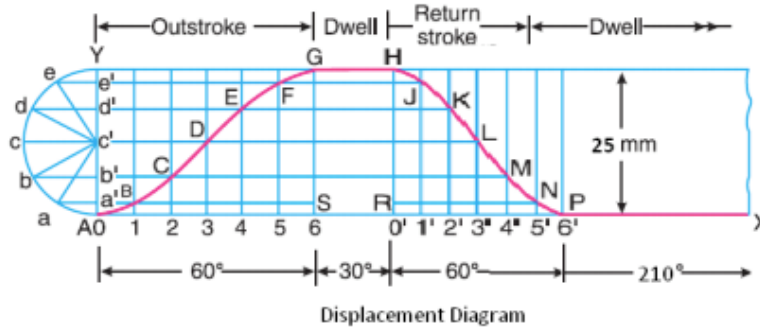


Fig.3.4.12

डिस्प्लेसमेंट डायग्रॅम

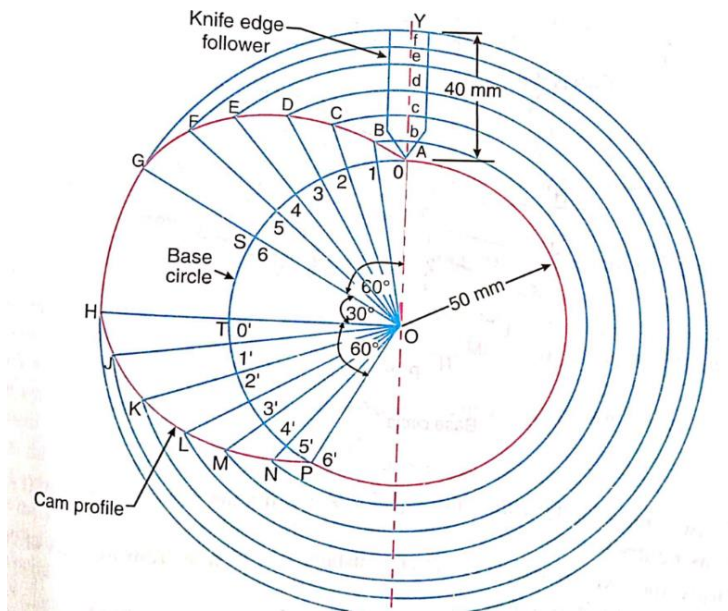


Fig.3.4.13

Ex.3.6 A cam operates a roller, in line reciprocating follower.

The further specifications are:

- Minimum radius of cam=25mm
- Lift of the follower=30mm
- Diameter of roller=15mm
- Angle of lift= $120^\circ$  (Nature of lift is SHM)
- Outer dwell angle= $30^\circ$
- Angle of return =  $150^\circ$

(Nature of return is uniform acceleration and retardation where acceleration is equal to retardation in magnitude)

Draw the displacement diagram and cam profile when the the axis of roller passes through axis of cam.

Solution : Given data

फॉलोअरची लिफ्ट =  $S = 30\text{mm}$

लिफ्टचा कोन,  $\theta_o = 120^\circ$

झिरो हालचालीचा कोन,  $\theta_d = 30^\circ$

पुन्हा वळण्यासाठीचा कोन,  $\theta_r = 150^\circ$

कॅमची किमान त्रिज्या = 25mm

रोलरचा व्यास =  $d_r = 15\text{mm}$

रोलरची त्रिज्या =  $r_r = 7.5\text{mm}$

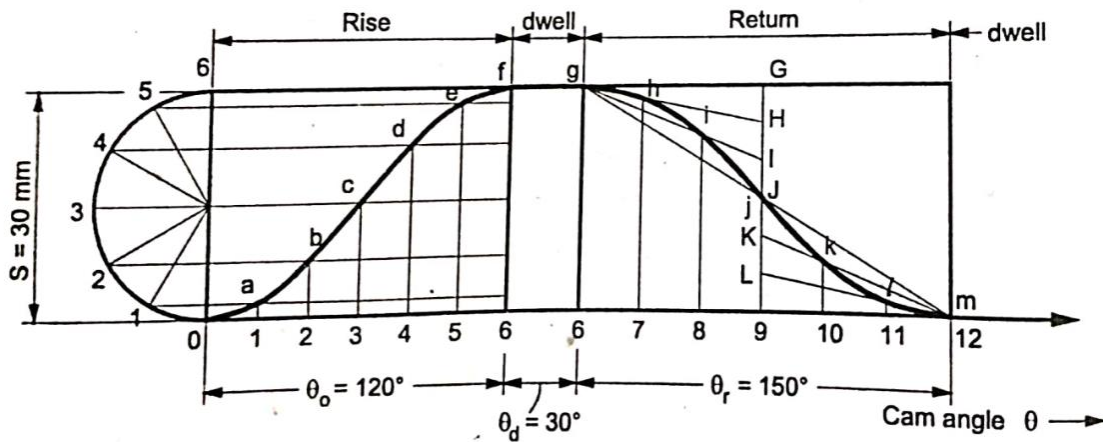


Fig.3.4.14  
Displacement diagram

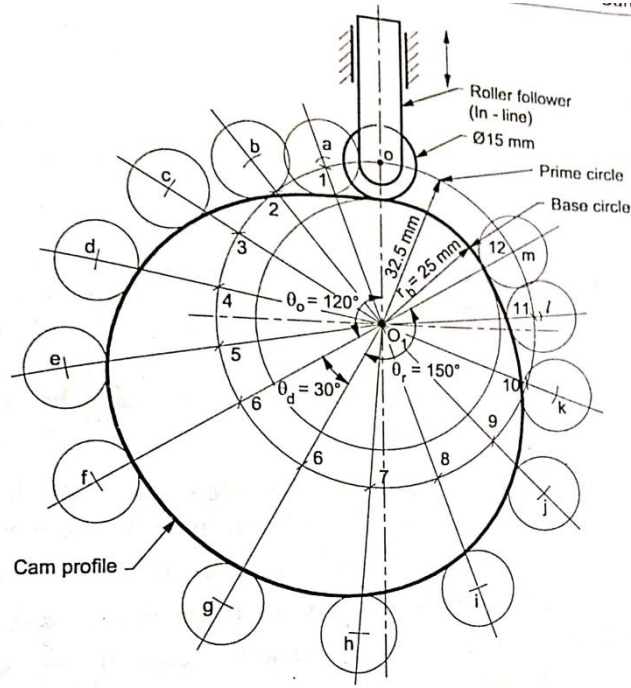


Fig.3.4.15 Cam profile

**Example 3.7.**

Design a cam for operating the exhaust valve of an oil engine. It is required to give equal uniform acceleration and retardation during opening and closing of the valve each of which corresponds to  $60^\circ$  of cam rotation. The valve must remain in the fully open position for  $20^\circ$  of cam rotation. The lift of the valve is 37.5mm and the least radius of the cam is 40mm. The follower is provided with a roller of radius 20mm, and its line of stroke passes through the axis of the cam.

Solution- Given data.

फॉलोअरची लिफ्ट =  $S = 37.5\text{mm}$

वाल्व उघडण्याचा कोन,  $\theta_o = 60^\circ$

झिरो हालचालीचा कोन,  $\theta_d = 20^\circ$

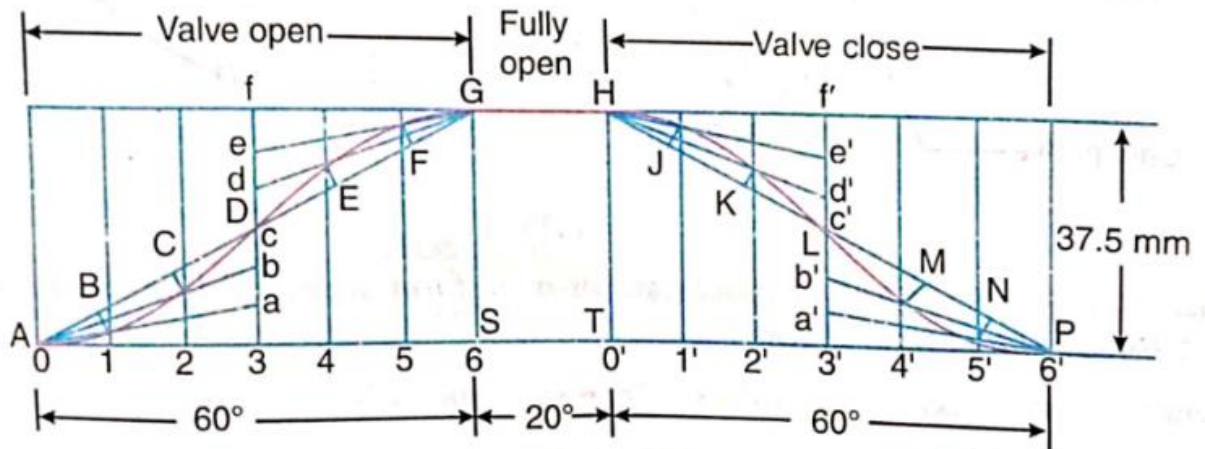


Fig.3.4.16  
Displacement diagram

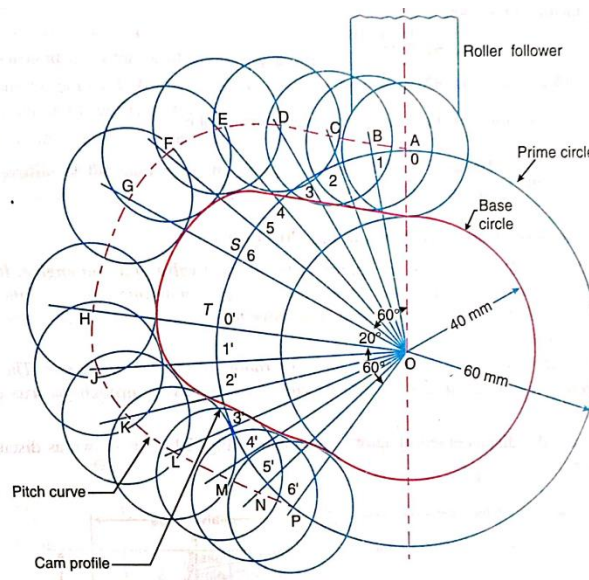


Fig.3.4.17  
Cam profile

### Exercise

#### TLO 3.1 Explain Cam and its terminology with field application.

Q.1 State the function of cam and follower(R)

Q.2 Define (i) Base circle (ii) Cam profile (U)

Q. 3 State the applications of roller follower and flat faced follower(U)

Q 4 Define base circle and pressure angle(U)

#### TLO 3.2 Identify the type of motion of Follower.

Q.5 Name the four motions by which follower moves, during its applications (R)

Q.6 Draw the displacement diagram for knife edged follower rotating at a uniform speed with motions defined as follows:

(i) Follower to move outwards through a distance of 30mm during  $90^\circ$  of cam rotation with uniform velocity

(ii) Follower to dwell for next  $60^\circ$  of cam rotation

(iii) Follower to return to its original position during  $90^\circ$  of cam rotation with uniform velocity

(iv) Follower to dwell for the remaining period

Q.7 The following data relate to cam profile in which knife edged follower moves with uniform acceleration and deceleration during ascent and descent:

Lift = 50mm

Angle of ascent =  $80^\circ$

Angle of descent =  $110^\circ$

Angle of dwell between ascend and decent =  $60^\circ$

Draw the displacement diagram (A)

Q8 Draw the displacement diagram for the motion of the follower with Simple Harmonic Motion for following data (U)

Lift = 40mm

Angle of rise =  $120^\circ$

Angle of Dwell =  $60^\circ$

Angle of return =  $90^\circ$

Angle of dwell =  $90^\circ$

### **TLO 3.3 Classify Cams and Followers**

Q.9 Write the classification of cams. Draw sketch of any one (U)

Q.10 List the four types of followers according to their shape (R)

Q.11 State the advantages of roller follower over knife edge follower (U)

Q.12 For high speed applications, roller follower is preferred over knife edge follower.

State true or false and justify your answer.(U)

Q.13 Draw the schematics of the following:

(i) Cam with knife edge follower

(ii) Cam with roller follower

(iii) Cam with flat faced follower

(iv) Cam with spherical faced follower.

Q.14 Write the classification of follower

(i) As per shape

(ii) As per motion. Draw sketch of any one follower.

### **TLO 3.4 Draw Cam profile as per the given condition of follower**

Q.15. Draw the profile of a cam to raise a valve with S.H.M. through 40 mm in  $\frac{1}{4}$  th of revolution, keep it fully raised through  $\frac{1}{10}$  th revolution and to lower it with uniform acceleration and retardation in  $\frac{1}{6}$ th revolution. The valve remains closed during the rest of the revolution. The diameter of roller is 20 mm and minimum radius of cam to be 30 mm. The axis of the valve rod passes through the axis of cam shaft.

Q.16 A cam operates a roller follower, axis passing through the axis of cam. The specifications are :

Minimum radius of cam = 25 mm

Lift of follower = 50 mm

Diameter of roller = 15 mm

Angle of lift =  $120^\circ$  with SHM

Outer dwell angle =  $30^\circ$

Angle of return =  $150^\circ$  with uniform acceleration and retardation. Draw the cam profile

Q.17 A cam is to be designed for a knife edge follower with the following data : Minimum radius of cam = 50 mm Stroke of the follower = 30 mm Outstroke  $90^\circ$  with uniform velocity. Dwell for next  $60^\circ$  of cam rotation. Follower returns to original position during  $90^\circ$  of cam rotation with uniform velocity. The axis of follower passes along with axis of cam & cam rotates in clockwise direction. Dwell for remaining  $120^\circ$  of cam rotation. Draw profile of a cam.

Q.18 A cam is to be designed for knife edge follower with following data : Cam lift 50 mm during  $120^\circ$  of cam rotation with uniform velocity, Dwell for  $30^\circ$ , during return stroke  $90^\circ$  of cam rotation by SHM & remaining is dwell. Draw the cam profile.

Q.19 A disc cam rotating in a clockwise direction is used to move a reciprocating roller with simple Harmonic Motion in a radial path, as given below (i) Outstroke with maxi. displacement of 25 mm during  $120^\circ$  of cam rotation (ii) Dwell for  $60^\circ$  of cam rotation (iii) Return stroke with maxi displacement of 25 mm during  $90^\circ$  of cam rotation, and dwell for remaining period. Draw the cam profile, when the maximum cam radius is 20 mm. Take roller dia. meter as 15 mm.

Q.20 A cam is to be designed for a knife edge follower with the following data :

1. Cam lift = 40 mm during  $90^\circ$  of cam rotation with simple harmonic motion.
2. Dwell for the next  $30^\circ$ .
3. During the next  $60^\circ$  of cam rotation, the follower returns to its original position with simple harmonic motion.
4. Dwell during the remaining  $180^\circ$ .
5. The radius of the base circle of the cam is 40 mm.

Draw the profile of the cam when

- (a) the line of stroke of the follower passes through the axis of the cam shaft, and
- (b) the line of stroke is offset 20 mm from the axis of the cam shaft. The radius of the base circle of the cam is 40 mm.

## Unit 4 पॉवर ट्रान्समिशन (बेल्ट, चेन आणि गियर)

### Power Transmission (Belt, Chain and Gear)

**विषय निष्पत्ती:** दिलेल्या औद्योगिक अनुप्रयोगासाठी योग्य पॉवर ट्रान्समिशन उपकरणे निवडा (Select the suitable power transmission devices for the given field/industrial application)

#### घटक निष्पत्ती

**TLO 4.1:** पॉवर ट्रान्समिशनसाठी वेगवेगळे ड्राइव्ह ओळखा. (Identify the different drives for power transmission.)

**TLO 4.2:** विशिष्ट अनुप्रयोगासाठी योग्य ड्राइव्ह निवडा. (Select suitable drive for a particular application.)

**TLO 4.3:** वेगाचे प्रमाण, बेल्ट टेन्शन, अँगल ऑफ कॉन्टॅक्ट, बेल्ट ड्राइव्हमध्ये पॉवर ट्रान्समिशनची गणना करा. (Calculate various quantities like velocity ratio, belt tensions, angle of contact, power transmitted in belt drives.)

**TLO 4.4:** चेन ड्राइव्हचे फायदे आणि तोटे सांगा. (Enlist advantages and disadvantages of chain drive.)

**TLO 4.5:** वेगवेगळ्या प्रकारच्या गियर ट्रेन ओळखा (Identify the different types of gear trains.)

**TLO 4.6:** बेल्ट ड्राइव्ह, चेन ड्राइव्ह आणि गियर ड्राइव्ह किंवा दिलेल्या पॅरामीटर्सची तुलना करा. (Compare belt drive, chain drive and gear drive or given parameters.)

**पॉवर ट्रान्समिशन:** बेल्ट किंवा दोरी (रोप) एकाच वेगाने किंवा वेगवेगळ्या वेगाने फिरणाऱ्या पुलीच्या सहाय्याने एका शाफ्टमधून दुसऱ्या शाफ्टमध्ये शक्ती वाहून नेण्यासाठी (बल पुनर्निर्देशित) वापरली जातात. वाहून नेलेल्या शक्तीचे प्रमाण खालील घटकांवर अवलंबून असते:

1. बेल्टचा वेग.
2. ज्या ताणाखाली (Tension) बेल्ट पुलीवर ठेवला जातो.
3. बेल्ट आणि लहान पुली यांच्यातील अर्क ऑफ कोणत्याय.
4. ज्या परिस्थितीत बेल्ट वापरला जातो.

इंजिन किंवा मोटार सारख्या स्त्रोतापासून यंत्राद्वारे आउटपुट ऍक्च्युएशन पर्यंत उर्जा प्रसारित करणे हे सर्वात सामान्य मशीन कार्यापैकी एक आहे. शक्ती प्रसारित करण्याचे एक कार्यक्षम साधन म्हणजे शाफ्टच्या रोटरी गतीद्वारे जे बेअरिंग द्वारे समर्थित आहे. शाफ्टमधील टॉर्क आणि वेगात बदल प्रदान करण्यासाठी गियर्स, बेल्ट पुली किंवा चेन स्प्रॉकेट्स समाविष्ट केले जाऊ शकतात. बहुतेक शाफ्ट सरकुलर (घन किंवा पोकळ) असतात आणि बीयरिंग्स, गीअर्स इ.चे स्थान आणि समर्थन सामावून घेण्यासाठी पोजिशन आणि सुपोर्ट समाविष्ट करतात.

**4.1 बेल्ट ड्राइव्ह:** एका पुलीतून दुसऱ्या पुलीमध्ये पॉवर ट्रान्समिशन करण्यासाठी वापरली जाते.

#### अ) बेल्टचा प्रकार.

1. **फ्लॅट बेल्ट:** Figure 4.1 (अ) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सपाट बेल्ट बहुतेक कारखाने आणि कार्यशाळेत वापरला जातो, जेथे दोन पुली 8 मीटरपेक्षा जास्त नसतात तेव्हा एका पुलीपासून दुसऱ्या पुलीमध्ये मध्यम प्रमाणात ऊर्जा प्रसारित केली जाते. वेगळे

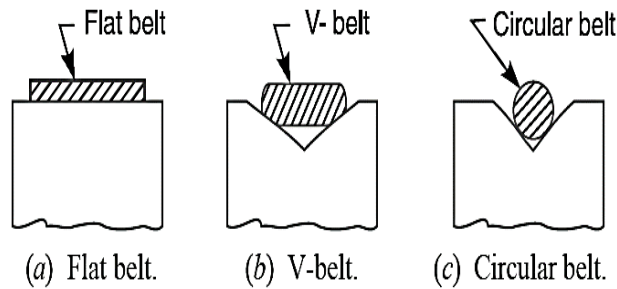


Figure No. 4.1

(अ) सपाट बेल्ट. (ब) V-बेल्ट. (क) वर्तुळाकार बेल्ट

2. **व्ही-बेल्ट:** Figure 4.1 (b) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे व्ही-बेल्टचा वापर बहुतेक कारखान्यांमध्ये आणि कामाच्या दुकानांमध्ये केला जातो, जेथे एका पुलीमधून दुसऱ्या पुलीमध्ये, जेव्हा दोन पुली एकमेकांच्या खूप जवळ असतात आणि तेव्हा मध्यम प्रमाणात शक्ती प्रसारित केली जाते.
3. **वर्तुळाकार बेल्ट किंवा दोरी:** Figure 4.1 (c) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे वर्तुळाकार बेल्ट किंवा दोरीचा वापर बहुतेक कारखाने आणि कार्यशाळांमध्ये केला जातो, जेथे मोठ्या प्रमाणात शक्ती एका पुलीतून दुसऱ्या पुलीमध्ये प्रसारित (बल पुनर्निर्देशित) केली जाते आणि दोन पुली 8 मीटरपेक्षा जास्त अंतरावर आहेत.

**ब) व्ही-बेल्ट ड्राइव्ह ओव्हर फ्लॅट बेल्ट ड्राइव्हचे फायदे आणि तोटे खालीलप्रमाणे आहेत.**

#### फायदे

१. व्ही-बेल्ट ड्राइव्ह पुलीच्या केंद्रांमधील लहान अंतरामुळे कॉम्पॅक्टनेस देते.
२. ड्राइव्ह सकारात्मक आहे, कारण बेल्ट आणि पुली ग्रूवमधील स्लिप नगण्य आहे.
३. V-बेल्ट्स अंतर्हीन बनविलेले असल्याने आणि संयुक्त त्रास होत नाही, म्हणून ड्राइव्ह स्मूथ आहे.
४. हे दीर्घ आयुष्य, 3 ते 5 वर्षे प्रदान करते.
५. हे सहजपणे स्थापित आणि काढले जाऊ शकते.
६. बेल्ट आणि पुलीचे ऑपरेशन शांत (Noiseless) आहे.
७. मशिन सुरू झाल्यावर शॉक कमी करण्याची क्षमता बेल्टमध्ये असते.
८. स्पीड प्रमाण (Speed ratio) जास्तीत जास्त 10 मिळू शकते.
९. गृवतील बेल्टची वेडिंग कृती तणावाच्या मर्यादित गुणोत्तराचे उच्च मूल्य देते. त्यामुळे व्ही-बेल्ट्सद्वारे प्रसारित होणारी शक्ती ही पट्ट्यांमधील घर्षण, संपर्क चाप आणि योग्य तणावाच्या समान गुणांकासाठी सपाट पट्ट्यांपेक्षा जास्त असते.
१०. व्ही-बेल्ट, बेल्टच्या वरच्या किंवा खालच्या बाजूला घट्ट धरून दोन्ही दिशेने ऑपरेट केला जाऊ शकतो. मध्य रेषा कललेली, अनुलंब किंवा क्षैतिज असू शकते.

#### तोटे

१. व्ही-बेल्ट ड्राइव्हचा वापर मोठ्या मध्यभागी अंतरासह केला जाऊ शकत नाही.
२. व्ही-बेल्ट सपाट पट्ट्यांइतके टिकाऊ नसतात.
३. सपाट पट्ट्यांसाठी पुलीपेक्षा व्ही-बेल्टसाठी पुली बांधणे अधिक क्लिष्ट आहे.
४. व्ही-पट्ट्यांवर ठराविक प्रमाणात रेंगाळलेले असल्यामुळे, ते समकालिक मशीन्स आणि टायमिंग उपकरणांसारख्या स्थिर गतीच्या वापरासाठी योग्य नाहीत.
५. तापमानातील बदल, बेल्टचा अयोग्य ताण आणि बेल्टची लांबी न जुळणे यामुळे बेल्टचे आयुष्य खूप प्रभावित होते.
६. केंद्रांप्रसारक ताण 5 m/s पेक्षा कमी आणि 50m/s पेक्षा जास्त वेगाने V- बेल्ट वापरण्यास प्रतिबंध करते.

#### क) बेल्ट ड्राइव्हचे प्रकार

1. **लाइट ड्राइव्ह:** हे कृषी यंत्रे आणि लहान यंत्र साधनांप्रमाणे सुमारे **10 m/s** पर्यंत बेल्ट वेगाने लहान शक्ती प्रसारित करण्यासाठी वापरले जातात.
2. **मध्यम ड्राइव्हस्:** मशीन टूल्सप्रमाणे **10 m/s** पेक्षा जास्त परंतु **22 m/s** पर्यंत बेल्टच्या वेगाने मध्यम शक्ती प्रसारित करण्यासाठी हे वापरले जातात.

3. **हेवी ड्राइव्ह**: हे कंप्रेसर आणि जनरेटर प्रमाणे **22 m/s** पेक्षा जास्त बेल्ट वेगाने मोठ्या शक्ती प्रसारित करण्यासाठी वापरले जातात.

### ड) बेल्टसाठी साहित्य:

- a) **लेदर बेल्ट** : बेल्टसाठी सर्वात महत्वाची सामग्री लेदर आहे. सर्वोत्कृष्ट चामड्याचे पट्टे 1.2 मीटर ते 1.5 मीटर लांबीच्या पट्ट्यांपासून बनवले जातात आणि वरच्या दर्जाच्या स्टीयर हायड्रसच्या मागील हाडाच्या दोन्ही बाजूंनी कापले जातात. लेदरची केसांची बाजू देहाच्या बाजूपेक्षा गुळगुळीत आणि कडक असते, परंतु देहाची बाजू मजबूत असते. केसांच्या बाजूचे तंतू पृष्ठभागावर लंब असतात, तर मांसाच्या बाजूचे तंतू गुंफलेले असतात आणि पृष्ठभागाला समांतर असतात. त्यामुळे या कारणांमुळे, पट्ट्याच्या केसांची बाजू पुलीच्या पृष्ठभागाच्या संपर्कात असावी. यामुळे बेल्ट आणि पुली यांच्यात अधिक घनिष्ट संपर्क येतो आणि बेल्ट विभागाची सर्वात मोठी तन्य शक्ती बाहेरील बाजूस ठेवते, जेथे बेल्ट पुलीच्या वरून जाताना जास्तीत जास्त ताण असतो. लेदर एकतर ओक-टॅन केलेले किंवा खनिज मीठ टॅन केलेले असू शकते उदा. क्रोम टॅन केलेले. बेल्टची जाडी वाढवण्यासाठी, पट्ट्या एकत्र सिमेंट केल्या जातात. पट्टे थरांच्या संख्येनुसार निर्दिष्ट केले जातात उदा. सिंगल, डबल किंवा ट्रिपल प्लाय आणि वापरलेल्या हिड्सच्या जाडीनुसार जसे हलके, मध्यम किंवा जड.
- b) **कापूस किंवा फॅब्रिक**: फॅब्रिकचे बहुतेक पट्टे कॅनव्हास किंवा कॉटन डकला तीन किंवा त्याहून अधिक थरांमध्ये (इच्छित जाडीवर अवलंबून) फोल्ड करून आणि एकत्र जोडून बनवले जातात. हे पट्टे देखील इच्छित रुंदी आणि जाडीच्या पट्टीमध्ये विणले जातात. पट्ट्यांना वॉटरप्रूफ बनवण्यासाठी आणि तंतूंना इजा होऊ नये म्हणून त्यांना जवसाच्या तेलासारख्या फिलरने निर्मिती केली जाते. कापूस पट्टे स्वस्त आणि उबदार हवामानात, ओलसर वातावरणात आणि उघड्या स्थितीत योग्य असतात. कापूस पट्ट्यांकडे थोडे लक्ष देणे आवश्यक असल्याने, हे पट्टे बहुतांशी शेती यंत्रे, बेल्ट कन्व्हेयर इत्यादींमध्ये वापरले जातात.
- c) **रबर बेल्ट**: रबरी पट्टे हे रबर कंपोजिशनसह मिक्स असलेल्या फॅब्रिकच्या थरांनी बनलेले असतात आणि चेहऱ्यावर रबराचा पातळ थर असतो. हे पट्टे अतिशय लवचिक असतात परंतु उष्णता, तेल किंवा ग्रीस यांच्या संपर्कात आल्यास ते लवकर नष्ट होतात. या पट्ट्यांचा एक मुख्य फायदा म्हणजे ते सहजपणे अंतहीन (Endless) केले जाऊ शकतात. हे पट्टे सॉ मिल्स, पेपर मिल्ससाठी योग्य आहेत जेथे ते ओलावाच्या संपर्कात आहेत.
- d) **बलता बेल्ट (Balata)** : हे पट्टे रबराच्या पट्ट्यांसारखेच असतात त्याशिवाय रबराच्या जागी बलाटा गम वापरला जातो. हे पट्टे ऍसिड प्रूफ आणि वॉटर प्रूफ आहेत आणि ते प्राणी तेल किंवा अल्कली द्वारे प्रभावित होत नाहीत. बालाटा पट्टे ४० डिग्री सेल्सिअसपेक्षा जास्त तापमानात नसावेत कारण या तापमानात बलाटा मऊ होऊन चिकट होऊ लागतो. बलाटा बेल्टची ताकद रबर बेल्टपेक्षा 25 टक्के जास्त असते.

### ई) बेल्ट ड्राइव्हची निवड

बेल्ट ड्राइव्हची निवड ज्यावर अवलंबून असते ते खालील महत्वाचे घटक आहेत:

1. ड्रायव्हिंग आणि ड्रीव्हन शाफ्टचा वेग.
2. वेग कमी करण्याचे प्रमाण.
3. प्रसारित करण्याची शक्ती.
4. शाफ्टच्या मध्यभागातील अंतर,
5. सकारात्मक ड्राइव्हची आवश्यकता (निकड)
6. शाफ्ट लेआउट.
7. जागा उपलब्धता

## 8. सेवा शर्ती.(Service Condition)

## फ्लॅट बेल्ट ड्राइव्हेचे प्रकार

1. **ओपन बेल्ट ड्राइव्ह:** Fig.4.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे ओपन बेल्ट ड्राइव्हचा वापर शाफ्टच्या समांतर आणि त्याच दिशेने फिरत असलेल्या व्यवस्थांसह केला जातो. या प्रकरणात, ड्रायव्हर **A** हा बेल्ट एका बाजूने (म्हणजे खालच्या बाजूचा **RQ**) खेचतो आणि दुसऱ्या बाजूला (म्हणजे वरच्या बाजूचा **LM**) वितरित करतो. अशा प्रकारे खालच्या बाजूच्या पट्ट्यातील ताण वरच्या बाजूच्या पट्ट्यापेक्षा जास्त असेल. **Figure 4.2** मध्ये दाखवल्याप्रमाणे खालच्या बाजूचा बेल्ट (अधिक तणावामुळे) घट्ट बाजू (**Tight Side**) म्हणून ओळखला जातो तर वरच्या बाजूचा बेल्ट (कमी तणावामुळे) स्लॅक साइड (**Slack Side**) म्हणून ओळखला जातो.

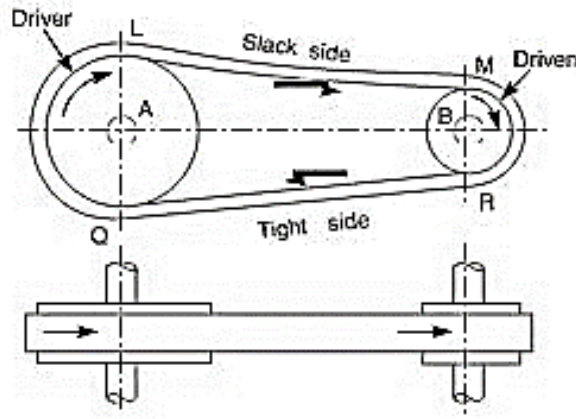
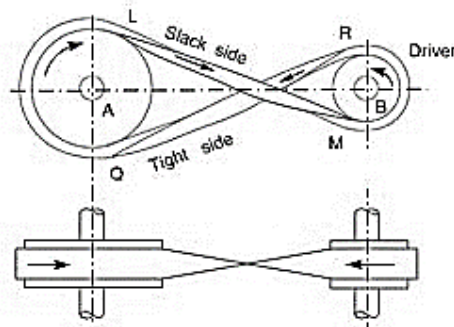


Figure 4.2 ओपन बेल्ट ड्राइव्ह

2. **क्रॉस्ड बेल्ट ड्राइव्ह: (Crossed Belt Drive)** Figure 4.3 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे क्रॉस्ड किंवा ट्विस्ट बेल्ट ड्राइव्हचा वापर शाफ्टच्या समांतर आणि विरुद्ध दिशेने फिरत असताना केला जातो. या प्रकरणात, ड्रायव्हर एका बाजूने (म्हणजे **RQ**) बेल्ट ओढतो आणि दुसऱ्या बाजूला (म्हणजे **LM**) वितरित करतो. अशा प्रकारे बेल्ट **RQ** मधील ताण **L M** पेक्षा जास्त असेल. बेल्ट **RQ** (अधिक ताणाामुळे) घट्ट बाजू म्हणून ओळखले जाते, तर बेल्ट **LM** (कमी तणावामुळे) स्लॅक साइड म्हणून ओळखला जातो, **Figure 4.3** मध्ये दाखवल्याप्रमाणे.

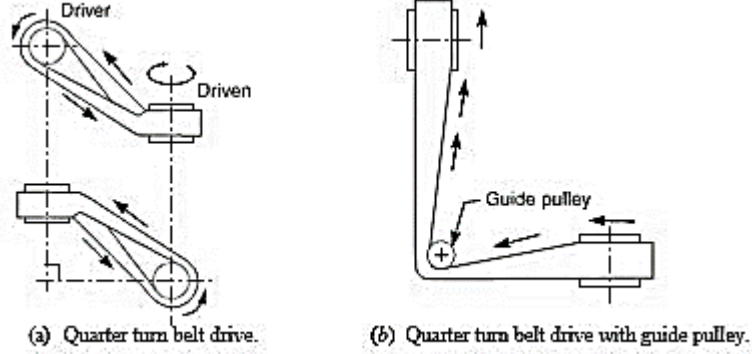


क्रॉस्ड बेल्ट ड्राइव्ह

Fig. 4.3

थोडासा विचार केल्यास हे दिसून येईल की बेल्ट ज्या ठिकाणी ओलांडतो त्या ठिकाणी ते एकमेकांवर घासतात आणि जास्त झीज होते. हे टाळण्यासाठी, शाफ्ट जास्तीत जास्त **20 b** च्या अंतरावर ठेवाव्यात, जेथे **b** ही पट्ट्याची रुंदी असेल आणि पट्ट्याची गती **15 m/s** पेक्षा कमी असावी.

3. **क्वार्टर टर्न बेल्ट ड्राइव्ह:** (Quarter Turn Belt Drive) Figure 4.4 (अ) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, क्वार्टर टर्न बेल्ट ड्राइव्हला काटकोनातील बेल्ट ड्राइव्ह असेही म्हटले जाते, हे शाफ्ट काटकोनात मांडलेल्या आणि एका निश्चित दिशेने फिरत असताना वापरले जाते. बेल्टला पुली सोडण्यापासून रोखण्यासाठी, पुलीच्या चेहऱ्याची रुंदी **1.4 b** पेक्षा जास्त किंवा समान असावी, जेथे **b** ही बेल्टची रुंदी आहे.

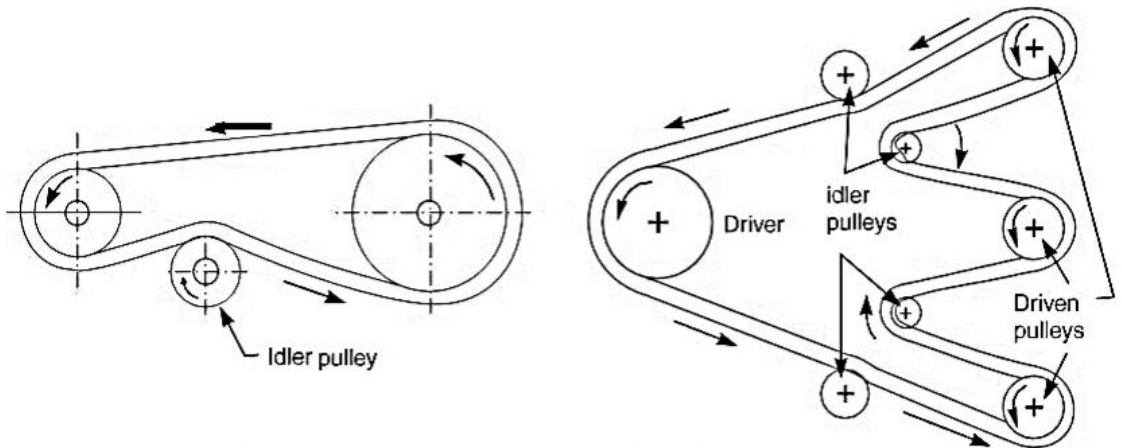


क्वार्टर टर्न बेल्ट ड्राइव्ह

Fig 4.4

Figure 4.4 (अ) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे पुलीची व्यवस्था करता येत नसल्यास किंवा उलट करता येण्याजोगा गती इच्छित असल्यास, **Figure 4.4 (b)** मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे मार्गदर्शक पुलीसह एक चतुर्थांश टर्न बेल्ट ड्राइव्ह वापरता येईल.

4. **आईडलर पुलीसह बेल्ट ड्राइव्ह:** Fig.4.5(a) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, आईडलर पुलीसह बेल्ट ड्राइव्हचा वापर शाफ्टसह समांतरपणे केला जातो आणि जेव्हा लहान पुलीवरील संपर्काच्या लहान कोनामुळे ओपन बेल्ट ड्राइव्ह वापरता येत नाही आणि जेव्हा आवश्यक बेल्ट तणाव इतर मार्गांनी मिळू शकत नाही, तेव्हा या प्रकारचा ड्राइव्ह उच्च वेग रेशीओ प्राप्त करण्यासाठी प्रदान केला जातो जेव्हा एका शाफ्टमधून अनेक शाफ्टमध्ये गती प्रसारित करण्याची इच्छा असते, तेव्हा सर्व समांतरपणे मांडलेले असतात, **Figure 4.5 (b)** मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, अनेक आईडलर पुलीसह बेल्ट ड्राइव्ह वापरला जाऊ शकतो.



(a) एक आईडलर पुलीसह बेल्ट ड्राइव्ह

(b) अनेक आईडलर पुलीसह बेल्ट ड्राइव्ह

Figure 4.5: आईडलर पुलीसह बेल्ट ड्राइव्ह

5. **कंपाऊंड बेल्ट ड्राइव्ह:** Figure 4.6 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे कंपाऊंड बेल्ट ड्राइव्हचा वापर केला जातो जेव्हा पॉवर एका शाफ्टमधून अनेक (more than two pulleys) पुलीद्वारे वाहून नेली जाते .

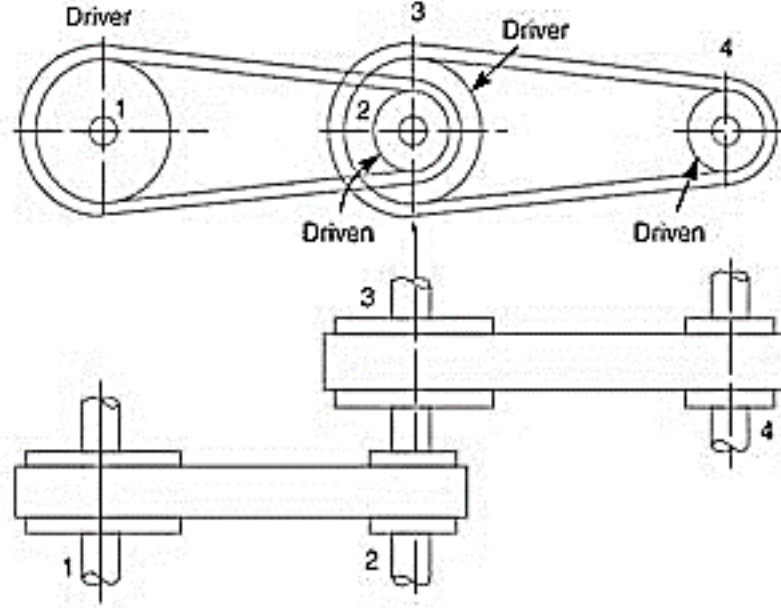


Figure 4.6

### कंपाउंड बेल्ट ड्राइव्ह

6. **स्टेप्ड किंवा कोन पुली ड्राइव्ह:** Figure 4.7 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे स्टेप्ड किंवा कोन पुली ड्राइव्हचा वापर चालविलेल्या शाफ्टचा वेग बदलण्यासाठी केला जातो जेव्हा मुख्य किंवा ड्रायव्हिंग शाफ्ट स्थिर वेगाने चालते. पायऱ्यांच्या (स्टेप्ड पुलीच्या) एका भागापासून दुसऱ्या भागात बेल्ट हलवून हे साध्य केले जाते.

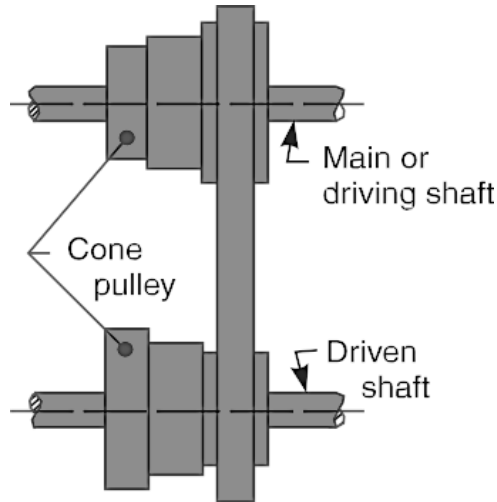


Figure 4.7

### स्टेप्ड किंवा कोन पुली ड्राइव्ह

7. **वेगवान (Fast) आणि सैल (Loose) पुली ड्राइव्ह:** Figure 4.8 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे जलद आणि सैल पुली ड्राइव्हचा वापर केला जातो, जेव्हा ड्रायव्हिंग शाफ्टमध्ये हस्तक्षेप न करता चालवलेला किंवा मशीन शाफ्ट सुरू किंवा थांबवायचा असतो. मशीन शाफ्टला चावी लावलेल्या पुलीला फास्ट पुली म्हणतात आणि मशीन शाफ्टच्या वेगाने चालते. एक सैल पुली मशीनच्या शाफ्टवर मुक्तपणे चालते आणि

कोणतीही शक्ती प्रसारित करण्यास अक्षम असते. जेव्हा चालविलेल्या शाफ्टला थांबवणे आवश्यक असते, तेव्हा बेल्ट काटे असलेल्या स्लाइडिंग बारद्वारे बेल्ट सैल पुलीवर ढकलला जातो.

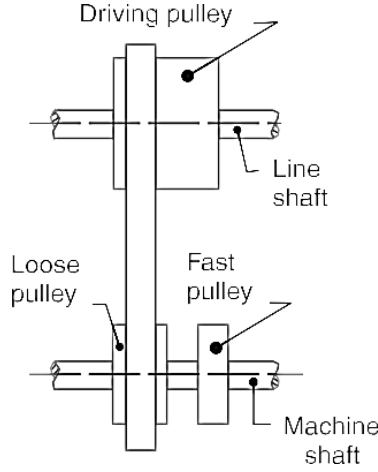


Figure 4.8

**जलद आणि सैल पुली ड्राइव्ह.**

#### F) व्हेलॉसीटी गुणोत्तर प्रमाण (Velocity Ratio)

हे ड्रायव्हर आणि फॉलोअर किंवा चालवलेले वेग यांच्यातील गुणोत्तर आहे.

**व्हेलॉसीटी गुणोत्तर प्रमाण (Velocity Ratio)**

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

जेव्हा पट्ट्याची जाडी (t) मानली जाते, तेव्हा वेळोसीटी रेशीओ

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1 + t}{d_2 + t}$$

जेथे,  $d_1$  = ड्रायव्हरचा व्यास,

$d_2$  = अनुयायांचा व्यास,

$N_1$  = ड्रायव्हरच्या पुलीचा वेग, rpm मध्ये आणि

$N_2$  = फॉलोअरच्या पुलीचा वेग, rpm मध्ये.

**कंपाउंड बेल्ट ड्राईव्हच्यावेग (व्हेलॉसीटी) गुणोत्तर प्रमाण**

काहीवेळा Figure (3) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे अनेक पुलींद्वारे शक्ती एका शाफ्टमधून दुसऱ्या शाफ्टमध्ये (बल पुनर्निर्दिशित) प्रसारित केली जाते. पुली 1 फिरवला जातोय पुली 2 च्या साहियाने. पुली 2 आणि 3 एकाच शाफ्टला जोडलेले असल्याने, पुली 1 देखील पुली 3 चालवते जी यामधून, पुली 4 चालवते.

$d_1$  = पुली 1 चा व्यास,  $N_1$  = पुलीचा 1 चा वेग आरपीएम मध्ये,

$d_2, d_3, d_4, N_2, N_3, N_4$  = पुली 2, 3 आणि 4 साठी संबंधित पुलीचा व्यास मीटर मध्ये, आणि संबंधित पुलीचा वेग आरपीएम मध्ये.

1 आणि 2, पुलीचे वेग (व्हेलॉसीटी) गुणोत्तर प्रमाण (Velocity Ratio)

आपल्याला माहीत आहे.

.....

$$(1) \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

त्याचप्रमाणे, पुली 3 आणि 4, चे वेग (व्हेलॉसिटी) गुणोत्तर प्रमाण (Velocity Ratio)

$$\text{गुणाकार समीकरणे (1) आणि (2),} \quad \frac{N_4}{N_3} = \frac{d_3}{d_4}$$

$$\frac{N_2}{N_1} \times \frac{N_4}{N_3} = \frac{d_1}{d_2} \times \frac{d_3}{d_4}$$

$$\frac{N_4}{N_1} = \frac{d_1}{d_2} \times \frac{d_3}{d_4}$$

( $\because N_2 = N_3$ , एकाच शाफ्ट वर असल्यामुळे)

**जी) बेल्टची स्लिप:**

पट्टे आणि शाफ्ट यांच्यात घट्ट घर्षण पकड आहे असे गृहीत धरून पट्टे आणि शाफ्टच्या हालचालींचा विचार केला जातो. परंतु कधीकधी, घर्षण पकड अपुरी होते. यामुळे चालक पुलीवर बेल्ट न राहता (ठेवता) पुढे काही हालचाल होऊ शकते. यामुळे पट्ट्याने चालवलेली पुली सोबत न ठेवता पुढे काही हालचाल होऊ शकते. याला स्लिप ऑफ बेल्ट म्हणतात आणि सामान्यतः स्लिप टक्केवारी मध्ये व्यक्त केले जाते. बेल्ट स्लिप चा परिणाम म्हणजे सिस्टमच्या वेग (व्हेलॉसिटी) गुणोत्तर प्रमाण कमी करणे. बेल्ट स्लिप (घसरणे) ही एक सामान्य घटना आहे, त्यामुळे जेथे वेग (व्हेलॉसिटी) गुणोत्तर प्रमाण निश्चित ठेवणे महत्वाचे असते तेथे बेल्टचा वापर कधीही करू नये (जसे घड्याळातील तास, मिनिट आणि सेकंद काट्याच्या बाबतीत).

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2} \left( 1 - \frac{s}{100} \right)$$

जेथे  $N_1$  = ड्रायव्हिंग पुलीचा वेग.

$N_2$  = चालविलेल्या (Driven) पुलीचा वेग.

$d_2$  = चालविलेल्या (Driven) पुलीचा व्यास.

$S$  = बेल्ट स्लिप टक्केवारी.

बेल्टची जाडी ( $t$ ) विचारात घेतल्यास,

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1 + t}{d_2 + t} \left( 1 - \frac{s}{100} \right)$$

जेथे  $t$  = बेल्टची जाडी.

**H) बेल्टची क्रिप** जेव्हा बेल्ट स्लॅक बाजूकडून घट्ट बाजूकडे जातो, तेव्हा बेल्टचा एक विशिष्ट भाग वाढतो आणि जेव्हा बेल्ट घट्ट बाजूकडून घट्ट बाजूकडे जातो तेव्हा तो पुन्हा आकुंचन पावतो. लांबीच्या या बदलामुळे, बेल्ट आणि पुलीच्या पृष्ठभागामध्ये सापेक्ष गती असते. या सापेक्ष गतीला **बेल्टची क्रिप** असे म्हणतात. **बेल्टच्या क्रिप मुळे; वेग (व्हेलॉसिटी) गुणोत्तर प्रमाण खालील प्रमाणे दिले जाते**

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2} \times \frac{E + \sqrt{\sigma_2}}{E + \sqrt{\sigma_1}}$$

जेथे,  $N_1$  = ड्रायव्हिंग पुलीचा वेग (rpm).

$N_2$  = चालित (Driven) पुलीचा वेग (RPM).

$E$  = यंग्स Young's Modulus in  $N/mm^2$  मध्ये

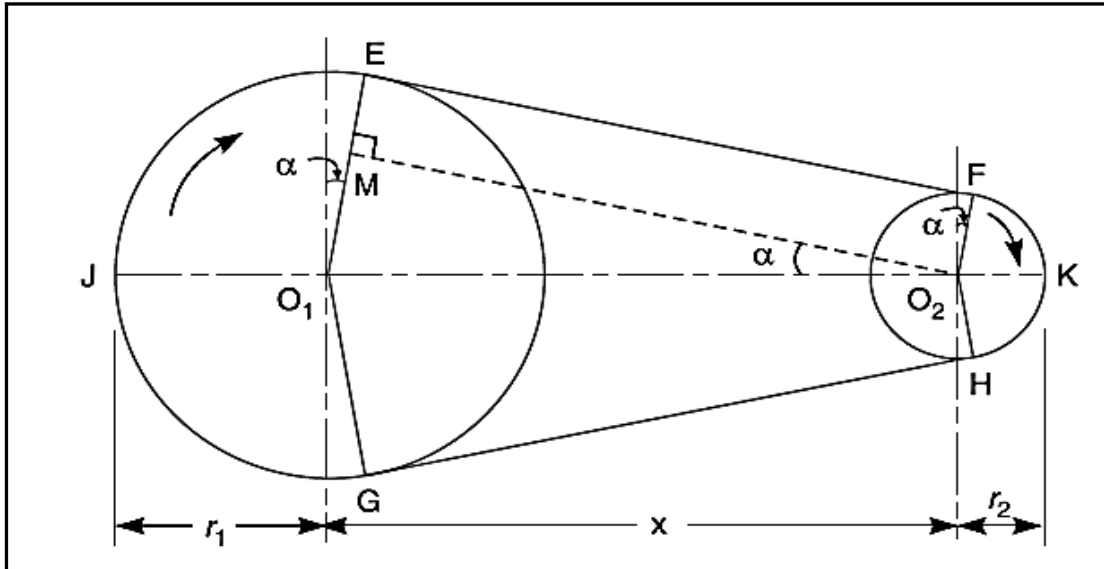
$\sigma_1$  आणि  $\sigma_2$  = अनुक्रमे बेल्टच्या घट्ट बाजूचे (Tight Side Stress) आणि सुस्त बाजूचा ताण (Slack Side Stress)  $N/mm^2$  मध्ये

**I) बेल्ट ड्राइव्हची इतर घटके:-**

**बेल्ट संपर्क कोन:** (Angle of Lap) **बेल्ट संपर्क कोन** (लॅपचा कोन) पुलीच्या, पुली पृष्ठभागाच्या संपर्कात असलेल्या पट्ट्याच्या भागाद्वारे जोडलेला कोन म्हणून परिभाषित केला जातो.

**g) बेल्टची लांबी:**

**(i) ओपन बेल्ट ड्राइव्हच्या बेल्टची लांबी:**



**Fig.No. 4.1.1**

ओपन बेल्ट ड्राइव्हची लांबी

$$L = \pi(r_1 + r_2) + 2x + \frac{(r_1 - r_2)^2}{x} \quad \dots(\text{In terms of pulley radii})$$

$$L = \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + 2x + \frac{(d_1 - d_2)^2}{4x} \quad \dots(\text{In terms of pulley diameters})$$

जेथे,

$L$  = बेल्टची एकूण लांबी.

$r_1$  आणि  $r_2$  = मोठ्या आणि लहान पुलींची त्रिज्या,  $x$  = दोन पुलींच्या केंद्रांमधील अंतर (म्हणजे  $O_1 O_2$ ), आणि

$d_1$  आणि  $d_2$  = मोठ्या आणि लहान पुलींची त्रिज्या,

### 1. क्रॉस बेल्ट ड्राइव्हच्या बेल्टची लांबी:

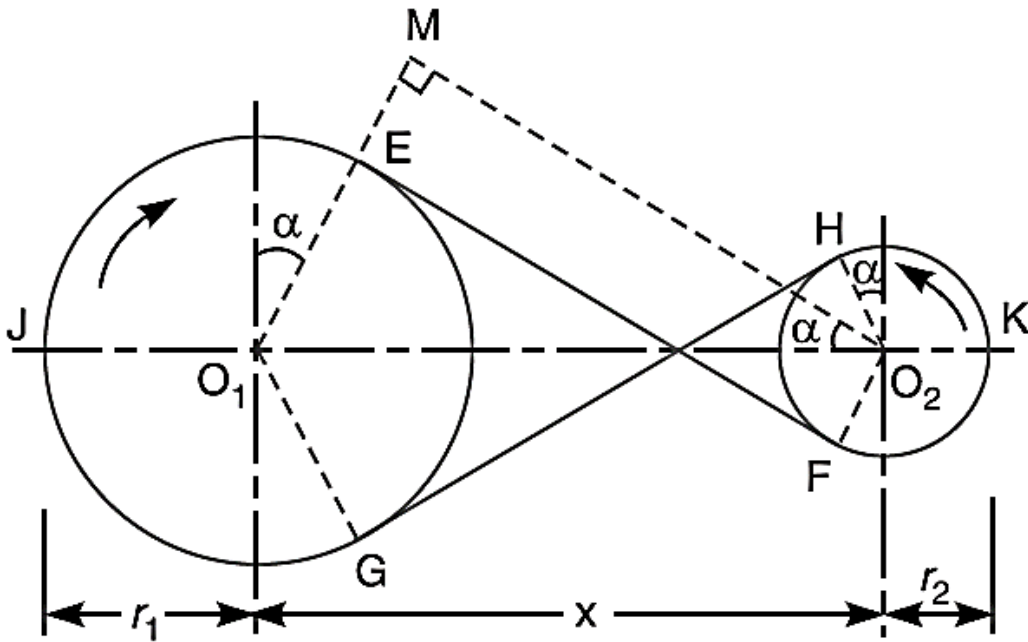


Fig.No 4.1.2

क्रॉस बेल्ट ड्राइव्हची लांबी

$$L = \pi(r_1 + r_2) + 2x + \frac{(r_1 + r_2)^2}{x} \quad \dots(\text{In terms of pulley radii})$$

$$L = \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + 2x + \frac{(d_1 + d_2)^2}{4x} \quad \dots(\text{In terms of pulley diameters})$$

जेथे,  $r_1$  आणि  $r_2$  = मोठ्या आणि लहान पुलींची त्रिज्या,  $x$  = दोन पुलींच्या केंद्रांमधील अंतर (म्हणजे  $O_1 O_2$ , आणि  $L$  = बेल्टची एकूण लांबी.

$d_1$  आणि  $d_2$  = मोठ्या आणि लहान पुलींचे व्यास,

### J) संपर्काच्या कोनाचे निर्धारण

जेव्हा वेगवेगळ्या व्यासाच्या दोन पुली खुल्या पट्ट्याने (**Open Belt**) जोडल्या जातात, तेव्हा लहान पुलीवरील संपर्काचा कोन किंवा लॅप (**c**) विचारात घेणे आवश्यक आहे.

$$\sin \alpha = \frac{r_1 - r_2}{x}$$

जेथे,  $r_1$  = मोठ्या पुलीची त्रिज्या,

$r_2$  = लहान पुलीची त्रिज्या, आणि

$x$  = दोन पुलींच्या केंद्रांमधील अंतर

संपर्क किंवा लॅपचा कोन,  $= \Theta = (180 - 2\alpha)$  अंशामध्ये.

थोडासा विचार केल्यास असे दिसून येईल की जेव्हा दोन पुली क्रॉस केलेल्या पट्ट्याने जोडल्या जातात तेव्हा दोन्ही पुलीवरील संपर्क किंवा लॅपचा कोन ( $\Theta$ ) समान असतो. **Figure** वरून,

$$\sin \alpha = \frac{r_1 + r_2}{x}$$

संपर्क किंवा लॅपचा कोन,  $= \Theta = (180 + 2\alpha)$  डिग्री अंशामध्ये.

के) घट्ट बाजू आणि ढिले बाजूच्या तणावाचे वेग गुणोत्तर निश्चित करणे,

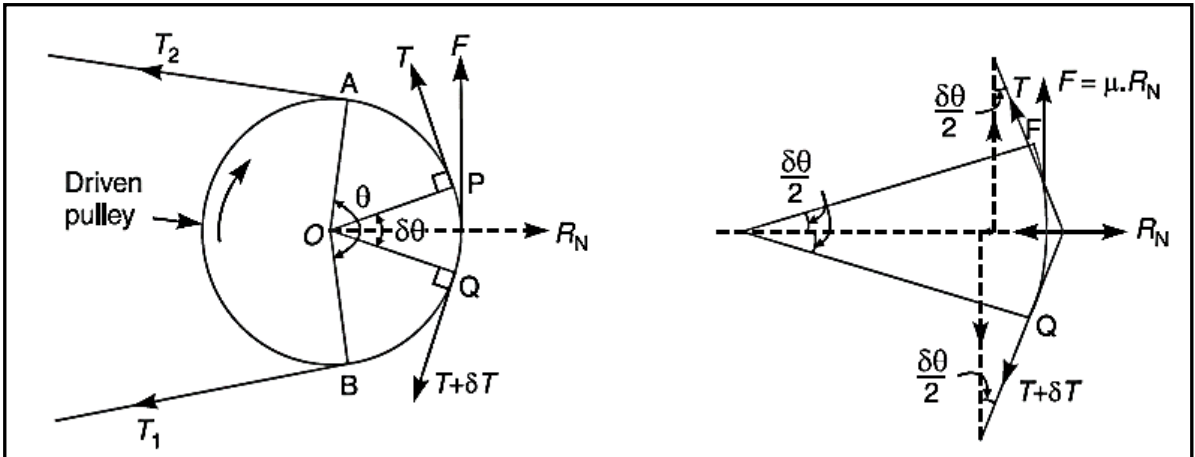


Figure No. 4.1.3

## घट्ट बाजू आणि स्लॅक बाजूच्या तणावाचे वेग गुणोत्तर

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu \cdot \theta}$$

or

$$\frac{T_1}{T_2} = \log_e \left( \frac{T_1}{T_2} \right) = \mu \cdot \theta$$

$$\text{or } 2.3 \log \left( \frac{T_1}{T_2} \right) = \mu \cdot \theta$$

जेथे,

$T_1$  = घट्ट बाजूचा ताण.(Tight Side Tension)

$T_2$  = सुस्त बाजूवर ताण.(Slack Side Tension)

$\mu$  = घर्षण गुणांक.

$\theta$  = संपर्क किंवा लॅपचा कोन

**केंद्रापसारक ताण: (Centrifugal Tension/सेंट्रीफ्यूगल टेनशन)**

$$T_C = m \cdot v^2$$

कुठे;  $T_C$  = केंद्रापसारक ताण.(Centrifugal Tension/सेंट्रीफ्यूगल टेनशन)

$V$  = बेल्टचा वेग.

**बेल्टद्वारे प्रसारित शक्ती. (बेल्टद्वारे पॉवर ट्रान्समिशनवर संख्यात्मक)**

Figure 4.1 (b) (1) ड्रायव्हिंग पुली (किंवा ड्रायव्हर) A आणि चालवलेली पुली (किंवा अनुयायी) B दर्शविते. आम्ही आधीच चर्चा केली आहे की ड्रायव्हिंग पुली एका बाजूने बेल्ट खेचते आणि दुसऱ्या बाजूला तेच वितरीत करते. अशा प्रकारे हे स्पष्ट आहे की आधीच्या बाजूचा (म्हणजे घट्ट बाजूचा) ताण नंतरच्या बाजूपेक्षा (म्हणजे स्लॅकसाईड) Figure 4.1 (b) (1) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे जास्त असेल.

$T_1$  आणि  $T_2$  = पट्ट्याच्या घट्ट आणि निस्तेज बाजूस अनुक्रमे ताण न्यूटनमध्ये.

$r_1$  आणि  $r_2$  = अनुक्रमे ड्रायव्हर आणि फॉलोअरची त्रिज्या, आणि

$v$  = पट्ट्याचा वेग m/s मध्ये.

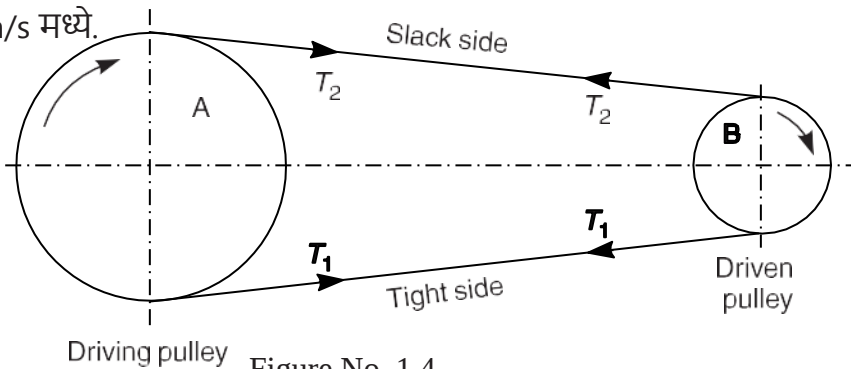


Figure No..1.4

बेल्टद्वारे प्रसारित केलेली शक्ती.

अनुयायांच्या परिघावर प्रभावी वळण (वाहन) शक्ती म्हणजे दोन तणावांमधील फरक (म्हणजे  $T_1 - T_2$ ).

प्रति सेकंद केलेले काम =  $(T_1 - T_2) \nu$  N-mm/sec आणि

पॉवर वहन (प्रसारित),  $P = (T_1 - T_2) \nu$  वॅट्स ... ( $\because 1 \text{ Nm/s} = 1 \text{ वॅट}$ )

थोडासा विचार केल्यास ड्रायव्हिंग पुलीवर टाकलेला टॉर्क असल्याचे दिसून येईल

$$(T_1 - T_2) r_1.$$

त्याचप्रमाणे, चालविलेल्या पुलीवर लावलेला टॉर्क म्हणजे फॉलोअर

$$(T_1 - T_2) r_2.$$

**बेल्ट ड्राइव्हद्वारे जास्तीत जास्त पॉवर ट्रान्समिशनसाठी अट:**

केंद्रापसारक ताणामुळे, कमाल ताण  $m$  घट्ट बाजू असेल  $(T_1 + T_c)$  आणि ढिलाई बाजू असेल  $(T_2 + T_c)$

$T_{\max} = N$  मध्ये बेल्टमध्ये जास्तीत जास्त परवानगीयोग्य ताण द्या.

$T_1 = N$  मध्ये घट्ट बाजूचा ताण

$T_2 = N$  मध्ये स्लॅक बाजूला ताण

$T_c = N$  मध्ये केंद्रापसारक ताण

$V =$  पट्ट्याचा वेग  $\text{m/sec}$  मध्ये.

द्वारे प्रसारित शक्ती दिली जाते,

$$P = (T_1 - T_2) V \dots\dots (1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\theta}$$

$$T_2 = \frac{T_1}{e^{\mu\theta}} \dots\dots (2)$$

$$P = \left( T_1 - \frac{T_1}{e^{\mu\theta}} \right) V = T_1 \left( 1 - \frac{1}{e^{\mu\theta}} \right) V$$

$$= T_1 C V \dots\dots (3)$$

$$\text{जेथे } C = \left( 1 - \frac{1}{e^{\mu\theta}} \right)$$

एकूण कमाल घट्ट बाजूला ताण

$$T_{\max} = T_1 + T_c, \text{ जेथे } T_c = mV^2$$

$$T_1 = (T_{\max} - T_c) \dots\dots (4)$$

समीकरणातील पर्याय.....1

$$P = (T_{\max} - mV^2) VC$$

$$P = (T_{\max} V - mV^3) C \dots\dots (5)$$

जास्तीत जास्त शक्ती प्रसारित करण्यासाठी,  $V$  च्या संदर्भात समीकरण (5) वेगळे करा आणि शून्याचे समीकरण करा,

$$(dP)/(dV) = (T_{\max} V - mV^3) C = 0 \Rightarrow d/dV$$

$$= T_{\max} - 3mV^2 = 0$$

$$T_{max} - 3 T_c = 0 \quad T_{max} = 3 T_c$$

$$T_c = \dots \frac{T_{max}}{3}$$

अशाप्रकारे बेल्टच्या वेगाने जास्तीत जास्त शक्ती प्रसारित केली जावी अशा प्रकारे केंद्रापसारक ताण (सेंट्रीफ्यूगल टेन्शन) हा पट्ट्यातील कमाल ताणाच्या एक तृतीयांश असावा.

### संख्यात्मक उदाहरण:

1. Two pulleys, one 450 mm diameter and the other 200 mm diameter are on parallel shafts 1.95 m apart and are connected by a crossed belt. Find the length of the belt required and the angle of contact between the belt and each pulley. Estimate power can be transmitted by the belt when the larger pulley rotates at 200 rev/min, if the maximum permissible tension in the belt is 1 kN, and the coefficient of friction between the belt and pulley is 0.25 ?

Solution

दिलेले :  $d_1 = 450 \text{ mm} = 0.45 \text{ m}$  किंवा  $r_1 = 0.225 \text{ m}$  ;

$d_2 = 200 \text{ मिमी} = 0.2 \text{ मी}$  किंवा

$r_2 = 0.1 \text{ मी}$ ;  $x = 1.95 \text{ मी}$ ;

$N_1 = 200 \text{ rpm}$  ;

$T_1 = 1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$  ;  $\mu = 0.25$

पट्ट्याचा वेग आपल्याला माहित आहे,

$$v = \frac{\pi d_1 N_1}{60} = \frac{\pi * 0.45 * 200}{60} = 4.714 \text{ m/s}$$

### बेल्टची लांबी

ओलांडलेल्या पट्ट्याची लांबी आपल्याला माहित आहे,

$$L = \pi(r_1 + r_2) + 2x + \frac{(r_1 + r_2)^2}{x}$$

$$L = \pi(0.225 + 0.1) + 2 * 1.95 + \frac{(0.225+0.1)^2}{1.95} \text{ मी}$$

$$= 4.975 \text{ मी}$$

**संपर्क कोन** बेल्ट आणि प्रत्येक पुली दरम्यान

द्या  $\theta =$  बेल्ट आणि प्रत्येक पुली यांच्यातील संपर्काचा कोन.

आम्हाला माहित आहे की क्रॉस्ड बेल्ट ड्राइव्हसाठी,

$$\sin \alpha = \frac{r_1 + r_2}{x} = \frac{(0.225+0.1)}{1.95} = 0.1667 \text{ or}$$

$$\text{संपर्क किंवा लॅपचा कोन, } \theta = (180^\circ + 2\alpha) = 180^\circ + 2 * 9.6 = 199.2^\circ$$

$$= 199.2 * \frac{\pi}{180} = 3.477 \text{ rad}$$

### शक्ती प्रसारित

द्या  $T_2 =$  पट्ट्याच्या ढिगाच्या बाजूला ताण.

ते आम्हाला माहित आहे

$$= 2.3 \text{ लॉग} (\mu \theta = 0.25 * 3.477 = 0.8693 \frac{T_1}{T_2})$$

$$= \text{लॉग} \left( \frac{T_1}{T_2} \right) \frac{0.8693}{2.3} = 0.3780$$

$$T_2 = \frac{1000}{2.388} = 418.8 \text{ N}$$

आम्हाला माहित आहे की शक्ती प्रसारित होते,

$$P = (T_1 - T_2)v = (1000 - 419)4.714 = 2740W = 2.74kW.$$

2. पट्ट्याच्या दोन बाजूंमधील ताण अनुक्रमे 1000 आणि 800 न्यूटन आहेत. पट्ट्याचा वेग 75 मीटर प्रति सेकंद असल्यास, बेल्टद्वारे प्रसारित होणारी शक्ती शोधा.

दिलेले: घट्ट बाजूला ताण ( $T_1$ ) = 1000 N;

स्लॅक साइडमधील ताण ( $T_2$ ) = 800

N आणि पट्ट्याचा वेग ( $v$ ) = ७५ मी/से

पट्ट्याद्वारे प्रसारित होणारी शक्ती आपल्याला माहित आहे

$$P = (T_1 - T_2) v = (1000 - 800) \times 75 = 15\,000 \text{ Nm/s} \\ = 15\,000 \text{ W} = 15 \text{ kW}$$

3. 30 मीटर/सेकंद वेगाने 120 डब्ल्यू प्रसारित करताना, बेल्ट ड्राइव्हच्या दोन बाजूंमधील एन मधील तणावातील आवश्यक फरक शोधा. दिलेली: ट्रान्समिटिंग पॉवर ( $p$ ) = 120 W आणि पट्ट्याची गती ( $v$ ) = 30 m/s

चला ( $T_1 - T_2$ ) = पट्ट्याच्या दोन बाजूंच्या तणावांमध्ये आवश्यक फरक.

आम्हाला माहित आहे की पट्ट्याद्वारे प्रसारित होणारी शक्ती ( $P$ )

$$120 = \frac{(T_1 - T_2)V}{4N} = \frac{(T_1 - T_2) \times 30}{30} = 30(T_1 - T_2) \\ (T_1 - T_2) = \frac{120}{30} = 4N$$

#### ४.२ चेन ड्राइव्ह: चेन आणि स्प्रॉकेटचे प्रकार,

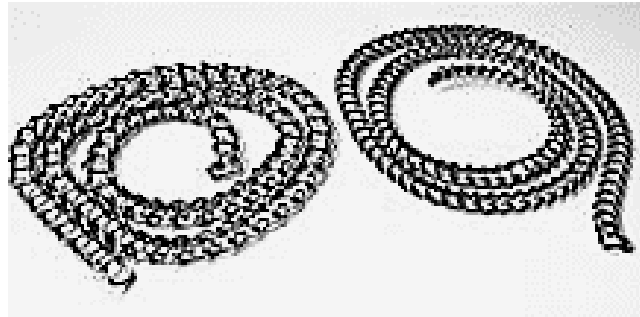
##### A) चेनचे वर्गीकरण

साखळ्या, त्यांच्या वापराच्या आधारावर, खालील तीन गटांमध्ये वर्गीकृत केल्या आहेत:

1. उभारणे आणि ओढणे (किंवा क्रेन) चेन,
2. पोहोचवणे किंवा (किंवा आकर्षक) साखळ्या, आणि
3. पॉवर ट्रान्समिटिंग (किंवा ड्रायव्हिंग) चेन.

##### 1. Hoisting आणि Hauling चेन

या साखळ्या फडकावणे आणि ओढण्यासाठी वापरल्या जातात. होईस्टिंग आणि होलिंग चेन खालील दोन प्रकारच्या आहेत:

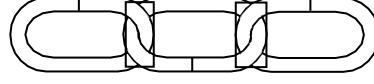


चेन आणि sprockets

Figure क्रमांक 4.2.A.1

##### Hoisting आणि Hauling चेन

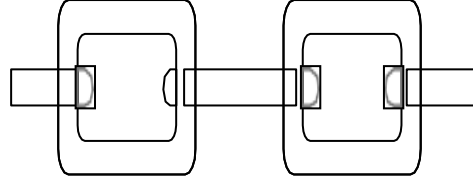
**a अंडाकृती दुव्यांसह साखळी.** या प्रकारच्या साखळीचे दुवे Figure(अ) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे अंडाकृती आकाराचे आहेत. प्रत्येक दुव्याचा सांधा वेल्डेड आहे. या प्रकारच्या साखळीसाठी वापरल्या जाणाऱ्या स्प्रॉकेट्समध्ये दुवे प्राप्त करण्यासाठी रिसेप्टकल्स असतात. अशा प्रकारच्या साखळ्यांचा वापर केवळ कमी वेगाने होतो जसे की साखळी होईस्टमध्ये आणि सागरी कामांसाठी अँकरमध्ये.



**Figure क्र.4.2.A.1.a**

**अंडाकृती दुव्यांसह साखळी**

**b.चौकोनी दुव्यांसह साखळी.** या प्रकारच्या साखळीचे दुवे Figure (ब) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे चौरस आकाराचे आहेत. अशा प्रकारच्या साखळ्या hoists, cranes, dredges मध्ये वापरल्या जातात. या प्रकारच्या साखळीचा उत्पादन खर्च ओव्हल लिंक्स असलेल्या साखळीपेक्षा कमी आहे, परंतु या साखळ्यांमध्ये, ओव्हरलोडिंगवर सहजपणे किंकिंग होते.



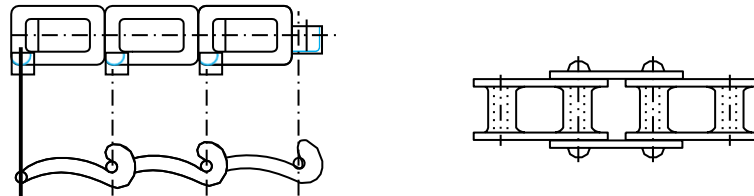
**Figure क्र.4.2.A.1.b**

चौरस दुव्यांसह साखळी

## 2.कन्व्हेयर चेन

या साखळ्यांचा वापर सामग्री सतत उंच करण्यासाठी आणि पोहोचवण्यासाठी केला जातो. कन्व्हेयर चेन खालील दोन प्रकारच्या आहेत:

- वेगळे करण्यायोग्य किंवा हुक संयुक्त प्रकारची साखळी, Figureमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे. (अ), आणि
- बंद संयुक्त प्रकारची साखळी, Figureमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे. (b).



(a) वेगळे करण्यायोग्य किंवा हुक संयुक्त प्रकारची साखळी. (b) बंद संयुक्त प्रकारची साखळी.

**Figure क्रमांक 4.2.A.2**

कन्व्हेयर साखळ्या सामान्यतः निंदनीय कास्ट लोहाच्या बनलेल्या असतात. या साखळ्यांमध्ये सुरळीत चालण्याचे गुण नसतात. कन्व्हेयर किंवा चेन सुमारे 3 ते 12 किमी/तास या मंद गतीने धावतात.

## 3.पॉवर ट्रान्समिटिंग चेन

जेव्हा शाफ्टच्या केंद्रांमधील अंतर कमी असते तेव्हा या साखळ्यांचा वापर शक्तीच्या प्रसारणासाठी केला जातो. या साखळ्यांमध्ये कार्यक्षम स्नेहनची तरतूद आहे. पॉवर ट्रान्समिटिंग चेन खालील तीन प्रकारच्या आहेत.

a. ब्लॉक साखळी

Figure मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे ब्लॉक साखळी, बुश चेन म्हणून देखील ओळखली जाते. पॉवर ट्रान्समिशनमध्ये विकासाच्या सुरुवातीच्या टप्प्यात या प्रकारची साखळी वापरली गेली.



Figure क्र.4.2.A.3.a

ब्लॉक साखळी.

दात आणि दुव्यांमध्ये घासल्यामुळे स्प्रॉकेटच्या दात जवळ येताना किंवा सोडताना आवाज निर्माण होतो. अशा प्रकारच्या साखळ्यांचा वापर काही प्रमाणात लहान वेगाने कन्व्हेयर चेन म्हणून केला जातो.

b. बुश रोलर साखळी. Figure मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे बुश रोलर चेनमध्ये बाह्य प्लेट्स किंवा पिन लिंक प्लेट्स, इनर प्लेट्स किंवा रोलर लिंक प्लेट्स, पिन, झुडूप आणि रोलर्स असतात. साखळीच्या दोन बाजूंमधील रोलरच्या छिद्रांमध्ये सुरक्षित असलेल्या झुडूपातून एक पिन जातो. रोलर्स झुडूपावर फिरण्यास मोकळे आहेत जे स्प्रॉकेट व्हील दातांचे पोशाख होण्यापासून संरक्षण करतात.

बुश रोलर साखळी अत्यंत मजबूत आणि बांधकामात सोपी असते. हे गंभीर परिस्थितीत चांगली सेवा देते. या साखळीमध्ये थोडासा आवाज आहे जो स्प्रॉकेट व्हील दातांवर रोलर्सच्या प्रभावामुळे होतो. ही साखळी जिथे थोडे स्नेहन असेल तिथे वापरली जाऊ शकते. जेव्हा यापैकी एक साखळी भागांच्या झीज आणि ताणण्यामुळे थोडीशी लांबते, तेव्हा विस्तारित साखळी स्प्रॉकेट व्हील दातांच्या पिचपेक्षा मोठी असते.

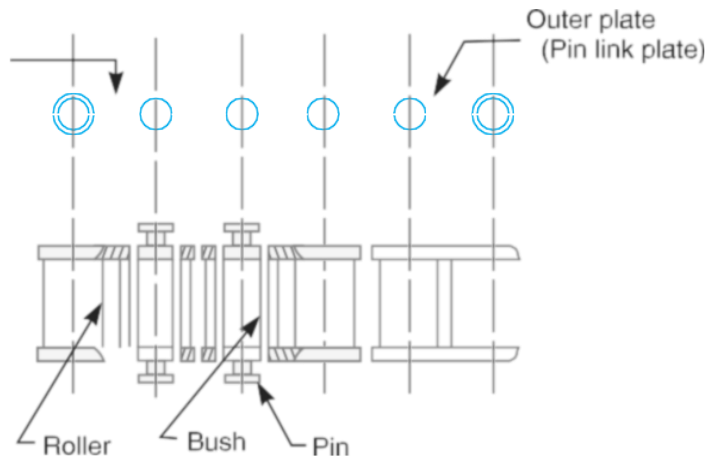


Figure क्र.4.2.3.b

बुश रोलर साखळी.

रोलर्स नंतर चाकांच्या पोकळ्यांमध्ये असमानपणे बसतात. याचा परिणाम असा होतो की एकूण भार एका दातावर किंवा काही दातांवर पडतो. भागांच्या स्ट्रेचिंगमुळे रोलर आणि स्प्रॉकेट व्हील दातांच्या पृष्ठभागाचा

पोशाख वाढतो.

### C. गियर ड्राइव्ह:

#### a) गियरचे वर्गीकरण:

खाली चर्चा केल्याप्रमाणे गीअर्सचे तीन प्रकारांमध्ये वर्गीकरण केले जाऊ शकते:

1. शाफ्टच्या सापेक्ष स्थितीनुसार: ज्या शाफ्टमध्ये गती असते ती पुढे पाठवले जाऊ शकते

1. समांतर

2. छेदणारे

3. नॉन-इंटररेक्टिंग आणि नॉन-समांतर

2. परिधीय वेगावर अवलंबून

a) जेव्हा गीअर्सचा वेग  $3\text{m/s}$  पेक्षा कमी असतो, तेव्हा गीअर्सला कमी वेग गीअर्स असे म्हणतात

b) जेव्हा गीअर्सचा वेग  $3\text{m/s}$  ते  $15\text{m/s}$  दरम्यान असतो तेव्हा गीअर्स असे म्हणतात मध्यम वेग गीअर्स.

c) जेव्हा गीअर्सचा वेग  $15\text{m/s}$  पेक्षा जास्त असतो तेव्हा त्यांना उच्च वेग गीअर्स असे म्हटले जाते

3. Gears च्या संपर्कानुसार:

म्हणून वर्गीकृत केले जाऊ शकते

i) बाह्य गियरिंग

ii) अंतर्गत गियरिंग

बाह्य गीअरिंगमध्ये गीअर्स बाहेरून दाते लावतात तर गीअर्स अंतर्गत गीअरिंगमध्ये एकमेकांशी अंतर्गत दाते असतात.

#### A. समांतर शाफ्ट (Parallel Shaft)

समांतर शाफ्टला जोडणारे गियरचे मुख्य प्रकार खालीलप्रमाणे आहेत.

1. स्पर गियर



**Figure क्र.4.3.1**

#### स्पर गियर

स्पर गीअर्सचे दात सरळ असतात आणि शाफ्टच्या अक्षाला समांतर चालतात. लेआउटच्या प्रकारानुसार स्पर गीअर्सचा बाह्य किंवा अंतर्गत संपर्क असू शकतो. ते सर्वात सामान्य प्रकारचे गियर आहेत आणि ते तयार करणे अगदी सोपे आहे. स्पर गीअर्सचा वापर प्रामुख्याने ट्रॅक्टर ट्रान्समिशन, ब्लेंडर, कपडे ड्रायर आणि पिठाच्या गिरण्यांमध्ये केला जातो.

### 2. हेलिकल गियर (Helical Gear)



Figure क्र.4.3.2

## हेलिकल गियर

स्पर गीअर्सप्रमाणेच, हेलिकल गीअर्स देखील पॉवर प्रसारित करण्यासाठी समांतर शाफ्ट जोडतात. हेलिकल गीअर्समध्ये दात एका कोनात कापले जातात ज्यामुळे दात गुंतण्याच्या वेळी अधिक संपर्क क्षेत्र प्रदान करून शांत आणि सुरळीत चालते.

हेलिकल गीअर्सचे ऍप्लिकेशन ऑटोमोबाईल ट्रान्समिशन, मशीन टूल्स आणि कंप्रेसरमध्ये आहेत.

## 3. हेरिंगबोन गीअर्स:



Figure क्र.4.3.3

## हेरिंगबोन गियर

हेरिंगबोन गीअर्स हे दोन हेलिकल गीअर्स एकत्र जोडल्या गेलेल्या दिसतात, त्यामुळे त्यांना "डबल हेलिकल गियर्स" असे संबोधले जाऊ शकते. हेरिंगबोन गीअर्स सामान्यतः हेवी ड्युटी वाहनांमध्ये वापरतात.

## 4. रॅक आणि पिनियन

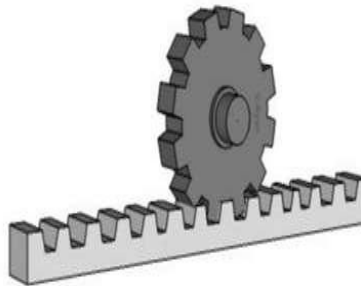


Figure क्र.4.3.4

## रॅक आणि पिनियन

रॅक हा सरळ गीअर आहे जो रोटरी पॉवर आणि मोशनला रेखीय हालचालीत रुपांतरित करण्यासाठी

लहान गियर (पिनियन) सह मेश करतो किंवा उलट.

### B. इंटरसेक्टिंग शाफ्ट

छेदणाऱ्या शाफ्टला जोडणारे गियरचे मुख्य प्रकार खालीलप्रमाणे आहेत.

#### 1. बेव्हल गियर



Figure क्र.4.3.1

#### बेव्हल गियर

बेव्हल गीअर्स असे ऍप्लिकेशन्स शोधतात ज्यांना सामान्यतः उजव्या कोनात पॉवर ट्रान्समिशन आवश्यक असते. अशा गीअर्सवरील दात सरळ, सर्पिल किंवा हायपोइड असू शकतात. बेव्हल गियरमध्ये ऑटोमोबाईल्स, प्रिंटिंग मशीन आणि प्रोसेसिंग प्लांट्सचे भिन्नता यांसारखे अनेक अनुप्रयोग आहेत.

### C. नॉन-इंटरसेक्टिंग आणि नॉन-समांतर (स्व्यू शाफ्ट)

नॉन इंटरसेक्टिंग आणि नॉन पॅरलल शाफ्ट जोडणारे गियरचे खालील मुख्य प्रकार आहेत.

#### 1. वोर्म आणि वोर्म गियर



Figure क्र.4.3.1

#### वोर्म आणि वोर्म गियर

वोर्म गियरचे प्रमुख कार्य म्हणजे वेग कमी करणे. वोर्म गीअर्सच्या मदतीने 300:1 पेक्षा जास्त वेग कमी करता येतो. अशा प्रकारच्या गीअर्सचा वापर सामान्यतः ऑटोमोबाईल स्टीयरिंग यंत्रणेमध्ये केला जातो

#### b. गियरिंगचा कायदा

असे सांगा की "दातांच्या जोडीच्या संपर्काच्या ठिकाणी सामान्य सामान्य असणे आवश्यक आहे नेहमी खेळपट्टीच्या बिंदूमधून जा."

### C. कॉन्जुगते प्रोफाइलची संकल्पना (केवळ अंतर्भूत) स्पर गियर शब्दावली.

1. पिच वर्तुळ: हे एक काल्पनिक वर्तुळ आहे जे शुद्ध रोलिंग क्रियेद्वारे वास्तविक गियर प्रमाणेच गती देईल.

2. पिच वर्तुळ व्यास: हे खेळपट्टीच्या वर्तुळाचे अंतर आहे. हे  $P$  चिन्हाने दर्शविले जाते.

3. पिच पॉइंट: हा दोन पिच वर्तुळांमधील संपर्काचा एक सामान्य बिंदू आहे.

4. **एडेंडम**: हे पिच वर्तुळापासून दाताच्या वरपर्यंतचे दाताचे रेडियल अंतर आहे.
5. **डिडेंडम**: हे पिच वर्तुळापासून दाताच्या तळापर्यंतचे दाताचे रेडियल अंतर आहे.
6. **वर्तुळाकार पिच** : हे पिचवर्तुळाच्या परिघावर एका दाताच्या बिंदूपासून पुढच्या दातावरील संबंधित बिंदूपर्यंत मोजले जाणारे अंतर आहे. ते  $p$  द्वारे दर्शविले जाते.
7. **मॉड्यूल**: हे पिच वर्तुळ व्यास आणि दातांच्या संख्येचे मिमी मध्ये गुणोत्तर आहे. ते  $m$  ने दर्शविले जाते.

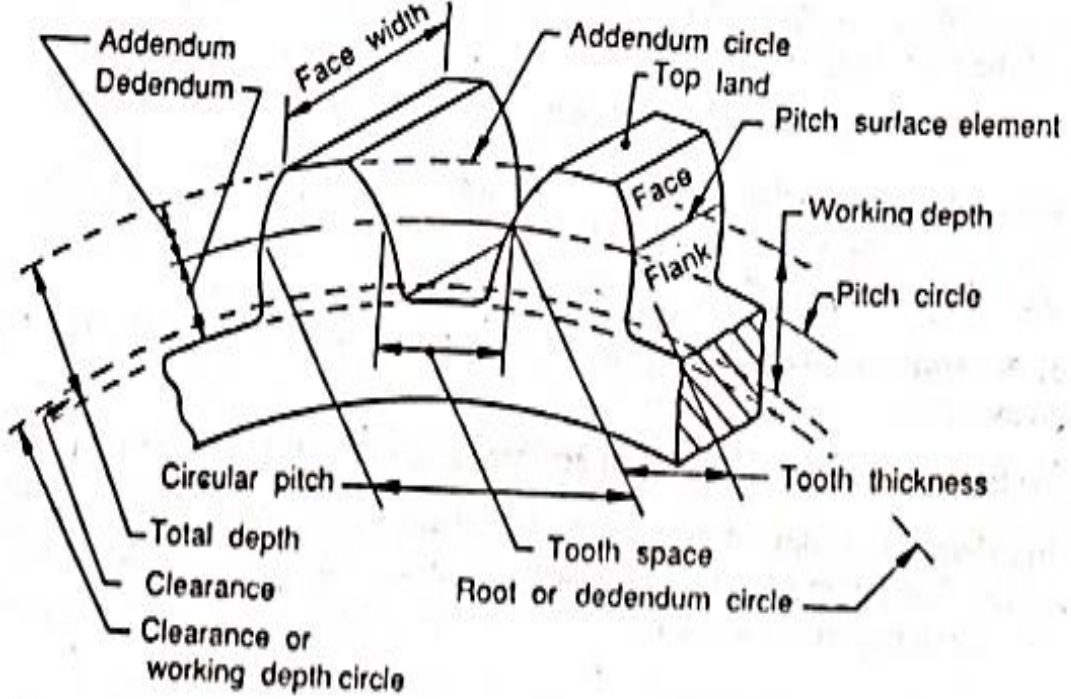


Figure क्रमांक 4.4  
स्पर गियर शब्दावली

### b) गियर ट्रेनचे प्रकार

चाकांच्या व्यवस्थेवर अवलंबून, गियर ट्रेनचे विविध प्रकार खालीलप्रमाणे आहेत:

#### 1. साधी गियर ट्रेन

– Figureत दाखवल्याप्रमाणे प्रत्येक शाफ्टवर एकच गीअर असतो तेव्हा, ती साधी गियर ट्रेन म्हणून ओळखली जाते.

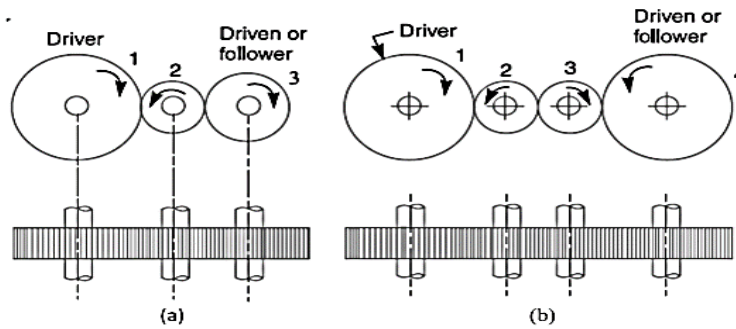


Figure क्रमांक 4.b  
साधी गियर ट्रेन

गीअर्स त्यांच्या खेळपट्टीच्या वर्तुळांद्वारे दर्शविले जातात

.-जेव्हा दोन शाफ्टमधील अंतर कमी असते, तेव्हा चित्रमध्ये दाखवल्याप्रमाणे, एका शाफ्टमधून दुसऱ्या शाफ्टमध्ये गती प्रसारित करण्यासाठी दोन गीअर्स 1 आणि 2 एकमेकांशी जाळी बनवले जातात.

-गियर 1 गियर 2 चालवितो, म्हणून गियर 1 ला ड्रायव्हर आणि गीअर 2 ला चालवलेला किंवा अनुयायी म्हणतात. हे लक्षात घेतले जाऊ शकते की चालविलेल्या गियरची गती ड्रायव्हिंग गियरच्या गतीच्या विरुद्ध आहे

$N_1$  = ड्रायव्हर rpm चा वेग

$N_2$  = इंटरमीडिएट व्हील आरपीएमचा वेग

$N_3$  = फॉलोअर आरपीएमचा वेग

$T_1$  = ड्रायव्हरवरील दातांची संख्या

$T_2$  = इंटरमीडिएट व्हीलवरील दातांची संख्या

$T_3$  = फॉलोअरवर दातांची संख्या

ड्रायव्हिंग गियर 1 हे इंटरमीडिएट गियर 2 च्या जाळीमध्ये असल्याने, या दोन गीअर्ससाठी वेळोसीटी रेशीओ

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

त्याचप्रमाणे, इंटरमीडिएट गियर 2 हे चालविलेल्या गीअर 3 च्या जाळीमध्ये असल्याने, या दोन गीअर्ससाठी गती गुणोत्तर

$$\frac{N_2}{N_3} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$N_2 = T_3 \times N_3 \times T_2$$

Figure मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे गियर ट्रेनचा वेग गुणोत्तर (a) समीकरणे (1) आणि (2) गुणाकार करून प्राप्त केला जातो.

$$\frac{N_1}{N_2} \times \frac{N_2}{N_3} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{T_3}{T_2}$$

कधीकधी, दोन गीअर्समधील अंतर मोठे असते.

अशा परिस्थितीत, एका गियरवरून दुसऱ्या गीअरवर गती खालील दोन पद्धतींपैकी एकाद्वारे प्रसारित केली जाऊ शकते:

1. मोठ्या आकाराचे गियर प्रदान करून, किंवा थोडासा विचार केल्यास दिसून येईल की ही पद्धत (म्हणजे मोठ्या आकाराचे गीअर्स प्रदान करणे) अतिशय गैरसोयीची आणि किफायतशीर पद्धत आहे.
2. एक किंवा अधिक इंटरमीडिएट गीअर्स प्रदान करून ही पद्धत (म्हणजे एक किंवा अधिक मध्यवर्ती गियर प्रदान करणे) अतिशय सोयीस्कर आणि किफायतशीर आहे.

हे लक्षात घेतले जाऊ शकते की जेव्हा इंटरमीडिएट गीअर्सची संख्या विषम असते, तेव्हा दोन्ही गीअर्सची गती (म्हणजे ड्रायव्हर आणि चालवलेले किंवा अनुयायी) चित्रात दाखवल्याप्रमाणे असते.

इंटरमीडिएट गीअर्सची संख्या एकसमान असेल, तर Figure(b) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे चालविलेल्या किंवा अनुयायीची गती ड्रायव्हरच्या विरुद्ध दिशेने असेल.

गीअर ट्रेनचा वेग गुणोत्तर (किंवा वेग गुणोत्तर) म्हणजे ड्रायव्हरच्या गती आणि चालवणाऱ्या किंवा अनुयायांच्या वेगाचे गुणोत्तर आणि जाळीतील कोणत्याही गीअर्सच्या वेगाचे गुणोत्तर हे त्यांच्या

दातांच्या संख्येच्या व्यस्ततेचे असते.

$$\text{गती प्रमाण} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

.गीअर ट्रेनचे ट्रेन व्हॅल्यू म्हणजे चालवलेल्या किंवा फॉलोअरच्या वेग आणि ड्रायव्हरच्या वेगाचे गुणोत्तर.

$$\text{ट्रेन मूल्य} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{T_1}{T_2}$$

## 2. कंपाऊंड गियर ट्रेन.

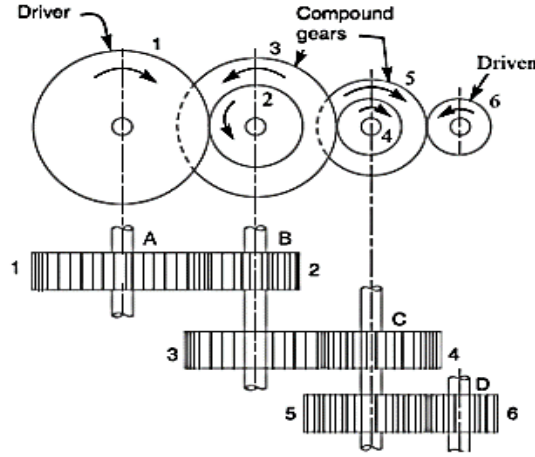


Figure क्रमांक 4.2

### कंपाऊंड गियर ट्रेन

Figure मध्ये दाखवल्याप्रमाणे जेव्हा शाफ्टवर एकापेक्षा जास्त गियर असतात, तेव्हा त्याला कंपाऊंड ट्रेन ऑफ गियर म्हणतात. – निष्क्रिय गीअर्स, गीअर्सच्या साध्या ट्रेनमध्ये प्रणालीच्या गती गुणोत्तरावर परिणाम होत नाही. पण हे गीअर्स ड्रायव्हर आणि ड्रायव्हनमधील जागा ओलांडण्यासाठी उपयुक्त आहेत.

परंतु जेव्हा जेव्हा ड्रायव्हर आणि चालवलेले किंवा अनुयायी यांच्यातील अंतर मध्यवर्ती गीअर्सने भरून काढावे लागते आणि त्याच वेळी मोठे (किंवा बरेच कमी) वेळोशीटी रेशीओ आवश्यक असते, तेव्हा इंटरमीडिएट गीअर्सचा फायदा कंपाऊंड गीअर्स देऊन अधिक तीव्र केला जातो. इंटरमीडिएट शाफ्ट.

या प्रकरणात, प्रत्येक इंटरमीडिएट शाफ्टमध्ये दोन गीअर्स कठोरपणे निश्चित केले जातात जेणेकरून त्यांचा वेग समान असेल. या दोन गीअर्सपैकी एक ड्रायव्हरला मेश करतो आणि दुसरा ड्राईव्ह किंवा फॉलोअरला पुढील शाफ्टला जोडतो, जसे Figure मध्ये दाखवले आहे.

गीअर्सच्या कंपाऊंड ट्रेनमध्ये, Figure मध्ये दाखवल्याप्रमाणे, गियर 1 हा शाफ्ट A वर बसवलेला ड्रायव्हिंग गियर आहे; गीअर्स 2 आणि 3 हे कंपाऊंड गीअर्स आहेत जे शाफ्ट B वर माउंट केले जातात. गीअर्स 4 आणि 5 हे कंपाऊंड गीअर्स देखील आहेत जे शाफ्ट C वर माउंट केले जातात आणि गीअर 6 हे शाफ्ट डी वर बसवलेले चाललेले गियर आहेत.

$N_1$  = ड्रायव्हिंग गियर 1 चा वेग द्या,

$T_1$  = ड्रायव्हिंग गियरवर दातांची संख्या 1,

$N_2, N_3 \dots, N_6$  = rpm मध्ये संबंधित गीअर्सचा वेग,

आणि  $T_2, T_3 \dots, T_6$  = संबंधित गीअर्सवरील दातांची संख्या.

गियर 1 गियर 2 सह जाळीमध्ये असल्याने, त्याचे गती प्रमाण आहे

$$\frac{N1}{N2} = \frac{T2}{T1}$$

त्याचप्रमाणे, गीअर्स 3 आणि 4 साठी, वेळोसीटी रेशीओ आहे

$$\frac{N3}{N4} = \frac{T4}{T3}$$

आणि गीअर्स 5 आणि 6 साठी, वेळोसीटी रेशीओ आहे

$$\frac{N5}{N6} = \frac{T6}{T5}$$

कंपाऊंड गियर ट्रेनचा वेग गुणोत्तर (1), (2) आणि (3) या समीकरणांचा गुणाकार करून मिळवला जातो.

$$\frac{N1}{N2} * \frac{N3}{N4} * \frac{N5}{N6} = \frac{T2}{T1} * \frac{T4}{T3} * \frac{T6}{T5}$$

साध्या गीअर ट्रेनपेक्षा कंपाऊंड ट्रेनचा फायदा असा आहे की पहिल्या शाफ्टपासून शेवटच्या शाफ्टपर्यंत वेग कमी करणे लहान गीअर्सने मिळवता येते. -जर साध्या गीअर ट्रेनचा वापर मोठा वेग कमी करण्यासाठी केला असेल तर शेवटचा गीअर खूप मोठा असावा. -साधारणपणे 7 ते 1 पेक्षा जास्त वेग कमी करण्यासाठी, साधी ट्रेन वापरली जात नाही आणि कंपाऊंड ट्रेन किंवा वर्म गियरिंगचा वापर केला जातो.

### 3. रीवरटेड गीअर ट्रेन.

जेव्हा प्रथम गियर (म्हणजे प्रथम ड्रायव्हर) आणि शेवटचा गियर (म्हणजे शेवटचा चालविणारा किंवा अनुयायी) च्या अक्ष सह-अक्षीय असतात, तेव्हा गियर ट्रेनला रिव्हर्टेड गियर ट्रेन म्हणून ओळखले जाते.

गियर 1 (म्हणजे प्रथम ड्रायव्हर) गियर 2 (म्हणजे प्रथम चालवलेला किंवा अनुयायी) विरुद्ध दिशेने चालवितो. गीअर्स 2 आणि 3 एकाच शाफ्टवर बसवलेले असल्यामुळे ते एक कंपाऊंड गियर बनवतात आणि गीअर 3 गियर 2 च्या दिशेने फिरेल. गीअर 3 (जो आता दुसरा ड्रायव्हर आहे) गियर 4 चालवतो. (म्हणजे शेवटचा चालवलेला किंवा अनुयायी) गीअर 1 च्या दिशेने त्याच दिशेने. अशा प्रकारे आपण पाहतो की रिव्हर्टेड गियर ट्रेनमध्ये, पहिल्या गियर आणि शेवटच्या गियरची गती सारखी असते.

द्या

$T1=r1=N1$ =गियर 1 वर दातांची संख्या,

पिच वर्तुळ त्रिज्या गियर 1,

rpm मध्ये गियर 1 चा वेग

त्याचप्रमाणे,  $T2, T3, T4$ =संबंधित गीअर्सवरील दातांची संख्या,

$r2, r3, r4$ =संबंधित गीअर्सची पिच वर्तुळ त्रिज्या,

$N2, N3, N4$ =rpm मध्ये संबंधित गीअर्सचा वेग

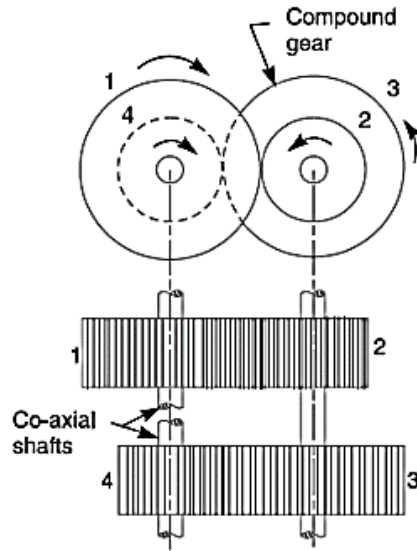


Figure क्रमांक 4.c.3

**रीवरटेड गीअर ट्रेन..**

गीअर्स 1 आणि 2 च्या शाफ्टच्या केंद्रांमधील अंतर तसेच 3 आणि 4 गीअर्समधील अंतर समान असल्याने

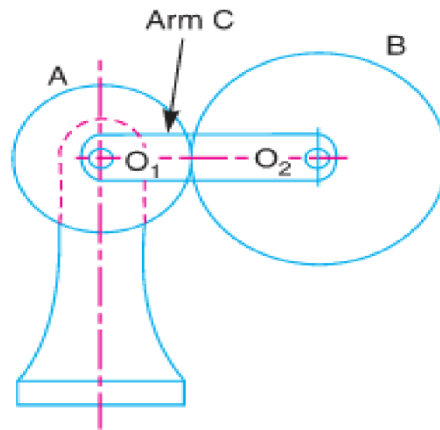
$$R_1 + R_2 = R_3 + R_4$$

तसेच, सर्व गीअर्सची वर्तुळाकार खेळपट्टी किंवा मॉड्यूल समान असल्याचे गृहीत धरले जाते; म्हणून प्रत्येक गियरवरील दातांची संख्या त्याच्या परिघ किंवा त्रिज्याशी थेट प्रमाणात असते.

$$T_1 + T_2 = T_3 + T_4$$

$$\text{गती प्रमाण} = \frac{\text{Product of number of teeth on drivers}}{\text{Product of number of teeth on driven}}$$

$$\frac{N_1}{N_4} = \frac{T_2 * T_4}{T_1 * T_3}$$

**4. एपिसाइक्लिक गियर ट्रेन.**

Epicyclic gear train.

**Figure क्रमांक 4.4****एपिसाइक्लिक गियर ट्रेन**

एपिसाइक्लिक गीअर ट्रेनमध्ये, शाफ्टचे अक्ष, ज्यावर गीअर्स बसवलेले असतात, ते निश्चित अक्षाच्या सापेक्ष हलू शकतात. एक साधी एपिसाइक्लिक गीअर ट्रेन Figure मध्ये दर्शविली आहे. जेथे गीअर A

आणि हात C चा O1 वर एक समान अक्ष आहे ज्याभोवती ते फिरू शकतात. गीअर B गियर A सह मेश करतो आणि त्याचा अक्ष O2 वर हातावर असतो, ज्याभोवती गियर B फिरू शकतो.

–जर हात निश्चित केला असेल, तर गीअर ट्रेन सोपी असेल आणि गियर A गीअर B किंवा त्याउलट चालवू शकतो, परंतु जर गीअर A निश्चित केला असेल आणि हात गियर A (म्हणजे O1) च्या अक्षाभोवती फिरवला असेल, तर गियर B आहे गियर A वर आणि त्याच्या आजूबाजूला फिरवायला भाग पाडले जाते. अशा गतीला एपिसाइडलिक म्हणतात आणि गीअर गाड्या अशा प्रकारे मांडल्या जातात की त्यांचे एक किंवा अधिक सदस्य दुसऱ्या सदस्यावर आणि त्याच्याभोवती फिरतात याला एपिसाइडलिक गीअर ट्रेन्स (एपीआय. म्हणजे वर आणि चक्रीय) म्हणतात म्हणजे आजूबाजूला). एपिसाइडलिक गीअर ट्रेन साध्या किंवा कंपाऊंड असू शकतात.

### बेल्ट ड्राइव्ह, चेन ड्राइव्ह आणि गियर ड्राइव्ह यांच्यातील तुलना

| Parameters              | बेल्ट ड्राइव्ह                                   | चेन ड्राइव्ह                                            | गियर ड्राइव्ह                                           |
|-------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| मुख्य घटक               | पुली, बेल्ट                                      | स्प्रीकट्स, साखळी                                       | गीअर्स                                                  |
| स्लिप आणि रेंगाळणे      | स्लिप होऊ शकते                                   | नो-स्लिप                                                | नो-स्लिप                                                |
| वेळोसीटी रेशीओ          | कमी-वेग गुणोत्तरासाठी वापरले जाते                | मध्यम वेगासाठी वापरले जाते                              | उच्च वेगासाठी वापरले जाते                               |
| शाफ्टमधील मध्यभागी अंतर | मोठ्या केंद्रासाठी उपयुक्तता                     | मध्यम केंद्रासाठी उपयुक्तता अंतर                        | मोठ्या केंद्रासाठी उपयुक्तता                            |
| स्नेहन                  | आवश्यक नाही                                      | आवश्यक                                                  | योग्य आवश्यक आहे                                        |
| जागा आवश्यक             | मोठ्या जागेची आवश्यकता आहे                       | मध्यम जागा आवश्यक आहे                                   | कमी जागा आवश्यक आहे                                     |
| रचना                    | सर्वात सोपी रचना, उत्पादन,                       | सर्वात सोपी रचना, उत्पादन, गुंतागुंत                    | सर्वात सोपी रचना, उत्पादन,                              |
| Life                    | कमी आयुष्य                                       | मध्यम जीवन                                              | उदंड आयुष्य                                             |
| failure                 | बेल्टच्या बिघाडामुळे मशीनचे आणखी नुकसान होत नाही | शृंखला अयशस्वी झाल्यामुळे मशीनचे गंभीर नुकसान होऊ शकते. | गीअर अयशस्वी झाल्यामुळे मशीनमध्ये गंभीर बिघाड होऊ शकतो. |
| स्थापना खर्च            | कमी स्थापना खर्च                                 | मध्यम स्थापना खर्च                                      | अधिक स्थापना खर्च                                       |

#### Exercise:

**TLO 4.1:** Identify the different drives for power transmission.

1. Identity the types of Belt and Its Sketch.(R)
2. List four application of different types of Belt(A)
3. Selection of Belt Drive(A)

**TLO4.2 :**Select suitable drive for a particular application.

1. Identify the belt for Light Work with its Material (R)
2. Identify the belt for Medium Work and Heavy work and material use for it.(A)

**TLO 4.3 :**Calculate various quantities like velocity ratio, belt tensions, angle of contact, power

transmitted in belt drives.

1. A flat belt drive is required to transmit 35 kW from a pulley of 1.5 m effective diameter running at speed of 300 rpm. The angle of contact is spread over  $11/24$  of the circumference co-efficient of friction for the surface is 0.3. Determine the maximum tension in the belt. (Answer\_  $T_2 = 1082.3085\text{N}$   $T_1 = 2567.66\text{N}$ ) (U)
2. A pulley rotating at 50 m/s transmits 40 kW. The safe pull in belt is 400 N/cm width of belt and angle of lap is  $170^\circ$ . If coefficient of friction 0.24, find required width of belt. (Answer\_b = 254cm)(U)

**TLO4.4** :Enlist advantages and disadvantages of chain drive.

1. Write the Advantage of Chain Drive over Belt Drive(A)
2. Write the Disadvantage of Chain Drive(A)

**TLO 4.5** :Identify the different types of gear trains.

1. Explain with Sketch working principle of Epicyclic Gear Train(R)
2. Draw a Sketch of Simple Gear Train(A)
3. Explain with Sketch working principle of Reverted Gear Train(R)
4. Explain Compound Gear Train with Simple Sketch(R)

**TLO 4.6** :Compare belt drive, chain drive and gear drive for given parameters.

1. Compare belt drive, and gear drive(U)
2. Compare belt drive, gear drive over any four parameters (U)
3. Compare chain drive and gear drive for given parameters Slip & Creep, Velocity Ratio, Life, Failure.(U)

## Unit 5 वस्तुमान आणि कंपन यांचे संतुलन Balancing of masses and Vibration

**विषय निष्पत्ती:** विविध अनुप्रयोगांसाठी वस्तुमान आणि कंपन संतुलित करण्याशी संबंधित ज्ञान आणि कौशल्ये वापरा (Use knowledge and skills related to balancing of masses and vibration for various applications.)

**घटक निष्पत्ती:**

**TLO 5.1:** संतुलनाची संकल्पना स्पष्ट करा (Explain the concept of balancing.)

**TLO 5.2:** समतलाचे वस्तुमान आणि स्थान संतुलित करा (Find balancing mass and position of plane.)

**TLO 5.3:** कारणे आणि उपायांसह मूलभूत कंपन प्रणाली स्पष्ट करा. (Explain the basic vibrating system with causes and remedies.)

### 5.1 फिरणाऱ्या वस्तुमानाचे संतुलन (Balancing of Rotating Masses):

#### 5.1.1 संतुलनाची संकल्पना (Concept):

पहिल्या वस्तुमानाच्या सेंट्रीफ्यूगल शक्तीच्या प्रभावाचा प्रतिकार करण्यासाठी दुसरे वस्तुमान प्रदान करण्याच्या प्रक्रियेला फिरत्या वस्तुमानाचे संतुलन म्हणतात.

#### 5.1.2 संतुलन साधण्याची गरज (Need):

1. उच्च गतीने चालणारी इंजिने किंवा मशीन्सचा वापर औद्योगिक क्षेत्रात जलद दराने उच्च दर्जाच्या उत्पादनांच्या मोठ्या प्रमाणात उत्पादनासाठी मोठ्या प्रमाणावर केला जातो. उदा., IC इंजिन, स्टीम टर्बाइन, गॅस टर्बाइन, सेंट्रीफ्यूगल पंप, पंखे, ब्लोअर इ.
2. त्यांच्याकडे फिरणारे तसेच पुढे – मागे करणारे परस्पर भाग असतात. म्हणून, हे अत्यंत आवश्यक आहे की सर्व फिरणारे आणि पुढे – मागे करणारे परस्पर भाग जास्तीत जास्त शक्य तितक्या प्रमाणात पूर्णपणे संतुलित असले पाहिजेत.
3. जर या शक्तींचे योग्य संतुलन राखले गेला नाही, तर त्याचा यंत्रे आणि इंजिनांच्या कार्यक्षमतेवर विपरीत परिणाम होतो.

#### 5.1.3 संतुलनाचे प्रकार (Types):

1. एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या एकाच वस्तुमानाद्वारे एकाच फिरत्या वस्तुमानाचे संतुलन. (Balancing of a single rotating mass by a single mass rotating in the same plane).
2. वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या दोन वस्तुमानाद्वारे एकाच फिरणाऱ्या वस्तुमानाचे संतुलन (Balancing of a single rotating mass by two masses rotating in different planes).
3. एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांचे संतुलन (Balancing of different masses rotating in the same plane).
4. वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांचे संतुलन (Balancing of different masses rotating in different planes).

#### 5.1.4 A. एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या एकाच वस्तुमानाद्वारे एकाच फिरत्या वस्तुमानाचा संतुलित साधणे:

Fig5.1 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे, शाफ्टला जोडलेले  $m_1$  वस्तुमान हे  $\omega$  rad/s या वेगाने फिरत आहे असे विचारात घ्या.

समजा,

$m_1$  = शाफ्टला जोडलेले वस्तुमान (किलो मध्ये)

$r_1 = m_1$  वस्तुमानाची फिरणारी त्रिज्या (म्हणजे शाफ्टच्या रोटेशनचा अक्ष आणि  $m_1$  वस्तुमानाच्या गुरुत्वाकर्षणाचे केंद्र या मधील अंतर) (मीटर मध्ये)

$\omega =$  वस्तुमानाचा वक्रीय वेग (rad/s मध्ये)

$F_{C1} = m_1$  वस्तुमानाद्वारे शाफ्टवर लागू केलेले सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर) (किलो.मीटर मध्ये)

आपल्याला माहित आहे की  $m_1$  वस्तुमानाद्वारे शाफ्टवर लागू केलेले सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर),

$$F_{C1} = m_1 \cdot r_1 \cdot \omega^2 \quad \dots(i)$$

हे सेंट्रीफ्यूगल बल त्रिज्या बाहेरच्या दिशेने कार्य करते आणि अशा प्रकारे शाफ्टवर बेंडिंग मोमेंट निर्माण करते. या बलाच्या प्रभावाचा प्रतिकार करण्यासाठी, एक संतुलित वस्तुमान ( $m_b$ ) हे असंतुलित वस्तुमान ( $m_1$ ) फिरणाऱ्या प्लेनमध्ये अशा प्रकारे जोडले जाऊ शकते की वस्तुमानांमुळे तयार होणारे सेंट्रीफ्यूगल बल हे समान आणि विरुद्ध असते.

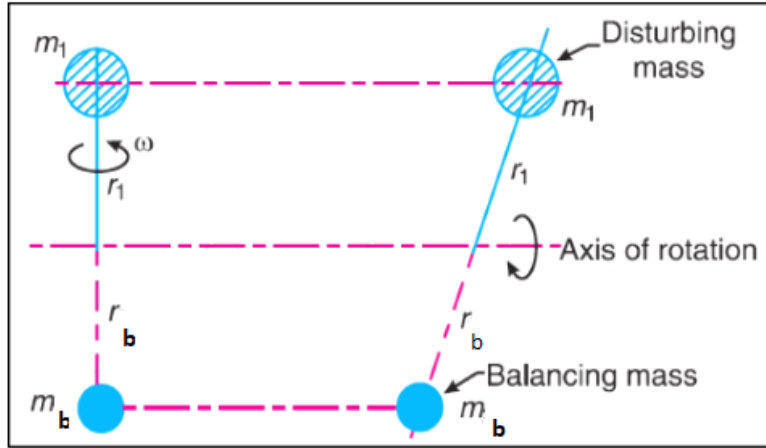


Fig. 5.1

**एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या एकाच वस्तुमानाद्वारे एकाच फिरत्या वस्तुमानाचा संतुलित साधणे**

$r_b =$  संतुलित वस्तुमान  $m_b$  ची फिरणारी त्रिज्या (म्हणजे शाफ्टच्या रोटेशनचा अक्ष आणि  $m_b$  वस्तुमानाच्या गुरुत्वाकर्षणाचे केंद्र या मधील अंतर) (मीटर मध्ये)

$F_{C2} = m_b$  वस्तुमानाद्वारे शाफ्टवर लागू झालेले सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर) (किलो.मीटर मध्ये)

$$F_{C2} = m_b \cdot r_b \cdot \omega^2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण(i) आणि समीकरण (ii) बरोबरीत करून,

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \omega^2 = m_b \cdot r_b \cdot \omega^2 \cdot m_1$$

$$m_1 \cdot r_1 = m_b \cdot r_b$$

**5.1.4.B वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या दोन वस्तुमानाद्वारे एकाच फिरणाऱ्या वस्तुमानाचे संतुलन:**

1. असंतुलित वस्तुमानाचा प्लेन, दोन संतुलित वस्तुमानांच्या प्लेनच्या मध्ये आहे.
2. असंतुलित वस्तुमानाचा प्लेन, दोन संतुलित वस्तुमानांच्या प्लेनच्या डाव्या किंवा उजव्या बाजूला आहे.
1. असंतुलित वस्तुमानाचा प्लेन, दोन संतुलित वस्तुमानांच्या प्लेनच्या मध्ये आहे.

Fig. 5.2 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, असंतुलित वस्तुमान ( $m$ ) हे प्लेन A मध्ये विद्यमान आहे जे L आणि M दोन वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये असलेल्या  $m_1$  आणि  $m_2$  या दोन फिरत्या वस्तुमानांद्वारे संतुलित होते.  $r, r_1$  आणि  $r_2$  ही अनुक्रमे A, L, M मधील वस्तुमानांच्या फिरणाऱ्या त्रिज्या मानू.

$l_1 = A$  आणि L प्लेनमधील अंतर समजा.

$l_2 = A$  आणि M प्लेनमधील अंतर,

$l = L$  आणि M प्लेनमधील अंतर.

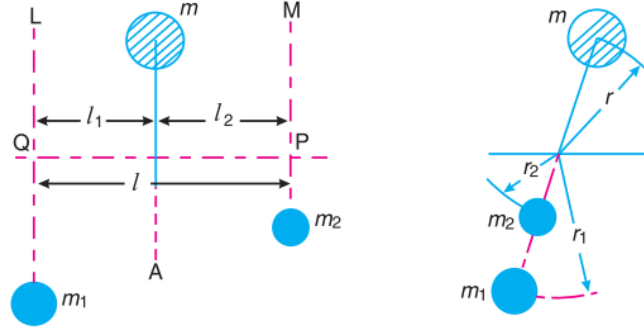


Fig. 5.2

वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या दोन वस्तुमानांद्वारे एकाच फिरणाऱ्या वस्तुमानाचे संतुलन जेहा असंतुलित वस्तुमानाचा प्लेन, दोन संतुलित वस्तुमानांच्या प्लेनच्या मध्ये आहे

$$m_1 \cdot r_1 \cdot l = m \cdot r \cdot l_2$$

$$m_2 \cdot r_2 \cdot l = m \cdot r \cdot l_1$$

2. असंतुलित वस्तुमानाचा प्लेन, दोन संतुलित वस्तुमानांच्या प्लेनच्या डाव्या किंवा उजव्या बाजूला आहे.

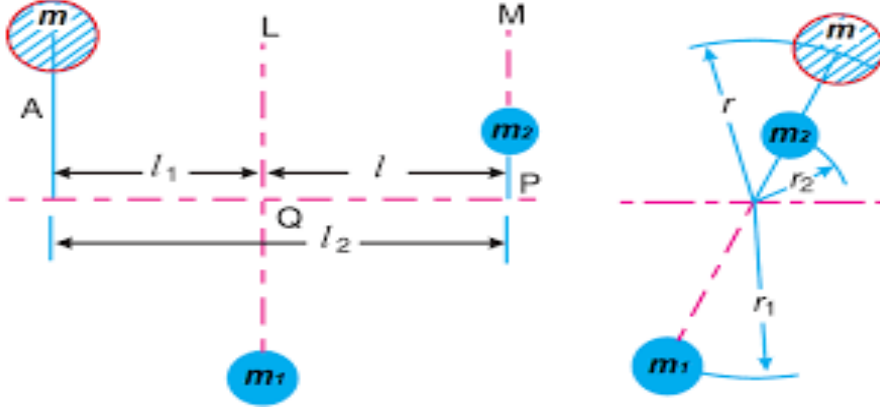


Fig. 5.2

वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या दोन वस्तुमानांद्वारे एकाच फिरणाऱ्या वस्तुमानाचे संतुलन जेहा असंतुलित वस्तुमानाचा प्लेन, दोन संतुलित वस्तुमानांच्या प्लेनच्या डाव्या किंवा उजव्या बाजूला आहे.

$$m_1 \cdot r_1 \cdot l = m \cdot r \cdot l_2$$

$$m_2 \cdot r_2 \cdot l = m \cdot r \cdot l_1$$

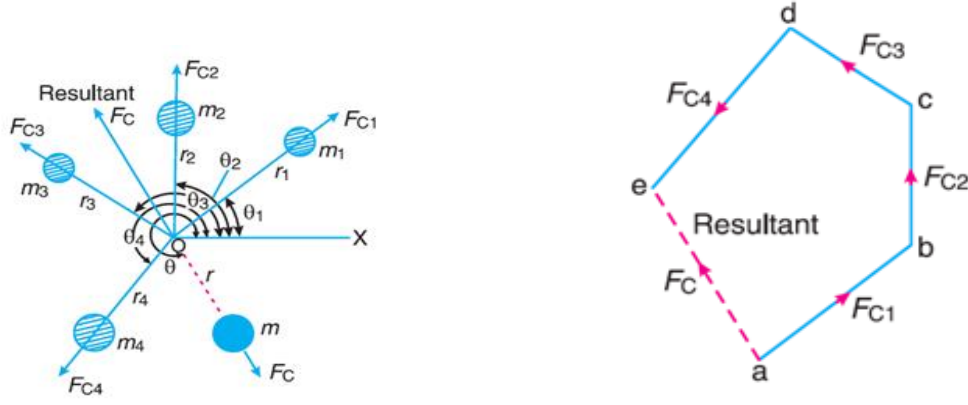
5.2 एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांच्या संतुलनासाठी विश्लेषणात्मक (Analytical) आणि (आलेखनीय) ग्राफिकल पद्धती:

5.2.1 अ. एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या अनेक वस्तुमानांच्या संतुलनासाठी विश्लेषणात्मक पद्धत:

शाफ्टच्या अक्षापासून  $r_1, r_2, r_3, r_4$  च्या अंतरावर फिरणाऱ्या कितीही वस्तुमानांना (उदा. ४)  $m_1, m_2, m_3, m_4$

विचारात घ्या. Fig. ५.४ (a) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  आडव्या रेषा OX सह या वस्तुमानांचे कोन असू द्या. या वस्तुमानांना अक्षाभोवती समतलाला (through) O आणि कागदाच्या प्लेनच्या लंबवत (perpendicular) स्थिर वक्रीय वेगासह  $\omega$  rad/s फिरू द्या.

खाली चर्चा केल्याप्रमाणे संतुलित वस्तुमानाचे परिमाण (magnitude) आणि स्थान (position) विश्लेषणात्मक किंवा ग्राफिकरित्या शोधले जाऊ शकते:



(a) Space diagram.

(b) Vector diagram.

Fig. 5.4

### एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांचे संतुलन.

खाली चर्चा केल्याप्रमाणे संतुलित वस्तुमानाचे परिमाण आणि दिशा विश्लेषणात्मकपणे मिळू शकते:

अ) सर्व प्रथम, फिरत्या शाफ्टवर प्रत्येक वस्तुमानाद्वारे लागू केलेले सेंट्रीफ्यूगल बल (किंवा वस्तुमान आणि त्याची फिरणारी त्रिज्या यांचा गुणाकार) शोधा.

ब) सेंट्रीफ्यूगल बलाचे आडवे आणि उभे निराकरण करा आणि त्यांची बेरीज शोधा, म्हणजे  $\Sigma H$  आणि  $\Sigma V$ .

$\Sigma H$  = सेंट्रीफ्यूगल बलाच्या आडव्या घटकांची बेरीज,

$$\Sigma H = m_1 \cdot r_1 \cdot \cos\theta_1 + m_2 \cdot r_2 \cdot \cos\theta_2 + m_3 \cdot r_3 \cdot \cos\theta_3 + m_4 \cdot r_4 \cdot \cos\theta_4$$

$\Sigma V$  = सेंट्रीफ्यूगल बलाच्या उभ्या घटकांची बेरीज,

$$\Sigma V = m_1 \cdot r_1 \cdot \sin\theta_1 + m_2 \cdot r_2 \cdot \sin\theta_2 + m_3 \cdot r_3 \cdot \sin\theta_3 + m_4 \cdot r_4 \cdot \sin\theta_4$$

क)  $F_c$  = सेंट्रीफ्यूगल बलाचे परिमाण (resultant),

$$F_c = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2}$$

$\theta_b$  = सेंट्रीफ्यूगल बलाच्या परिमाणाने (resultant) आडव्या रेषेसह बनवलेला कोन

$$\tan\theta_b = \frac{\Sigma V}{\Sigma H}$$

ड) संतुलित बल परिणामी बलाच्या बरोबरीचे परंतु विरुद्ध दिशेने असते.

इ) आता संतुलित वस्तुमानाचे परिमाण शोधा जसे की,

$$F_c = m \cdot r \text{ (किलो.मीटर मध्ये)}$$

जसे  $m$  = संतुलित वस्तुमान (किलो मध्ये)

$$r = \text{संतुलित वस्तुमानाची फिरणारी त्रिज्या (मीटर मध्ये)}$$

#### 5.2.1 ब. एकाच प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या अनेक वस्तुमानांच्या संतुलनासाठी ग्राफिकल पद्धत:

खाली चर्चा केल्याप्रमाणे संतुलित वस्तुमानाची परिमाण आणि दिशा विश्लेषणात्मकपणे मिळू शकते.

- सर्व प्रथम, Fig. 5.4 (a) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे अनेक वस्तुमानांच्या स्थितीसह स्पेस Fig. काढा.
- फिरणाऱ्या शाफ्टवर प्रत्येक वस्तुमानाने लावलेले सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर) (किंवा वस्तुमान आणि त्याची फिरणारी त्रिज्या यांचा गुणाकार) शोधा.
- आता प्राप्त सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर) (किंवा वस्तुमान आणि त्यांच्या फिरणाऱ्या त्रिज्या यांचा गुणाकार) सह वेक्टर Fig. काढा, जसे की "ab" हे वस्तुमान  $m_1$  (किंवा  $m_1 r_1$ ) द्वारे लागू केलेल्या सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर)चे प्रतिनिधित्व वस्तुमानाचे परिमाण आणि दिशा यांच्या योग्य स्केल मध्ये (मापात) करते. त्याचप्रमाणे इतर

वस्तुमान  $m_2, m_3, m_4$  (किंवा  $m_2.r_2, m_3.r_3$  आणि  $m_4.r_4$ ) चे सेंट्रीफ्यूगल बल(जोर) दर्शविण्यासाठी “bc”, “cd”, “de” काढा.

- आता, बलांच्या पॉलीगॉन(बहुभुज) नियमानुसार, Fig 5.4 (b) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे, "ae" ची क्लोजिंग बाजू परिणामी(resultant) बलाचे परिमाण आणि दिशा दर्शवते.
- संतुलित बल परिणामी बलाच्या बरोबरीचे परंतु विरुद्ध दिशेने असते.
- आता संतुलित वस्तुमानाचे परिमाण त्याच्या दिलेल्या त्रिज्यामध्ये शोधा जसे की,  
 $m_b, r_b, \omega^2 =$  सेंट्रीफ्यूगल बलाचे परिमाण (resultant),

$$m_b, r_b = \text{Resultant of } m_1.r_1, m_2.r_2, m_3.r_3 \text{ \& } m_4.r_4$$

### 5.2.2 वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांच्या संतुलनासाठी विश्लेषणात्मक पद्धत:

वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांना संपूर्ण संतुलित राखण्यासाठी, खालील दोन अटी पूर्ण केल्या पाहिजेत.

- संदर्भ (reference) प्लेनमधील बल संतुलित असणे आवश्यक आहे, म्हणजेच परिणामी बल शून्य असणे आवश्यक आहे.
- संदर्भ (reference) प्लेन भोवतालचे कपल(couple) संतुलित असणे आवश्यक आहे, म्हणजेच परिणामी कपल(couple) शून्य असणे आवश्यक आहे.

$l_1 =$ संदर्भ (reference) प्लेन L पासून वस्तुमान $_1 (m_1)$  ची लांबी (मीटर मध्ये)

$l_2 =$ संदर्भ (reference) प्लेन L पासून वस्तुमान $_2 (m_2)$  ची लांबी (मीटर मध्ये)

$l_3 =$ संदर्भ (reference) प्लेन L पासून वस्तुमान $_3 (m_3)$  ची लांबी (मीटर मध्ये)

$l_4 =$ संदर्भ (reference) प्लेन L पासून वस्तुमान $_4 (m_4)$  ची लांबी (मीटर मध्ये)

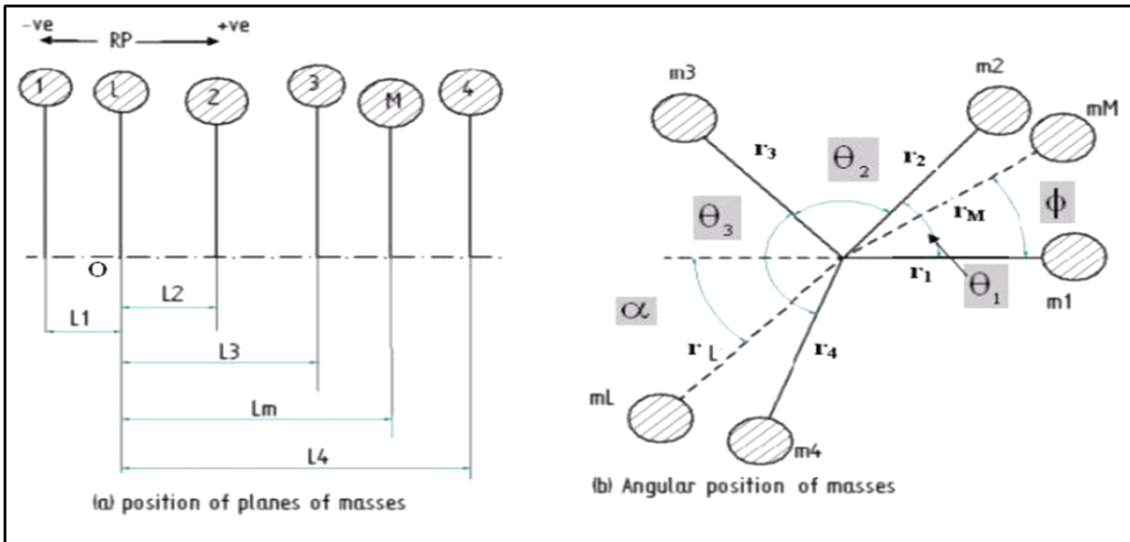


Fig.5.5a वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांचे संतुलन

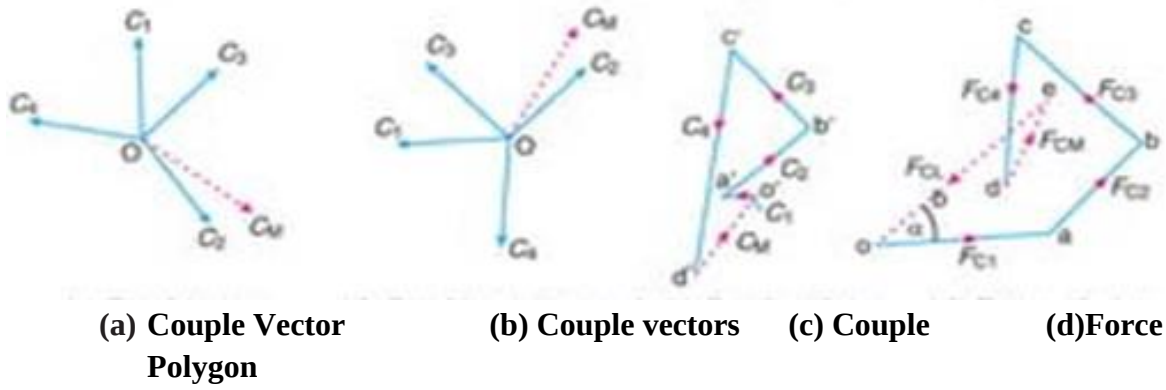


Fig.5.5b वेगवेगळ्या प्लेनमध्ये फिरणाऱ्या वेगवेगळ्या वस्तुमानांचे संतुलन

**सोडवलेले प्रॉब्लेम:**

**उदाहरण 1.1 :** A circular disc mounted on a shaft carries three attached masses of 4 kg, 3 kg and 2.5 kg at radial distances of 75 mm, 85 mm and 50 mm and at the angular positions of  $45^\circ$ ,  $135^\circ$  and  $240^\circ$  respectively. The angular positions are measured counter clockwise from the reference line along the x-axis. Determine position and the amount of the counter mass at a radial distance of 75 mm required for the static balance.

$$m_1 = 4 \text{ kg} \quad r_1 = 75 \text{ mm} = 0.075 \text{ m} \quad \theta_1 = 45^\circ \quad r_b = 75 \text{ mm} = 0.075 \text{ m}$$

$$m_2 = 3 \text{ kg} \quad r_2 = 85 \text{ mm} = 0.085 \text{ m} \quad \theta_2 = 135^\circ \quad m_b = ?$$

$$m_3 = 2.5 \text{ kg} \quad r_3 = 50 \text{ mm} = 0.050 \text{ m} \quad \theta_3 = 240^\circ \quad \theta_b = ?$$

$$m_1 r_1 = 4 \times 0.075 = 0.3 \text{ kg.m} \quad m_2 r_2 = 3 \times 0.085 = 0.255 \text{ kg.m} \quad m_3 r_3 = 2.5 \times 0.050 = 0.125 \text{ kg.m}$$

**विश्लेषणात्मक (Analytical) पद्धत:**

$$\Sigma m.r + m_b.r_b = 0$$

$$\Sigma H = 0.3 \cos 45^\circ + 0.255 \cos 135^\circ + 0.125 \cos 240^\circ \quad \text{and}$$

$$\Sigma V = 0.3 \sin 45^\circ + 0.255 \sin 135^\circ + 0.125 \sin 240^\circ$$

$$F_c = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2} = m_b.r_b$$

$$m_b.r_b =$$

$$\sqrt{(0.3 \cos 45^\circ + 0.255 \cos 135^\circ + 0.125 \cos 240^\circ)^2 + (0.3 \sin 45^\circ + 0.255 \sin 135^\circ + 0.125 \sin 240^\circ)^2}$$

$$m_b \times 75 = \sqrt{(-0.03068)^2 + (0.2842)^2}$$

$$= 0.2858 \text{ किलो.मीटर}$$

$$m_b = \frac{0.2858}{0.075}$$

$$m_b = 3.81 \text{ किलो}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\Sigma V}{\Sigma H}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\Sigma m.r \sin \theta}{\Sigma m.r \cos \theta} = \frac{0.2842}{-0.03068}$$

$$= -9.2633$$

$$\theta_b = -83^\circ 83'$$

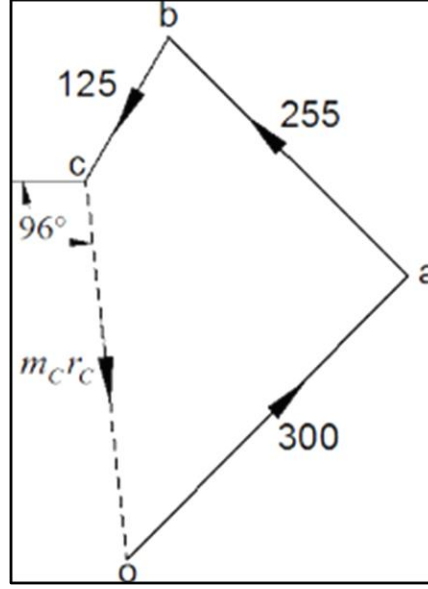
$\theta_b$  lies in the fourth quadrant (numerator is positive and denominator is negative).

$$\theta_b = 360 - 83^\circ 83'$$

$$\theta_b = 276^\circ 16'$$

**ग्राफिकल पद्धत:**

1. खाली चर्चा केल्याप्रमाणे संतुलित वस्तुमानाचे परिमाण आणि स्थान विश्लेषणात्मक किंवा ग्राफिकरित्या शोधले जाऊ शकते:
2. आता वर प्राप्त झालेल्या महितीसह यांच्या योग्य स्केल मध्ये (मापात) वेक्टर Fig. काढा. "co" ची क्लोजिंग बाजू परिणामी (resultant) बलाचे परिमाण दर्शवते. "co" = 0.28584 किलो.मीटर

**Fig.. 5.6****वेक्टर Fig.**

संतुलित बल हे परिणामी बलाच्या बरोबरीचे असते. संतुलित बल  $m_b r$  च्या प्रमाणात असल्याने

$$m_b \times 0.075 = \text{vector co}$$

$$= 0.28584 \text{ किलो.मीटर}$$

**or**

$$m_b = \frac{0.28584}{0.075}$$

$$m_b = 3.81 \text{ किलो}$$

-मापनाद्वारे आपल्याला हे देखील

आढळून येते की आडव्या रेषेसह बनवलेला कोन

किंवा धनात्मक X-अक्षावरून संतुलित वस्तुमान ( $m_b$ ) च्या कलतेचा कोन,

$$\theta_b = 276^\circ$$

**उदाहरण 1.2 :** Four masses  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  and  $m_4$  are 200 kg, 300 kg, 240 kg and 260 kg respectively. The corresponding radii of rotation are 0.2 m, 0.15 m, 0.25 m and 0.3 m respectively and the angles between successive masses are  $45^\circ$ ,  $75^\circ$  and  $135^\circ$ . Find the position and magnitude of the balance mass required, if its radius of rotation is 0.2 m.

$$m_1 = 200 \text{ kg} \quad r_1 = 0.2 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 0^\circ$$

$$r_b = 0.2 \text{ m}$$

$$m_2 = 300 \text{ kg} \quad r_2 = 0.15 \text{ m}$$

$$\theta_2 = 45^\circ$$

$$\theta_b = ?$$

$$m_3 = 240 \text{ kg} \quad r_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$\theta_3 = 45^\circ + 75^\circ = 120^\circ$$

$$m_b = ?$$

$$m_4 = 260 \text{ kg} \quad r_4 = 0.3 \text{ m}$$

$$\theta_4 = 120^\circ + 135^\circ = 255^\circ$$

**विश्लेषणात्मक(Analytical) पद्धत:**

$$m_1 r_1 = 200 \times 0.2 = 40$$

$$m_2 r_2 = 300 \times 0.15 = 45$$

$$m_3 r_3 = 240 \times 0.25 = 60$$

$$m_4 r_4 = 260 \times 0.3 = 78$$

$$\Sigma m r + m_b \cdot r_b = 0$$

$$\Sigma H = 40 \cos 0^\circ + 45 \cos 45^\circ + 60 \cos 120^\circ + 78 \cos 255^\circ$$

आणि

$$\Sigma V = 40 \sin 0^\circ + 45 \sin 45^\circ + 60 \sin 120^\circ + 78 \sin 255^\circ$$

$$F_c = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2}$$

$$m_b$$

$$\cdot r_b$$

$$=$$

$$\sqrt{(40 \cos 0^\circ + 45 \cos 45^\circ + 60 \cos 120^\circ + 78 \cos 255^\circ)^2 + (40 \sin 0^\circ + 45 \sin 45^\circ + 60 \sin 120^\circ + 78 \sin 255^\circ)^2}$$

$$m_b \times 0.2 = \sqrt{(21.6)^2 + (8.5)^2}$$

$$= 23.21 \text{ किलो.मीटर}$$

$$m_b = \frac{23.21}{0.2}$$

$$m_b = 116 \text{ kg}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\Sigma m \cdot r \cdot \sin \theta}{\Sigma m \cdot r \cdot \cos \theta} = \frac{8.5}{21.6}$$

$$= 0.3935$$

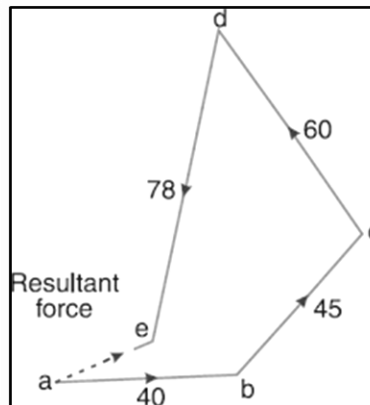
$$\theta_b = 21^\circ 28'$$

$\theta_b$  lies in the first quadrant (numerator is positive and denominator is positive).

$$\theta_b = 21^\circ 28'$$

**ग्राफिकल पद्धत:**

1. ग्राफिकल पद्धतीसाठी Fig. ५. ७ मध्ये दाखवल्याप्रमाणे वरील मूल्यांसह वेक्टर Fig. काही योग्य प्रमाणात काढा. "ae" ची क्लोजिंग बाजू परिणामी(resultant) बलाचे परिमाण दर्शवते.. मापनानुसार, आम्हाला आढळते की "ae" = 23 किलो.मीटर



**Fig. 5.7**

**वेक्टर**

संतुलित बल हे परिणामी बलाच्या बरोबरीचे असते. संतुलित बल  $m_b r$  च्या प्रमाणात असल्याने

$$m_b \times 0.2 = \text{vector } ae$$

$$= 23 \text{ किलो.मीटर}$$

किंवा

$$m_b = 23/0.2$$

$$m_b = 115 \text{ किलो.}$$

2. मापनाद्वारे आपल्याला हे देखील आढळून येते की आडव्या रेषेसह बनवलेला कोन किंवा धनात्मक X-अक्षावरून संतुलित वस्तुमान ( $m_b$ ) च्या कोन  $\theta_b$  कोणता आहे.

$$\theta_b = 21^\circ$$

**Example 1.3** The four masses A, B, C and D of 50 kg, 120 kg and 130 kg attached to a shaft and revolve in the same plane. The corresponding radii of rotations are 22.5 cm, 17.5 cm, 25 cm and 30 cm and the angles measured from A are  $45^\circ$ ,  $120^\circ$  and  $255^\circ$ . Find the position and magnitude of the balancing mass, if the radius of rotation is 60 cm.

$$m_A = 100 \text{ kg} \quad r_1 = 22.5 \text{ cm} = 0.225 \text{ m} \quad \theta_1 = 0^\circ \quad r_b = 0.6 \text{ m}$$

$$m_B = 150 \text{ kg} \quad r_2 = 17.5 \text{ cm} = 0.175 \text{ m} \quad \theta_2 = 45^\circ \quad \theta_b = ?$$

$$m_C = 120 \text{ kg} \quad r_3 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m} \quad \theta_3 = 120^\circ \quad m_b = ?$$

$$m_D = 130 \text{ kg} \quad r_4 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \quad \theta_4 = 255^\circ$$

**विश्लेषणात्मक (Analytical) पद्धत:**

$$m_A r_A = 100 \times 0.225 = 22.5 \text{ kg.m}$$

$$m_B r_B = 150 \times 0.175 = 26.25 \text{ kg.m}$$

$$m_C r_C = 120 \times 0.25 = 30 \text{ kg.m}$$

$$m_D r_D = 130 \times 0.3 = 39 \text{ kg.m}$$

$$\Sigma m r + m_b r_b = 0$$

$$\Sigma H = 22.5 \cos 0^\circ + 26.25 \cos 45^\circ + 30 \cos 120^\circ + 39 \cos 255^\circ \quad \text{and}$$

$$\Sigma V = 22.5 \sin 0^\circ + 26.25 \sin 45^\circ + 30 \sin 120^\circ + 39 \sin 255^\circ$$

$$F_c = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2} = m_b r_b$$

$$m_b r_b =$$

$$\sqrt{(22.5 \cos 0^\circ + 26.25 \cos 45^\circ + 30 \cos 120^\circ + 39 \cos 255^\circ)^2 + (22.5 \sin 0^\circ + 26.25 \sin 45^\circ + 30 \sin 120^\circ + 39 \sin 255^\circ)^2}$$

$$m_b \times 0.6 = \sqrt{(15.97)^2 + (6.87)^2}$$

$$= 17.39 \text{ किलो.मीटर}$$

$$m_b = \frac{17.39}{0.6}$$

$$m_b = 28.98 \text{ किलो}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\Sigma V}{\Sigma H}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\Sigma m.r \sin \theta}{\Sigma m.r \cos \theta} = \frac{6.87}{15.97}$$

$$= 0.4302$$

$$\theta_b = 23^\circ 28'$$

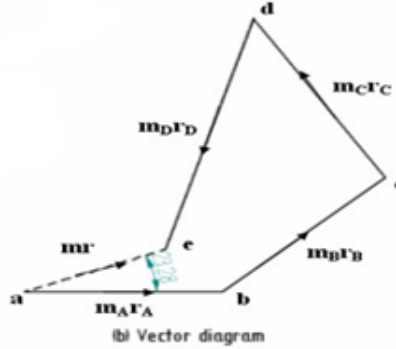
$\theta_b$  lies in the first quadrant (numerator is positive and denominator is positive).

$$\theta_b = 23^\circ 28'$$

$$\theta_b = 23^\circ 28'$$

**ग्राफिकल पद्धत:**

1. ग्राफिकल पद्धतीसाठी Fig. ५. ८ मध्ये दाखवल्याप्रमाणे वरील मूल्यांसह वेक्टर Fig. काही योग्य प्रमाणात काढा. "ae" ची क्लोजिंग बाजू परिणामी(resultant) बलाचे परिमाण दर्शवते.. मापनानुसार, आम्हाला आढळते की "ae" = 17 किलो.मीटर



**Fig. 5.8**  
**वेक्टर Fig.**

संतुलित बल हे परिणामी बलाच्या बरोबरीचे असते. संतुलित बल  $m_b r$  च्या प्रमाणात असल्याने

$$m_b \times 0.6 = \text{vector } ae$$

$$= 17 \text{ किलो.मीटर}$$

किंवा

$$m_b = 17/0.6$$

$$m_b = 28.33 \text{ किलो.}$$

2. मापनाद्वारे आपल्याला हे देखील आढळून येते की आडव्या रेषेसह बनवलेला कोन किंवा धनात्मक X-अक्षावरून संतुलित वस्तुमान ( $m_b$ ) च्या कलनाचे कोन

$$\theta_b = 23^\circ$$

**Example 1.4** Four masses A, B, C and D are attached to a shaft and revolve in the same plane.

The masses are 12 kg, 10 kg, 18 kg and 15 kg respectively and their radii of rotations are 40 mm, 50 mm, 60 mm and 30 mm. The angular position of the masses B, C and D are  $60^\circ$ ,  $135^\circ$  and  $270^\circ$  from mass A. Find the magnitude and position of the balancing mass at a radius of 100 mm.

$$m_A = 12 \text{ kg} \quad r_A = 40 \text{ mm} = 0.04 \text{ m}$$

$$\theta_A = 0^\circ$$

$$r_b = 0.1 \text{ m}$$

$$m_B = 10 \text{ kg} \quad r_B = 50 \text{ mm} = 0.05 \text{ m}$$

$$\theta_B = 60^\circ$$

$$\theta_b = ?$$

$$m_C = 18 \text{ kg} \quad r_C = 60 \text{ mm} = 0.06 \text{ m}$$

$$\theta_C = 135^\circ$$

$$m_b = ?$$

$$m_D = 15 \text{ kg} \quad r_D = 30 \text{ mm} = 0.03 \text{ m}$$

$$\theta_D = 270^\circ$$

**विश्लेषणात्मक (Analytical) पद्धत:**

$$m_A r_A = 12 \times 0.04 = 0.48 \text{ kg.m}$$

$$m_B r_B = 10 \times 0.05 = 0.50 \text{ kg.m}$$

$$m_C r_C = 18 \times 0.06 = 1.08 \text{ kg.m}$$

$$m_D r_D = 15 \times 0.03 = 0.45 \text{ kg.m}$$

$$\Sigma m.r + m_b.r_b = 0$$

$$\Sigma H = 0.48 \cos 0^\circ + 0.50 \cos 60^\circ + 1.08 \cos 135^\circ + 0.45 \cos 270^\circ \quad \text{and}$$

$$\Sigma V = 0.48 \sin 0^\circ + 0.50 \sin 60^\circ + 1.08 \sin 135^\circ + 0.45 \sin 270^\circ$$

$$F_c = \sqrt{(\sum H)^2 + (\sum V)^2} = m_b \cdot r_b$$

$$m_b \cdot r_b =$$

$$\sqrt{(0.48 \cos 0^\circ + 0.50 \cos 60^\circ + 1.08 \cos 135^\circ + 0.45 \cos 270^\circ)^2 + (0.48 \sin 0^\circ + 0.50 \sin 60^\circ + 1.08 \sin 135^\circ + 0.45 \sin 270^\circ)^2}$$

$$m_b \times 0.1 = \sqrt{(-0.034)^2 + (0.747)^2}$$

$$= 0.748 \text{ किलो.मीटर}$$

$$m_b = \frac{0.748}{0.1}$$

$$m_b = 7.48 \text{ kg}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\sum V}{\sum H}$$

$$\tan \theta_b = \frac{\sum m \cdot r \cdot \sin \theta}{\sum m \cdot r \cdot \cos \theta} = \frac{0.747}{-0.034}$$

$$= -21.97$$

$$\theta_b = -87^\circ 46'$$

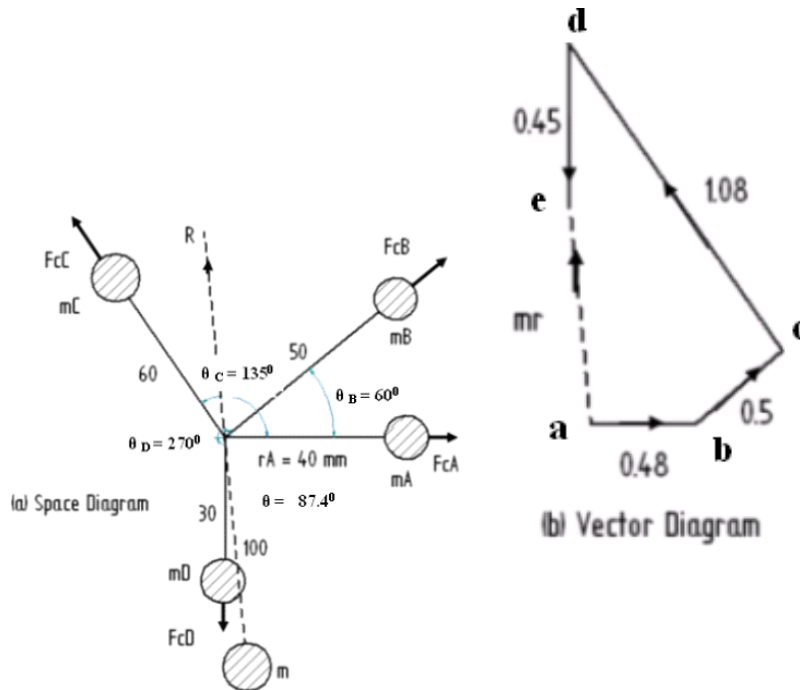
$\theta_b$  lies in the second quadrant (numerator is positive and denominator is negative).

$$\theta_b = 180 - 87^\circ 46'$$

$$\theta_b = 92^\circ 53'$$

### ग्राफिकल पद्धत:

- ग्राफिकल पद्धतीसाठी Fig. ५.९ मध्ये दाखवल्याप्रमाणे वरील मूल्यांसह वेक्टर Fig. काही योग्य प्रमाणात काढा. "ae" ची क्लोजिंग बाजू परिणामी (resultant) बलाचे परिमाण दर्शवते.. मापनानुसार, आम्हाला आढळते की "ae" = 0.748 किलो.मीटर



**Fig. 5.9**  
**वेक्टर Fig.**

संतुलित बल हे परिणामी बलाच्या बरोबरीचे असते. संतुलित बल  $m \cdot r$  च्या प्रमाणात असल्याने

$$m_b \times 0.1 = \text{vector ae}$$

$$= 0.748 \text{ किलो.मीटर}$$

किंवा

$$m_b = 0.748/0.1$$

$$m_b = 7.48 \text{ किलो.}$$

$$\theta_b = 92^\circ$$

2. मापनाद्वारे आपल्याला हे देखील आढळून येते की आडव्या रेषेसह बनवलेला कोन किंवा धनात्मक X-अक्षावरून संतुलित वस्तुमान ( $m_b$ ) च्या कलतेचा कोन,

### 5.3 कंपन (Vibration):

#### 5.3.1 कंपनाची मूलभूत तत्त्वे (Fundamentals):

**अ) कंपन:** जेव्हा स्प्रिंग, बीम आणि शाफ्ट सारख्या लवचिक वस्तु बाह्य बलांच्या वापरामुळे संतुलित स्थितीतून विस्थापित (displacement) होतात आणि नंतर सोडल्या जातात तेव्हा ते कंपन गती किंवा कंपन कार्यान्वित करतात.

**ब) कंपन गतीमध्ये वापरल्या जाणाऱ्या व्याख्या/ संज्ञा:**

**खालील संज्ञा सामान्यतः कंपन हालचालीच्या संबंधात वापरल्या जातात:**

1. **कंपनाचा कालावधी किंवा कालावधी.** हा वेळ आहे ज्यानंतर गतीची पुनरावृत्ती होते. कंपनाचा कालावधी सहसा सेकंदात व्यक्त केला जातो.
2. **सायकल (cycle).** ही एका कालावधीत पूर्ण झालेली गती आहे.
3. **वारंवारता (frequency).** ही एका सेकंदात वर्णन केलेल्या सायकल (cycle) ची संख्या आहे. S.I. युनिट्समध्ये, वारंवारता हर्ट्झमध्ये व्यक्त केली जाते (थोडक्यात Hz म्हणून लिहिली जाते) जी प्रति सेकंद एक सायकल (cycle) च्या समान असते.

**क) कंपन गतीचे प्रकार**

1. **मुक्त (free or Natural) किंवा नैसर्गिक कंपन:** जेव्हा कोणतीही बाह्य शक्ती एखाद्या वस्तुवर/शरीरावर कार्य करत नाही, तेव्हा त्याला प्रारंभिक विस्थापन (displacement) दिल्यानंतर, शरीर/वस्तु मुक्त किंवा नैसर्गिक कंपनाखाली असल्याचे म्हटले जाते. त्या वारंवारतेला (frequency) नैसर्गिक वारंवारता (natural or free Frequency) म्हणतात.

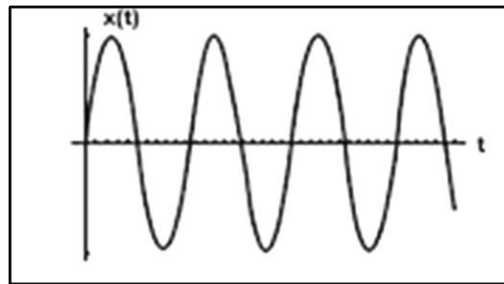


Fig. 5.10

**मुक्त (free or Natural) किंवा नैसर्गिक कंपन**

2. **सक्तीचे (forced) कंपन:** जेव्हा एखादी वस्तु/शरीर बाह्य बलाच्या प्रभावाखाली कंपन करते तेव्हा ती वस्तु/शरीर सक्तीच्या (forced) कंपनाखाली असते असे म्हणतात. एखाद्या वस्तुवर/शरीरावर लागू होणारे बाह्य बल हे असंतुलनामुळे निर्माण झालेले नियतकालिक (periodic) असंतुलित बल (disturbing force) आहे.

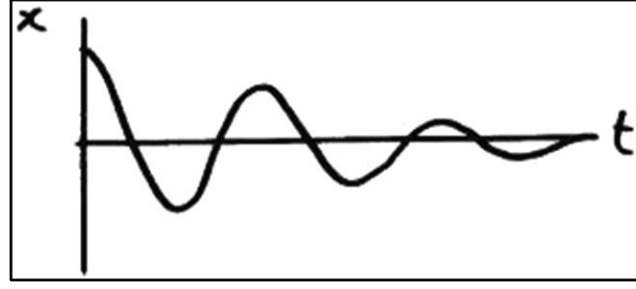


Fig. 5.11

### सक्तीचे (forced) कंपन

3. **अनडॅम्पड कंपन:** अनडॅम्प केलेले मुक्त कंपन कोणत्याही डॅम्पड किंवा प्रतिरोधक बलाच्या अनुपस्थितीत एखाद्या वस्तूच्या नैसर्गिक दोलनास(oscillation) सूचित करते. स्प्रिंगवरील वस्तुमानासारखी एक दोलक वस्तू मध्य किंवा इक्विलिब्रियम स्थितीभोवती इकडून-तिकडे किंवा पुढे- मागे फिरते.

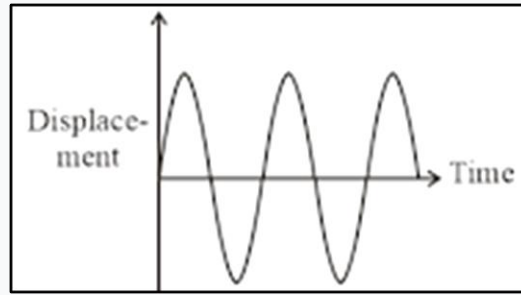


Fig. 5.12

### अनडॅम्पड कंपन

4. **डॅम्पड कंपन:** जेव्हा कंपनाच्या प्रत्येक सायकल(cycle)मध्ये ॲम्प्लीट्यूड (amplitude) कमी होतो, तेव्हा गतीला डॅम्पड कंपन असे म्हणतात. हे या वस्तुस्थितीमुळे आहे की स्पंदन प्रणालीद्वारे निश्चित उर्जा नेहमी गतीच्या घर्षण प्रतिकारांवर मात करण्यासाठी नष्ट/ खर्चिक (dissipate) होत असते.

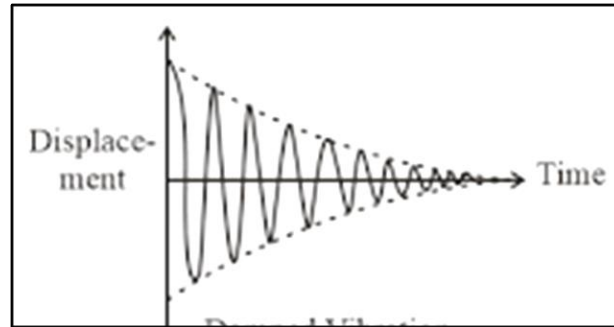


Fig. 5.13

### डॅम्पड कंपन

#### 5.4.1 व्हायब्रेशन (कंपनाचे) फायदे:

1. ह्यामुळे उपकरणांची लवचिकता सुधारते.
2. अभियंते (engineers) सिस्टममधील संभाव्य दोष शोधू शकतात जे वेळेवर मॅटेनन्स प्रदान करतात आणि खर्चिक बिघाड टाळतात.

#### 5.4.2 व्हायब्रेशन (कंपनाचे) तोटे:

1. यामुळे वारंवार ताण निर्माण होतो.
2. तो अनिष्ट आवाज निर्माण करतो.

3. त्याचा आसपासच्या लोकांवर वाईट मानसिक परिणाम होतो, थकवा येतो, उत्पादन कमी होते आणि सामान्यतः अनिष्ट स्थिती निर्माण होते.
4. एकत्र केलेल्या युनिटमधील भाग ढिले पडतात.
5. भाग आंशिक किंवा पूर्ण फेल होतात.

#### 5.4.3 व्हायब्रेशन (कंपनाची) कारणे आणि उपाय:

1. मशीनचे विविध काम्पोनेंट किंवा घटक तयार करण्यासाठी, लवचिक गुणधर्म असलेली अनेक सामग्री वापरली जाते. तसेच हे घटक विविध प्रकारच्या गतीतून जसे की रेसिप्रोकेटिंग, रोटरी, दोलनीय इ. जातात.
2. असंतुलन निर्माण करणाऱ्या घटकावर उच्च वेगाने सेंट्रीफ्यूगल बल कार्य करते. या असंतुलनामुळे विविध यंत्र घटकांमध्ये सक्तीचे(forced) व्हायब्रेशन (कंपन) होते. अशा प्रकारे कंपने मुख्यतः खालील कारणांमुळे होतात:

- अ) असंतुलित बल आणि मशीनमध्येच विद्यमान(existing) कपल(couple).
- ब) दोन मेटिंग पृष्ठभागांमधील धातू ते धातूचा कोरड्या घर्षणांमुळे झालेला संपर्क.
- क) प्रणालीवर कार्य करणारी बाह्य उत्तेजना(excitation).
- ड) भूकंप: यामुळे अनेक इमारती, धरणे, नागरी संरचनांचे (civil structures) नुकसान होते.
- इ) वारा: मुख्यतः, काही विशिष्ट परिस्थितींमध्ये त्याचा ट्रान्समिशन आणि टेलिफोन लाईन्सवर परिणाम होतो.

#### उपाय:

- अ) व्हायब्रेशन (कंपन) दूर करण्यासाठी किंवा कमी करण्यासाठी योग्य मॅटेनन्स केला पाहिजे.
- ब) उच्च वेगाने विविध घटकांचे योग्य संतुलन राखण्याची काळजी केवळ डिझाइनच्या स्टेजमध्येच घेतली जाते. अशा बलाचे व्हायब्रेशन (कंपन) टाळण्यासाठी किंवा दुर्लक्ष करण्यासाठी किंवा कमी करण्यासाठी व्हायब्रेशन (कंपन) विलग करणारे किंवा व्हायब्रेशन (कंपन) डॅम्परचा वापर सुचविला जातो.
- क) व्हायब्रेशन (कंपन) डॅम्पर्स किंवा व्हायब्रेशन (कंपन) शोषक हे असे पदार्थ आहेत जे व्हायब्रेशन (कंपन) शोषून घेतात आणि योग्य वेळेत ते बाहेर टाकतात. हे दोन प्रकारचे आहेत:

1. स्प्रिंगसारखे धातूचे शोषक(absorber) (हेलिकल, स्पायरल किंवा डिस्क प्रकारचे)
2. ऑर्गेनिक शोषक(absorber) जसे कॉर्क, रबर आणि तंतुमय पदार्थ(fibrous).

#### प्रॉब्लेम 1: मशीन शाफ्ट हा शाफ्टच्या रोटेशनच्या अक्षाभोवती फिरत नाही.

कारणे: अ) लेथ मशीन शाफ्टचे चुकीचे- अलाईनमेंट(misalignment).

ब) घटकांचा थर्मल विस्तार(expansion).

क) मॅटेनन्सनंतर घटकांचे स्थलांतर किंवा अयोग्य पुन्हा-एकत्रीकरण (reassembly).

उपाय: अ) शाफ्ट वापरण्यापूर्वी योग्यरित्या अलाईन (सरेखित) करणे आवश्यक आहे.

ब) दोन मशीनच्या घटकांमध्ये योग्य अंतर (जागा) राखा.

क) मॅटेनन्स केल्यानंतर सर्व घटक व्यवस्थित एकत्र करा.

#### प्रॉब्लेम 2: फिरणाऱ्या मशीनच्या घटकांमध्ये असंतुलन (कार व्हील बॅलन्सिंग).

कारणे: अ) असंतुलित वजन मशीनच्या अक्षाभोवती फिरते आणि एक सेंट्रीफ्यूगल बल तयार करते.

ब) मशीनची गती आवश्यक श्रेणीपेक्षा (range) वाढते.

क) उत्पादन दोष (मशीनिंग त्रुटी, कास्टिंग त्रुटी).

ड) मॅटेनन्स समस्या (विकृत किंवा गलिच्छ पंख्याचे ब्लेड, संतुलित वजन हरवणे(गहाळ होणे)).

उपाय: अ) सेंट्रीफ्यूगल बल योग्यरित्या संतुलित असणे आवश्यक आहे.

ब) दिलेल्या मर्यादित मशीनचा योग्य वेग राखा.

c) डीफेकटीव (सदोष) मशीन घटकांचा वापर टाळा.

ड) मेंटेनन्स केल्यानंतर, त्याच्या असेंब्लीपूर्वी घटक योग्यरित्या तपासा.

**5.4.4 व्हायब्रेशन आयसोलेटर:** संरचना(structure) आणि मशीनमधील अवांछित व्हायब्रेशन (कंपन) कमी करण्यासाठी किंवा दाबण्यासाठी तंत्राचा वापर करून, एक सदस्य किंवा विलगक समाविष्ट करून उपकरण किंवा स्वारस्य प्रणाली(system of interest) व्हायब्रेशन (कंपन) स्त्रोतापासून विलग केली जाते त्याला व्हायब्रेशन आयसोलेटर म्हणतात.

यंत्र चालवताना विकसित झालेल्या मोठ्या शक्तींपासून बेसचे(base) संरक्षण करण्यासाठी किंवा यंत्राच्या बेसच्या हालचालीमुळे मोठ्या प्रवेगांपासून(acceleration) संरक्षण करण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या उपकरणाला व्हायब्रेशन आयसोलेटर म्हणतात.

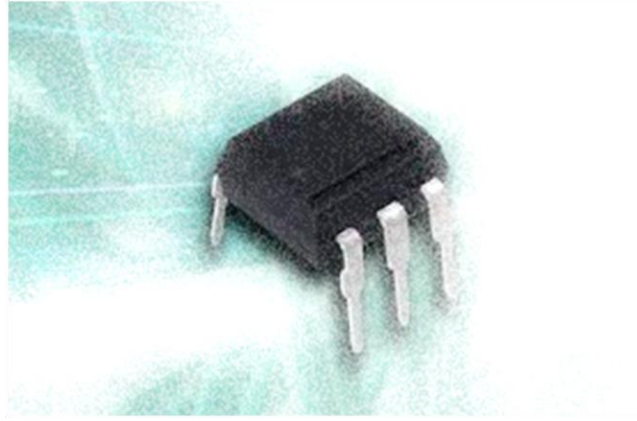


Fig. 5.14

व्हायब्रेशन आयसोलेटर (source)

**5.4.5 लॅजीटुडीनल( रेखांश) आणि टॉर्शनल सिस्टीमची जबरदस्त व्हायब्रेशन (कंपन):**

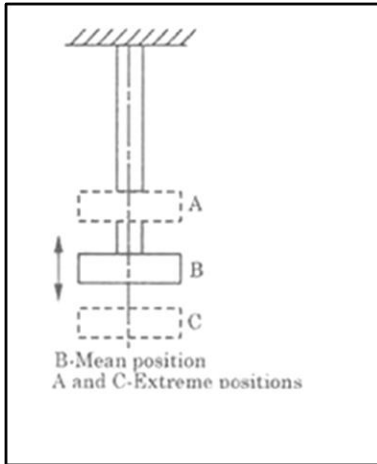


Fig. 5.15 लॅजीटुडीनल( रेखांशाचा) कंपन

**लॅजीटुडीनल( रेखांशाचा) कंपन:** लॅजीटुडीनल( रेखांश) कंपन म्हणजे लहरींचे कंपन ज्यामध्ये कणांचे विस्थापन(displacement) प्रवासी लहरींच्या(travelling wave) दिशेप्रमाणे किंवा समांतर असते.

**टॉर्शनल कंपन:** टॉर्शनल कंपन हे एखाद्या वस्तूचे अंगुलर (कोनीय) कंपन असते - सामान्यतः शाफ्ट त्याच्या रोटेशनच्या अक्षाभोवती फिरतो.

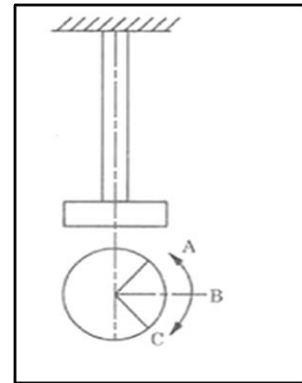


Fig. 5.16 टॉर्शनल कंपन

**Exercise**

1. The four masses  $m_1, m_2, m_3, m_4$  are 150kg, 250kg, 200kg, 210kg respectively. The corresponding radii of rotation are 15cm, 10cm, 20cm, & 25cm and the corresponding angles are  $10^\circ, 60^\circ, 130^\circ$  &  $245^\circ$ . Find the position & magnitude of balance mass if the radius of its rotation is 18cm.  
(Ans.  $m_b = 88.88\text{kg}$ ,  $\theta_b = 123^\circ$ ). (A)
2. Three masses  $m_1, m_2, m_3$  are 100kg, 200kg, & 150kg respectively. The corresponding radii are 0.3m, 0.15m, 0.25m respectively and angle between successive masses are  $45^\circ$  and  $75^\circ$ . Determine graphically the position and magnitude of the balance mass required if its radius of rotation is 0.2m.  
(Ans.  $m_b = 315\text{kg}$ ,  $\theta_b = 211^\circ$ ). (A)
3. The four masses A, B, C, D are attached to a shaft & revolve in the same plane. The masses are 12 kg, 10 kg, 18 kg & 15 kg respectively and their radii of rotations are 40 mm, 50 mm, 60 mm and 30 mm. The angular position of the masses B, C and D are  $60^\circ, 135^\circ$  and  $270^\circ$  from the mass A. Find the magnitude and position of the balancing mass at a radius of 100 mm.  
(Ans.  $m_b = 7.56\text{ kg}$ ,  $\theta_b = 273^\circ$ ). (A)

**References**

| Sr.No | Author                   | Title                             | Publisher with ISBN Number                                        |
|-------|--------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 1     | A. Ghosh, A. K. Malik    | Theory Of Mechanisms and Machines | Affiliated East west press ISBN: 978-8185938936                   |
| 2     | S. S. Rattan             | Theory Of Machines                | Tata McGraw Hill Edu. New Delhi, 2010, ISBN: 978-9353166281       |
| 5     | R. K. Bansal, Brar J. S. | A text book of Theory of Machine  | Khanna Book Publishing CO(P) LTD, New Delhi, ISBN: 9788170084181  |
| 6     | P. L. Ballaney           | Theory Of Machines                | Khanna Book Publishing CO(P) LTD, New Delhi, ISBN: 978-8174091222 |
| 9     | G.K. Grover              | Mechanical Vibration              | 978-8185240565                                                    |

